S. 804 C.3

RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTÉ LES PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Depuis leur fondation juſqu'à préſent.

Avec les Pieces qui y ont concouru.

TOME TROISIEME.

Contenant les Pieces depuis 1734 *juſqu'en* 1737.

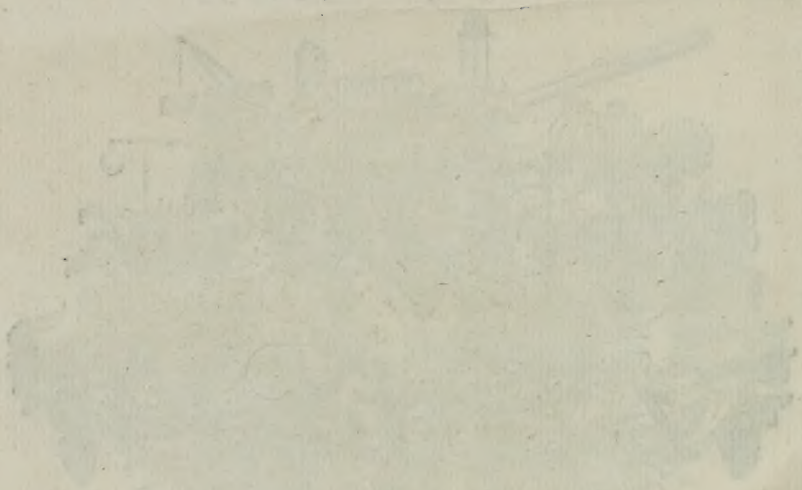
A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN, rue Saint Jacques, à l'Etoile.
J. B. COIGNARD, Imprimeur ordinaire du Roi, rue S. Jacques, à la Bible d'Or.
HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, rue S. Jacques à Saint Thomas d'Aquin.
CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi, pour l'Artillerie & le Génie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LII.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY



PIECES

contenues dans ce troiſiéme Volume.

L'Académie n'ayant pas été ſatisfaite des Ouvrages qui lui furent envoyés pour mériter le prix de 1732, *laiſſa encore pour deux ans la même matiére propoſée aux recherches des Sçavans, avec un Prix double. Elle a vû cette année le ſuccès de ſon délai ; parmi les Piéces qu'elle a reçûes, Elle en a trouvé deux qui méritent le Prix, & qui par des beautés différentes, lui ont parû chacune y avoir un droit égal. Ces Piéces ſont :*

I. Eſſai d'une nouvelle Phyſique céleſte, ſervant à expliquer les principaux Phénomenes du Ciel, & en particulier la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil : par M. Jean BERNOULLI, Profeſſeur de Mathématiques en l'Univerſité de Baſle.

II. *Diſquiſitiones Phyſico-Aſtronomicæ problematis ab inclyta Scientiarum Academia Regia, quæ Pariſiis floret, iterùm propoſiti :* par M. Daniel BERNOULLI, Profeſſeur en Anatomie, en l'Univerſité de Baſle.

III. Recherches phyſiques & géométriques ſur la queſtion : Comment ſe fait la propagation de la Lumiere ; par M. Jean BERNOULLI, Docteur en Droit.

L'Académie ayant jugé à propos de remettre à cette année 1737 *le Prix du ſujet propoſé en* 1735 *ſur les Ancres, Elle partagea ce ſujet en trois parties : la premiere ſur la figure des Ancres, la ſeconde ſur leur fabrique, & la troiſieme ſur la maniere*

de les éprouver. Les deux premiers Prix ont été adjugés à M. Jean Bernoulli & à M. Treſaguet ; mais le ſujet du troiſieme ne lui ayant pas paru ſuffiſamment rempli, Elle l'a partagé également entre deux Pieces qui lui ont paru mériter également ſon approbation.

IV. Diſcours ſur les Ancres : par M. Jean BERNOULLI, Docteur en Droit.

V. Mémoire ſur la fabrique des Ancres : par M. TRESAGUET, ancien Ingénieur des Ponts & Chauſſées.

VI. Réflexions ſur la meilleure figure à donner aux Ancres, & la meilleure maniere de les eſſayer : par M. Daniel BERNOULLI, Profeſſeur en Anatomie.

VII. Diſſertations ſur les Ancres, qui répondent aux trois queſtions propoſées à ce ſujet par l'Académie R. D. S. par M. le Marquis de POLENI.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome troiſiéme.

La planche de la premiere Piece de M. Jean BERNOULLI, après la page 92

La planche de la ſeconde Piece ſur la Lumiere, par M. Jean BERNOULLI, après la page 66

Les trois planches de la premiere Piecede 1737. ſur les Ancres, par M. Jean BERNOULLI, après la page 32

Les onze planches du deuxieme Mémoire ſur les Ancres, par M. TRESAGUET, doivent ſe placer à la fin, à la page 46

La planche du troiſiéme Mémoire ſur les Ancres, par M. Daniel BERNOULLI, après la page 84

Les planches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 & 9, du quatrieme Mémoire ſur les Ancres, par M. le Marquis POLENI, doivent ſe placer à la fin du Volume après la page 159.

PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

LE PRIX

DOUBLE

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

EN M. DCCXXXIV.

*

Avertiſſement de l'Académie.

L'Académie, lorſqu'elle propoſa la queſtion ſur l'Inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes, en déſiroit la ſolution plus qu'elle ne l'eſpéroit; aucun des ouvrages qui lui furent envoyés ne lui parut mériter le Prix de l'année 1732, & elle laiſſa encore pour deux ans la même matiére propoſée aux recherches des Sçavans, avec un Prix double. L'Académie voit aujourd'hui le ſuccès de ſon délai; parmi les Piéces qu'elle a reçûes, elle en a trouvé deux qui méritent le Prix, & qui, par des beautés différentes, lui ont paru chacune y avoir un droit égal.

Dans ce cas, où l'égalité ne permet pas de choiſir, & ſemble d'elle-même établir la loi de récompenſer également des mérites égaux, l'Académie eſt encore autoriſée, par l'Arrêt du Parlement, qui a expliqué le Teſtament de M. de Meſlay; elle a donc jugé que le Prix double de cette année ſeroit partagé également entre les deux Auteurs des Piéces ſuivantes.

Cependant l'Académie avant que de prononcer ſon jugement, avoit réſolu de renouveller dans cette occaſion un avertiſſement qu'elle a déja fait autrefois : *Comme elle ne reſtraint à aucun ſyſtéme les explicatioas qu'elle demande des Phénomenes, le ſuffrage auſſi qu'elle donne à ces explications n'eſt point une adop-*

tion des principes ſur leſquels elles ſont fondées, ni de toutes les conſéquences qu'on en tire.

Les trois Piéces qui ont le plus approché du Prix, ſont la Piéce 26, dont la Deviſe eſt, *Deus autem noſter in cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit*; la Piéce 17, dont la Deviſe eſt, *Emendantur priora poſterioribus*; & la Piéce 28, dont la Deviſe eſt, *Inclinavit cœlos, & deſcendit, & caligo ſub pedibus ejus.*

M. Jean Bernoulli, Profeſſeur en Mathématique à Bâle, & M. Daniel Bernoulli ſon fils, Profeſſeur en Anatomie & en Botanique, ont remporté le Prix de 1734.

ESSAI

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE CELESTE,

Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel, & en particulier la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil.

Felices animæ, quibus hæc cognoſcere primùm,
Inque domos ſuperas ſcandere, cura fuit.
Ovid. Faſtor. lib. 1.

DISCOURS PRELIMINAIRE.

§. I.

L'Académie Royale des Sciences, ſelon ſon noble deſſein de faire fleurir les Sciences & les beaux Arts, invite les Sçavans de toutes les nations, ſans diſtinction, à travailler

ſur les ſujets qu'elle leur propoſe tous les ans, avec un prix deſtiné à celui qui aura le mieux réuſſi. Le ſujet pour l'année 1732. n'ayant point été traité à la ſatisfaction de l'illuſtre Académie, elle l'a remis ſur le tapis une ſeconde fois pour l'année 1734. & pour encourager davantage les curieux, elle a trouvé bon d'en doubler le prix.

La queſtion eſt conçûe en ces termes : *Quelle eſt la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe, & d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont différentes entre elles.* C'eſt, ſans doute, une matiere très-importante, & très-digne d'être approfondie avec une ſérieuſe application.

§. II.

Il n'y a eu juſqu'ici que deux ſyſtémes de Phyſique, qui ayent fait grand bruit, & partagé les opinions des Phyſiciens : l'un eſt le fameux ſyſtéme des *Tourbillons*, introduit par M. Deſcartes ; l'autre eſt celui de M. Newton, qui ſe ſert du *Vuide* & des *Attractions*, fondé d'ailleurs ſur deux loix que la Nature ſuit dans le mouvement des Planetes & de leurs Satellites.

L'un & l'autre de ces deux ſyſtémes eſt très-bien imaginé, & chacun a ſes beautés ; mais auſſi faut-il convenir qu'il y a de part & d'autre de grands défauts, & des difficultés que perſonne n'a encore entiérement levées : de ſorte que je ne m'étonne point que les pieces données pour le dénoûment de notre queſtion, n'ayent pas eu le bonheur de contenter le goût exquis de M^rs. les Juges : c'eſt apparemment que les Auteurs des pieces ont donné avec trop de déférence dans l'un ou l'autre de ces deux ſyſtémes, ſans aſſez de diſcernement du bon d'avec le mauvais. Car, encore un coup, il faut demeurer d'accord que chacun a ſon mauvais côté, par lequel il faudroit l'enviſager auſſi avant que de s'y livrer entiérement.

§. III.

M. de Maupertuis, dans l'excellent Diſcours ſur les différentes figures des Aſtres, qu'il donna au public vers la fin de l'année derniére, expoſe très-diſtinctement toutes les difficultés auſquelles les deux ſyſtémes ſont ſujets, quoiqu'en qualité de

Géométre, il admette celui de M. Newton, à cauſe de l'exactitude avec laquelle la plûpart des phenomenes céleſtes s'expliquent dans ce ſyſtéme, & non point à cauſe de l'évidence des principes qu'on y adopte. Il a raiſon de dire, que tout effet réglé, nonobſtant que ſa cauſe ſoit inconnue, peut être l'objet des Mathématiciens ; témoin Galilée, qui, ſans connoître la cauſe de la peſanteur des corps vers la terre, n'a pas laiſſé de nous donner ſur cette peſanteur, une théorie très-belle & très-ſûre, & d'expliquer les phénomenes qui en dépendent ; témoin auſſi lui-même, qui, dans le chapitre penultiéme, nous donne, en habile Mathématicien, la ſolution de deux problémes difficiles, ſur les figures que doivent prendre les fluides qui tournent autour d'un axe, & ſur la nature d'un torrent de matiére fluide, circulant autour d'un axe hors du torrent : où il ſuppoſe la peſanteur du fluide comme une attraction, ſans avoir beſoin d'en indiquer la cauſe, ni de dire en quoi elle conſiſte. Il remarque fort bien, que M. Newton avoit aſſez de candeur, pour ne regarder jamais l'attraction comme une explication de la peſanteur des corps les uns vers les autres, & pour avertir qu'il n'employoit ce terme que pour déſigner un fait, & non point une cauſe.

Il n'en eſt pas autrement du Vuide parfait que M. Newton ſuppoſe ; il lui eſt permis de le ſuppoſer, tant qu'il ne s'en ſert que comme d'un milieu, ou d'un fluide ſans réſiſtance, ſe mettant peu en peine ſi un tel milieu ou un tel vuide peut exiſter ou non. Un Géométre, en tant que tel, n'eſt pas obligé d'expliquer l'origine des faits : il peut les ſuppoſer, pourvû que, pour en découvrir les propriétés, il raiſonne juſte ſur les hypothéſes établies. Il ſeroit à ſouhaiter que les partiſans de M. Newton euſſent ſuivi l'exemple de leur maître ; & qu'au lieu de prétendre que le vuide & l'attraction ſont des réalités dans la nature des choſes, & que ce ſont des principes d'exiſtence, ils les euſſent ſeulement enviſagés comme des maniéres de concevoir.

§. IV.

C'eſt donc au Phyſicien qui veut chercher les cauſes des faits, à établir des principes d'exiſtence, & ces principes doivent être clairs & intelligibles, ſi bien que leur poſſibilité ſe manifeſte d'elle-même. Je ne penſe pas que le principe d'attraction ait autant

d'évidence que celui d'impulsion : je vois, par exemple, avec une évidence entiére, qu'un corps en mouvement qui en rencontre un autre en repos, doit le mouvoir aussi, non-seulement parce que les corps sont impénétrables, mais parce que le choc est une action, & que toute action doit avoir son effet, qui produit un changement dans l'état de celui qui le reçoit: mais il n'y a point d'autre changement d'état dans le corps choqué, que celui de quitter l'état de repos où il étoit pour se mouvoir; car c'est une loi générale reçûe dans la Statique & la Méchanique, que les corps pressés plus d'un côté que de l'autre, doivent céder vers où ils sont le moins pressés. Or le choc se fait par pression; c'est donc une action dont il résulte un effet. Qui veut concevoir une action sans effet, il veut concevoir une chimére.

Tout au contraire, un corps sans mouvement ne peut pas agir, puisque l'action d'un corps dépend uniquement de son mouvement; ainsi je ne vois pas comment deux corps éloignés & en repos peuvent s'attirer mutuellement, c'est-à-dire, se mettre en mouvement d'eux-mêmes; ce seroit un effet sans cause, & une action sans principe d'agir. Vouloir recourir à la volonté immédiate de Dieu, & dire que Dieu les pousse l'un vers l'autre avec une certaine force, lorsqu'ils sont à une certaine distance de l'un à l'autre, ce seroit bannir les causes secondes de la Nature; il vaudroit autant dire que tous les phénomenes, & tout ce qui arrive dans l'univers, s'exécute immédiatement par la cause premiére, je veux dire, par la volonté divine; & que les causes secondes n'y contribuent que comme des occasions qui déterminent l'Etre souverain à agir d'une telle ou telle maniére, selon les diverses contingences: mais ce seroit introduire de nouveau le systéme des causes occasionnelles, qui n'a guéres contenté les Philosophes de bon goût.

§. V.

Les inconvénients qui résultent de ces deux principes incompréhensibles pour un Physicien, je parle du Vuide & de l'Attraction, ne sont pas les seuls qui empêchent d'admettre dans la Physique le systéme de M. Newton: il y en a d'autres, par rapport à quelques phénomenes, qui restent inexplicables, quand même on accorderoit ces principes; ce sont, par exemple, la rotation

des Planetes autour de leur axe ; comme auſſi la direction commune de leur révolution autour du Soleil, ſe faiſant chacune ſous le zodiaque d'Occident en Orient, ainſi que ſe fait auſſi la révolution du Soleil ſur ſon axe ; item, les mouvemens irréguliers des Cometes, dont preſque chacune a ſa direction particuliére, & ſouvent contraire l'une à l'autre. Il ſemble que le Vuide parfait, tel que M. Newton le ſuppoſe, devroit permettre aux Planetes auſſi-bien qu'aux Cometes, de ſe choiſir chacune une route particuliére, & indépendante de la régularité de direction. M. Newton a ſi bien ſenti cette difficulté, qu'il avoue que ce phénomene eſt quelque choſe de ſurnaturel.

§. VI.

Le ſyſtéme des Tourbillons imaginé à la maniere de M. Deſcartes, ne laiſſe pas d'être expoſé auſſi à de grandes objections : on ſçait que la gravitation des Planetes vers le Soleil, attribuée à l'effet de la force centrifuge de la matiére du Tourbillon, ne devroit pas ſe faire directement au centre du Soleil, mais perpendiculairement vers l'axe du Tourbillon, de même que les corps graves ſur la terre devroient avoir une tendance perpendiculaire à l'axe, & ne point tendre au centre de la terre. Il ſemble auſſi que les Planetes principales, ſi elles étoient ſimplement entraînées par le courant de la matiére du Tourbillon ſolaire, devroient avoir la même viteſſe & la même denſité, qu'ont les couches du Tourbillon, dans la région où elles nagent ; tout comme un vaiſſeau abandonné au courant d'un fleuve, acquiert enfin une viteſſe commune avec l'eau qui l'emporte : de ſorte que la force centrifuge des Planetes deviendroit préciſément égale à celle qu'auroit un égal volume de matiére du Tourbillon aux endroits où nagent les Planetes : donc à cauſe du parfait équilibre entre ces deux forces centrifuges, les Planetes, n'ayant point de gravitation plus ou moins grande dans un tems que dans un autre, ne varieroient jamais de diſtance au Soleil. Il eſt vrai qu'on a propoſé différens moyens pour faire voir comment les Planetes peuvent s'approcher & s'éloigner du Soleil, pendant que le Tourbillon les entraîne ; mais tous ces moyens, quelque vraiſemblables qu'ils ſoient d'ailleurs, ne m'ont jamais paru aſſez naturels.

Il y a encore dans le Tourbillon à la Cartéſienne une difficulté, qui conſiſte en ce que les vîteſſes de ſes couches ſont beaucoup trop grandes, par rapport à celle de l'Equateur du Soleil, pour que la circulation de cet aſtre & celle de ſon Tourbillon dépendent d'un même principe. Cela eſt ſi vrai, que Kepler avant la découverte des taches ſur le diſque du Soleil, ſoupçonnoit qu'il devoit avoir un mouvement de rotation, dont la période étoit de 3 jours au lieu de $25\frac{1}{2}$ jours, comme les obſervations des taches l'ont montré dans la ſuite.

§. VII.

Mais ce qu'il y a de plus fort contre le ſyſtéme des Tourbillons, comme le remarque très-à-propos M. de Maupertuis, réſulte de l'incompatibilité pour ce ſyſtéme entre les deux loix de Kepler, qui s'obſervent pourtant généralement dans le cours des Planetes, tant principales que ſecondaires. En vertu de la premiére de ces loix, les ſecteurs de l'orbe elliptique d'une Planete, formés autour du foyer qu'occupe le Soleil, ſont conſtamment proportionnels aux tems qu'elle emploie à parcourir les arcs de l'ellipſe, compris dans ces ſecteurs. Par la ſeconde loi, il faut que les tems périodiques de différentes Planetes ſoient en raiſon ſeſquipliquée de leurs diſtances moyennes au Soleil, ce qui s'étend auſſi aux Satellites par rapport à la Planete principale, autour de laquelle ils font leurs révolutions.

Si donc, ſelon l'hypothéſe commune des Tourbillons, la vîteſſe des Planetes ſe regle ſur celle des couches de la matiére du Tourbillon, il faudroit, ſuivant la premiére loi des ſecteurs proportionnels aux tems, que les vîteſſes réelles des couches fuſſent en raiſon inverſe des diſtances au centre, c'eſt en quoi conſiſte la circulation harmonique de M. Leibnits. Mais en conſéquence de la ſeconde loi, qui veut que les tems périodiques des différentes Planetes ſoient en raiſon ſeſquipliquée des diſtances au centre, il faudroit que ces mêmes vîteſſes réelles des couches fuſſent en raiſon ſoudoublée réciproque de leurs diſtances. Les vîteſſes des couches auroient donc en même tems deux différentes raiſons par rapport aux diſtances, ce qui impliqueroit une manifeſte contradiction.

Pour la ſauver, on pourroit peut-être inventer un nouveau Tourbillon qui ſatisfit à une des loix, pendant que l'autre ſatisferoit à l'autre ; & chacun de ces deux Tourbillons devroit circuler ſuivant ſa propre regle, ſans s'interrompre mutuellement en ſe traverſant, à peu près comme M. Bullfinger a voulu expliquer (d'une maniére plus ingénieuſe que vraiſemblable) l'effet de la peſanteur & ſa tendance vers le centre de la terre, en multipliant les Tourbillons. Mais c'eſt ici où l'on pourroit demander ſi la ſimplicité des opérations de la nature permet de prodiguer ſi libéralement *des matiéres & des mouvemens, ſans autre raiſon que le beſoin qu'on en a.* Il eſt vrai que c'eſt une libéralité qui ne coute rien, mais auſſi peu pardonnable que celles des anciens Aſtronomes, qui, pour ſuppléer à l'inſuffiſance de leurs hypothéſes, n'ont point fait ſcrupule de créer de nouveaux cieux cryſtallins, des épicycles, & d'autres ouvrages de cette nature, à meſure qu'on en avoit beſoin pour expliquer de nouvelles irrégularités qui ſe découvroient dans le mouvement des Aſtres, ſans ſe mettre en peine ſi tous ces embarras étoient convenables à la ſimplicité, à la beauté, & à la ſymmétrie de l'Univers. Que n'auroient-ils pas encore fait, ces mêmes Aſtronomes, ſi déja de leur tems on eût connu les merveilles du ciel, découvertes dans ces derniers ſiécles, que n'auroient-ils pas fait, dis-je, pour les expliquer à leur maniére ? on ne verroit, je crois, qu'un labyrinthe d'une infinité de cercles nouveaux.

§. VIII.

Je reviens à nos deux ſyſtémes donnés par Deſcartes & par M. Newton : de quelque côté que je me tourne, je rencontre dans chacun des difficultés preſque inſurmontables. J'ai donc crû qu'en voulant ſe dévouer aveuglément à l'un ou à l'autre de ces deux ſyſtémes, on ne pourroit pas répondre d'une maniére ſatisfaiſante à la queſtion propoſée. Un juſte milieu entre les deux m'a paru le plus ſûr ; pour cette fin, j'ai choiſi de l'un & de l'autre ce qu'il y a de plus naturel & de plus ſimple : j'ai abandonné dans chacun, ceux des principes qui choquent ou la raiſon ou le bon ſens, ne me ſervant que de ceux qui ſont clairs & intelligibles : j'en ai tiré des conſéquences, qui en découlent naturellement ſans les forcer. De cette maniére j'ai tâché de

concilier enſemble les deux ſyſtémes par leur beau côté, pour en former un nouveau. J'admets dans ce nouveau ſyſtéme les Tourbillons des deux eſpeces, tant ceux du Soleil & des Etoiles fixes, que les particuliers autour des Planetes principales. Je ne leur donne point d'autre mouvement que celui qu'ils ont reçû du même principe qui a fait tourner les Aſtres ſur leur centre qu'ils environnent. C'eſt la maniére la plus ſimple de concevoir la circulation d'un Tourbillon.

La gravitation des Planetes vers le centre du Soleil, & la peſanteur des corps vers le centre de la terre, n'a pour cauſe ni l'attraction de M. Newton, ni la force centrifuge de la matiére du Tourbillon ſelon M. Deſcartes; mais l'impulſion immédiate d'une matiére, qui, ſous la forme d'un Torrent que je nomme *central*, ſe jette continuellement de toute la circonférence du Tourbillon ſur ſon centre, & imprime par conſéquent à tous les corps qu'il rencontre ſur ſon chemin, la même tendance vers le centre du Tourbillon. De-là je rends raiſon de la propriété de cette gravitation des Planetes, néceſſaire pour qu'elles décrivent des ellipſes autour du foyer, qui eſt le centre des tendances: Et tout ce qu'en déduit M. Newton par ſes attractions, ſe déduit naturellement de ma théorie des impulſions du Torrent central.

Cependant mes principes ayant entre eux une liaiſon étroite, je ne pourrois pas commodément raiſonner ſur le ſujet en queſtion, ſans faire préalablement une deſcription de mon ſyſtéme: ce que je fais d'autant plus volontiers, que j'aurai occaſion d'expliquer en même tems les cauſes des principaux phénomenes du ciel, & de donner ainſi une idée générale d'une nouvelle Phyſique céleſte.

Je partage mon ouvrage en quatre parties; les trois premiéres ſeront employées à l'expoſition du nouveau ſyſtéme, & à l'explication des faits; & la quatriéme partie traitera en particulier de la Queſtion propoſée, où je ferai voir que la cauſe qui fait que la route des Planetes principales s'écarte du plan de l'Equateur du Soleil, eſt ſemblable à celle qui détourne les vaiſſeaux ſur mer de la direction de la Quille, ce que l'on appelle la *Dérive des vaiſſeaux*.

PREMIERE

PREMIERE PARTIE.

§. IX.

IL y a long-tems que l'on a remarqué, que ſuivant l'idée que Deſcartes donne pour expliquer la cauſe de la peſanteur par l'action de ſes Tourbillons, les corps graves ne devroient pas tendre directement au centre, mais perpendiculairement à l'axe de ces mêmes Tourbillons; les expériences faites depuis, ont confirmé cette objection, en ce qu'on a vû qu'une ſphere de verre remplie d'eau juſqu'à une partie qui contenoit de l'air, ou une matiére liquide de moindre denſité que l'eau, étant tournée rapidement ſur ſon axe, cet air ou cette matiére moins denſe ſe rangeoit non point autour du centre en forme de globe, mais plutôt le long de l'axe, & formoit un noyau allongé, approchant de la figure cylindrique, conformément à la nature des forces centrifuges, qui veut que les parties qui en ont moins, comme ſont les moins denſes, cédent aux plus denſes, qui ont plus de force centrifuge, & tendent par conſéquent vers le centre du cercle parallele à l'équateur de la ſphere, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à ſon axe. Qu'on liſe pour cela le diſcours de M. Bulffinger.

M. Huguens voulant obvier à cet inconvénient, a imaginé une autre ſorte de Tourbillon, dont la matiére ſe meut en tout ſens ſur la ſurface ſphérique de chaque couche dont il conçoit compoſé ſon Tourbillon; de-là il prétend faire voir pourquoi les corps peſans tendent directement au centre du Tourbillon: mais ce mouvement prétendu ſouffre de très-grandes difficultés, parce qu'on ne ſçauroit dire ce qui peut entretenir ce mouvement, d'autant qu'il ſemble que chaque particule du Tourbillon, étant rencontrée par une autre de maſſe & de vîteſſe égale directement oppoſée, toutes les deux devroient s'arrêter tout court, à moins qu'on ne veuille ſuppoſer un reſſort parfait dans ces corpuſcules élémentaires qui les repouſſe, ſans pouvoir dire d'où leur vient ce reſſort, & partant plus difficile à expliquer que la cauſe de la peſanteur elle-même.

§. X.

Selon mon ſyſtéme, il faut concevoir deux ſortes de matiére, comme auſſi deux mouvemens principaux dans un Tourbillon céleſte ; l'une de ces ſortes de matiére, eſt celle que je conçois comme parfaitement liquide, je veux dire, non-ſeulement diviſible à l'infini, ce qui eſt commun à tous les corps, mais diviſée réellement à l'infini & ſans bornes, ou plutôt c'eſt un fluide uniforme, qui n'eſt pas compoſé de corpuſcules élémentaires, comme on conçoit les fluides ordinaires, qui, ſelon la multitude & groſſeur de ces corpuſcules plus ou moins ſerrés, ſont conçûs être plus ou moins denſes, & faire une plus ou moins grande réſiſtance aux corps ſenſibles qui y nagent : au lieu que notre matiére parfaitement liquide, en tant qu'elle eſt deſtituée de corpuſcules élémentaires, eſt ſans réſiſtance, comme nous verrons plus amplement ci-après.

M. Deſcartes paroît avoir ſuppoſé quelque choſe d'approchant, par ſa matiére qu'il appelle du *premier élément* ; mais il y a une tres-grande différence entre nos deux maniéres de concevoir la nature & l'origine de cette matiére. La voici :

§. XI.

On ſçait que ce Philoſophe prétendoit, que lorſqu'un Tourbillon céleſte devoit ſe former d'une maſſe de matiére, au commencement en repos, & diviſée en petits corpuſcules qui ſe joignoient exactement les uns aux autres, ne laiſſant aucun vuide entre eux ; que toute cette grande maſſe ayant pris par la volonté de Dieu, un mouvement de circulation autour d'un centre, ces corpuſcules ont dû quitter leurs places, & ſe choquer de toutes parts, d'où il eſt arrivé, ſelon lui, que par la fréquente attrition de leurs angles & prominences avancées, ils ſe ſont enfin écornés, juſqu'à s'arrondir parfaitement en petits globules très-ſolides, & deſtitués de pores ; car Deſcartes croit que la ſolidité ou la dureté des corps n'a point d'autre cauſe que le repos relatif de leurs parties entre elles.

C'eſt l'amas de tous ces petits globules qu'il a voulu nommer la matiére du ſecond élément, & qui par la continuation de ſon mouvement circulaire une fois imprimé, forme un des

Tourbillons céleſtes. Le déchet, ou la raclûre provenue après l'arrondiſſement des globules, eſt ce que Deſcartes a nommé matiére du premier élément, dont les particules incomparablement plus petites que les globules, n'ont aucune figure réguliére ni déterminée, mais ſervent en partie à remplir les interſtices triangulaires des globules, & en partie à s'amaſſer autour du centre du Tourbillon dans l'eſpace qui ſeroit reſté vuide par la formation & diminution des globules, leſquels par leur force centrifuge ſe ſont éloignés du centre. Cet amas de matiére du premier élément qui occupe la région centrale du Tourbillon, eſt, ſelon Deſcartes, la ſubſtance du Soleil, ou d'une autre étoile.

§. XII.

Je ne veux pas m'amuſer à faire l'hiſtoire de toutes les conſéquences que ce grand Philoſophe a tirées de cette hypotheſe, pour en compoſer tout ſon ſyſtéme du monde. Il me ſuffit de faire voir que ſa matiére du premier élément n'eſt pas actuellement diviſée à l'infini, puiſqu'il veut que chacune de ces particules ait été ſéparée d'une plus grande, dont elle faiſoit partie; elle eſt donc encore un corpuſcule entier & indiviſé, quoique ſujet à des changemens infinis de grandeur & de figure. De-là il ſuit que notre Philoſophe a regardé la ſolidité ou la dureté des particules élémentaires, c'eſt-à-dire, ce repos relatif de leurs parties internes, comme un attribut eſſentiel ou attaché à leur nature.

§. XIII.

Mais moi, tout au contraire, je penſe que la dureté des corps, quelque petits qu'ils ſoient, eſt une qualité accidentelle, qui n'eſt point compriſe dans l'idée que nous devons avoir du corps. La cohéſion des parties, ſoit parfaite ou imparfaite, eſt un phénomene qui a ſa cauſe comme tous les autres phénomenes de la nature. Qui dit corps, ne dit autre choſe que ce qui eſt étendu, mobile & impénétrable; voilà tout ce que l'idée du corps doit renfermer; il n'eſt pas même néceſſaire de faire entrer la diviſibilité dans la définition du corps, comme étant déja compriſe dans la ſeule notion de l'étendue.

§. XIV.

Cela étant, il eſt viſible que la matiére, en tant que matiére, eſt non-ſeulement diviſible à l'infini, mais qu'immédiatement après ſa création, elle pouvoit être réellement diviſée à l'infini; j'entends ici une *infinité* abſolue, en ſorte qu'il n'y a pas même des particules infiniment petites, ou, pour parler ainſi, des différentielles de matiére, dont on puiſſe dire qu'elles ont une ſolidité néceſſaire: car, encore une fois, la ſolidité n'entre pas dans la nature du corps, & n'en eſt point du tout eſſentielle. Je ſçais bien qu'il y a des Philoſophes, & preſque la plûpart, qui croyent que les corpuſcules élémentaires qui compoſent les corps ſenſibles, ſont ſolides de leur nature, comme ſi la petiteſſe pouvoit changer la nature du corps; mais c'eſt un préjugé tout pur, dont on devroit ſe défaire.

Ainſi je conçois très-clairement, qu'il peut y avoir ſans contradiction dans le monde, une telle matiére que je viens de décrire, & que j'appellerai, priſe dans ce ſens, *matiére premiére*, ou matiére du *premier élément*, dont la nature eſt d'avoir une diviſion, ou plutôt une diſſolution de parties qui va à l'infini abſolu. En effet, qu'eſt-ce qui m'empêche de ſuppoſer l'exiſtence de ce premier élément? car après la création de la matiére en général, le créateur n'avoit qu'à en laiſſer une partie dans ſon état naturel, & cette partie étoit déja ce premier élément, ſans que le Créateur y ajoûtât une nouvelle qualité.

§. XV.

L'autre partie de la matiére aura été employée primitivement à en former des corpuſcules, en prenant pour chacun une petite quantité de matiére du premier élément, ramaſſée enſemble, & qui par le ſeul mouvement conſpirant dans tous ſes points, fait une maſſule dont les parties ſont par cela même cohérentes, ſans dire qu'elles ſoient invinciblement dures. Ce ſont donc ces corpuſcules élémentaires que je qualifierai du titre de *matiére du ſecond élément*. Je ne prétends pas, à l'exemple de Deſcartes, montrer comment par les différentes combinaiſons de la matiére du ſecond élément avec le concours du premier s'eſt formé la matiére du troiſiéme élément, & de-là comment les corps

terreſtres & céleſtes ont pû prendre leur origine ; ce ſeroit une entrepriſe trop hardie & trop préſomptueuſe pour moi. Mon but eſt ſeulement de faire voir que par la nature & par l'action de la matiére du premier & du ſecond élément, tels que je les ai expliqués ici, je me trouve en état de rendre raiſon des principaux phénomenes céleſtes que l'Aſtronomie a obſervés, & partant auſſi de celui qui fait le ſujet de la queſtion de l'illuſtre Académie.

§. XVI.

La matiére du premier élément étant parfaitement liquide, & n'ayant point de parties cohérentes, on voit bien qu'elle ne fait aucune réſiſtance aux corps qui s'y meuvent ; car la réſiſtance des fluides ne vient que de l'inertie des molécules dont les fluides ſont compoſés, & dont un corps qui y nage, doit à tout moment remuer & déplacer une certaine quantité, ce qui ne ſe peut faire ſans leur communiquer une partie de ſon mouvement, & en perdre par conſéquent tout autant. Et c'eſt en quoi conſiſte la réſiſtance, qui, la vîteſſe étant égale, ſera toujours proportionnelle à la denſité du fluide indépendamment de la groſſeur des molécules : car c'eſt le volume entier, & non pas le nombre, que le corps mû déplace dans un petit tems donné, qui doit déterminer la quantité de la réſiſtance.

Ainſi on accorde à M. Newton, que faiſant abſtraction de la ténacité & du frottement du fluide contre le corps, ce qui cauſe une autre eſpéce de réſiſtance, & ne regardant que la réſiſtance qui vient de l'oppoſition & du déplacement d'un volume de molécules que le corps rencontre, cette réſiſtance ſera en raiſon compoſée de la denſité & du quarré de la vîteſſe : on accorde donc auſſi, qu'une plus ou moins grande ſubtilité de ces molécules, ne fait rien à l'eſtimation de la réſiſtance, étant viſible que les plus ſubtiles molécules peuvent être ſi ſerrées, que le fluide qui en eſt compoſé ſera beaucoup plus denſe qu'un autre dont les molécules (peut-être plus groſſiéres) ne laiſſent pas de compoſer un fluide d'une rareté fort grande ; tel eſt, par exemple, l'air dont toutes les molécules élémentaires, ſelon toutes les apparences, ont plus de groſſeur que celles du vif-argent, quoique le vif-argent ſoit bien dix mille fois plus denſe que l'air

§. XVII.

Mais ſelon l'idée que nous avons de notre matiére du premier élément, puiſqu'elle n'eſt pas un amas de molécules ſolides comme un autre fluide, il eſt évident qu'elle n'a pas cette inertie requiſe pour oppoſer de la réſiſtance aux corps qui s'y meuvent. C'eſt donc une matiére liquide d'une continuité & homogénéïté parfaite, qui cede avec une facilité infinie au moindre mouvement d'un corps; qui ne fait que remplir le vuide, & s'accommoder à tout moment aux différentes ſituations des corps qu'elle environne. Cela fait que les corps y peuvent continuer leur mouvement ſans en rien perdre, tout comme ils feroient, s'ils nageoient dans un vuide parfait, tel que le ſuppoſent les partiſans rigides de M. Newton.

§. XVIII.

Suivant ma théorie, la nature & la formation d'un Tourbillon céleſte, ſe fait comme je vais l'expliquer. Il faut concevoir une prodigieuſe quantité de matiére fluide, mais non pas de celle que Deſcartes appelle des globules céleſtes; je ſuppoſe que ſa plus grande partie ſoit faite de cette matiére du premier élément parfaitement liquide, dans laquelle ſoit mêlée une bonne partie de matiére du ſecond élément, diſperſée par toute la maſſe, en ſorte que les particules du ſecond élément, quoique bien proches les unes des autres, ne laiſſent pas d'avoir des intervalles, qui ſont bien grands en comparaiſon des diametres de ces particules, à peu près comme je conçois que le peu de fumée qui ſort d'un grain d'encens mis ſur un charbon ardent remplit tout l'air d'une chambre, ou comme un grain de cochenille peut teindre une grande quantité d'eau claire. Donc toute cette maſſe de matiére parfaitement liquide, mais impregnée de particules du ſecond élément, commençant à être tournée autour du centre en forme d'un Tourbillon, continuera de ſe mouvoir avec la vîteſſe une fois acquiſe; mais cette vîteſſe, qui ſera vers l'équateur du Tourbillon à peu près en raiſon réciproque de la racine quarrée de la diſtance au centre, comme on a démontré ailleurs que la nature du Tourbillon le requiert, n'eſt pas à beaucoup près ſi rapide que ſe l'imaginent

ceux qui croyent avec Descartes, que les Planetes sont emportées par le Tourbillon autour du Soleil. Car je ferai voir que les Planetes ont un tout autre principe de leur mouvement annuel, & que la circulation de la matiére du Tourbillon est destinée à un autre usage qu'à celui d'emporter les Planetes.

§. XIX.

Je reviens à considérer le Tourbillon dans l'état de génération : dès le moment donc qu'il a commencé à circuler, les particules du second élément ont à la vérité acquis un peu de force centrifuge ; je dis *un peu*, parce que leur mouvement circulaire est très-lent par rapport à celui qui seroit requis pour entraîner les Planetes, suivant l'idée de M. Descartes ; cependant cette force centrifuge, quelque petite qu'elle soit, a fait monter un peu les particules du second élément, en s'éloignant du centre ; s'étant ainsi rapprochées entre elles, elles ont composé le corps du Tourbillon plus dense qu'il n'étoit, & la densité introduite a été différente, selon les différens éloignemens du centre, & la diversité des particules, soit dans leur grosseur, figure, ou autres circonstances, ce qu'il n'est pas à propos d'approfondir, comme ne faisant rien à mon dessein. Il suffit que je dise que la densité la plus grande qui se trouve dans le Tourbillon, peut être conçûe de si peu de conséquence, que malgré cette densité, la matiére du second élément est encore si rare, que le mouvement d'une Planete n'en sçauroit être retardé sensiblement pendant un grand nombre de siécles.

§. XX.

Cependant, par l'éloignement du centre & par la condensation de la matiere du second élément, il resta un espace autour du centre du Tourbillon, qui fut rempli de matiére du premier élément d'une liquidité parfaite, entremêlée pourtant de particules grossiéres, qui, par l'irrégularité de leurs figures, se sont accrochées en partie, & n'ont pas acquis assez de force centrifuge pour sortir de cet abysme de matiére du premier élément.

§. XXI.

C'est cette matiére infiniment liquide, accumulée & renfermée dans l'espace central de chaque Tourbillon, qui fait ce

qu'on appelle une étoile fixe, ou le Soleil qui eſt au centre du Tourbillon ſolaire, dont je veux entretenir mon lecteur; tout ce que j'en dirai pouvant être appliqué aux autres Tourbillons, dont chacun eſt parmi les autres, comme entouré de ceux qui lui ſont les plus voiſins tout à l'entour.

§. XXII.

La maſſe totale du Soleil, ramaſſée autour du centre de ſon Tourbillon, aura acquis par la premiére impreſſion ce mouvement de rotation ſur ſon centre, dont une révolution (comme on le connoît par ſes taches) s'acheve dans le tems de $25\frac{1}{2}$ jours par rapport aux étoiles fixes, mouvement trop tranquille & trop lent pour produire une force centrifuge de quelque conſidération, comme je le ferai voir ci-deſſous.

§. XXIII.

Mais la matiére du Soleil, qui eſt infiniment ſubtile, & dont la moindre portion l'eſt auſſi, par conſéquent ſuſceptible d'une extrême agilité, cette matiére, dis-je, n'auroit-elle point d'autre principe de mouvement que celui dont je viens de parler, en vertu duquel tout le globe ſolaire tourne ſur ſon axe d'une viteſſe aſſez uniforme, de même que ſon tourbillon dans chacune de ſes couches? Il ne faut pas douter que la matiére du Soleil, outre ſon mouvement rotatif, ne ſoit encore dans une agitation très-violente, qu'elle a reçûe dès le commencement de ſon exiſtence, & qui ne ſçauroit diminuer par la longueur du tems, quoique cette agitation ſe faſſe confuſément & en tout ſens: car comme ce liquide parfait eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps qui y nagent, ainſi que nous l'avons dit, il s'enſuit que les parties n'ayant point de connexion entre elles, ſe mouvront auſſi très-librement, ſans s'empêcher ni ſe réſiſter en aucune maniére.

§. XXIV.

Voyons ce qui doit arriver aux corpuſcules groſſiers & irréguliers, que j'ai dit (§. XX.) être mêlés par-ci par-là dans cet océan du premier élément; & qui par l'irrégularité de leur figure, & par la lenteur du mouvement de rotation de la maſſe du Soleil,

Soleil, n'acquiérent pas assez de force centrifuge pour sortir & s'éloigner du Soleil, ou s'il y en a qui s'éloignent, cet éloignement ne s'étendra qu'à une certaine distance, par exemple, tout au plus jusqu'à l'orbite de la terre, peut-être dans un tems plus que dans un autre. Enfin selon la constitution & l'agilité de ces corpuscules, une partie ira assez loin, une autre se rangera plus ou moins haut à proportion de la force centrifuge que les corpuscules reçoivent par le tournoyement du Soleil.

§. XXV.

C'est peut-être de cette matiére qui s'échappe du Soleil, que se forme une espece d'atmosphere platte autour de cet astre, & particuliérement sur le plan de son équateur, puisque c'est ici où le mouvement de circulation est le plus vîte, & où par conséquent la force centrifuge est la plus grande. Ainsi il n'y a nul doute que ce ne soit cet atmosphere qui cause la lumiére zodiacale, que M. Cassini le pere observa la premiere fois le soir du 18. Mars 1683. comme il l'a annoncé lui-même dans le Journal des Sçavants du 10. Mai de la même année. Après lui, M. Fatio de Duiller remarqua aussi cette lumiére dans l'Automne le matin avant le lever du Soleil, d'où il conjectura d'abord, qu'elle devoit paroître le plus sensiblement dans ces deux saisons, sçavoir dans le Printems après le coucher du Soleil, & dans l'Automne avant son lever, parce qu'alors dans nos climats, l'écliptique (ou plûtôt le plan de l'équateur solaire) sur lequel la lumiére (qu'on appelle zodiacale) se répand, s'éleve le plus droit sur l'horison, ou s'approche le plus d'un cercle vertical.

§. XXVI.

Après cette petite digression je reviens à mon systéme, qui se développera par l'explication des principaux phénomenes astronomiques, entre lesquels celui qui est en question demande le plus d'attention, vû l'extrême difficulté qui se présente de tout côté en voulant chercher une cause physique probable, qui fasse détourner la route des Planetes du plan de l'équateur solaire, d'autant qu'il paroît être contre le cours & l'ordre de la nature, que les corps mûs ne suivent pas la direction de la

cauſe mouvante, là où les corps céleſtes ont un champ libre d'aller en tel ou tel ſens, vers où la force motrice les détermine.

C'eſt ici en effet, que l'action des Tourbillons à la Cartéſienne ſouffre un horrible échec; car le mouvement du Tourbillon & celui du Soleil ſur ſon axe, ſe faiſant chacun d'Occident en Orient, prennent ſans doute leur origine d'une même cauſe: le Tourbillon & le Soleil ſont un tout, ainſi la même force primitive qui a fait tourner l'un, a auſſi fait tourner l'autre; donc l'équateur de l'un & l'équateur de l'autre devroient être dans un même plan; donc auſſi les Planetes, qui flottent tranquillement (ſelon l'idée de Deſcartes) dans la matiére du Tourbillon, devroient ſuivre abſolument ſa direction, tout comme un bateau dans une riviere abandonné à lui-même, eſt bientôt entraîné par l'eau, & dirigé ſuivant le fil du courant. Cependant les Planetes ne marchent pas ſur les traces du courant du Tourbillon, elles s'en écartent, & décrivent des routes particuliéres, dont les plans coupent le plan commun du Tourbillon & du Soleil dans la ligne des Nœuds qui paſſe par leur centre commun. Voilà le point capital de la difficulté.

§. XXVII.

Pour me préparer à y répondre convenablement, je continue à faire mes réflexions ſur les effets que doit produire la véhémente agitation de la matiére du premier élement, dont j'ai commencé à parler. (§. XXIII.) Je regarde d'abord cette agitation comme la plus forte ébullition que l'on puiſſe concevoir, & d'autant plus forte que la quantité de corpuſcules irréguliers du ſecond élément qui s'y trouvent diſperſés, ne ſçauroit rallentir ni diminuer en rien la violence de cette ébullition, parce que quelque copieuſe que ſoit cette matiére hétérogéne des corpuſcules, elle eſt comptée pour rien en comparaiſon de toute la maſſe du Soleil, & n'y fera pas plus qu'une pincée de pouſſiére que je jetterois dans un grand chauderon rempli d'eau bouillante.

Cependant ces corpuſcules ne laiſſent pas d'être la cauſe de pluſieurs effets conſidérables tant au dedans qu'au dehors du Soleil; car comme ils ſont obligés de ſubir la même agitation confuſe, ils ne peuvent que ſe choquer très-fréquemment avec une grande impétuoſité, par où il arrive qu'une partie des plus groſ-

siers & irréguliers, pouvant réſiſter à la rupture, s'accrochent enſemble, & forment enfin de gros pelotons, à peu près comme ſe font les avalanges de neige, qui groſſiſſent en roulant avec précipitation du haut d'une montagne. C'eſt de-là ſans doute, que tirent leur origine les taches de différente grandeur & figure, que l'on obſerve ſur le diſque du Soleil, qui vraiſemblablement ne ſont autre choſe que ces gros pelotons, expulſés quelquefois vers la ſurface du Soleil, & enſuite derechef engloutis.

L'apparition de ces taches a été d'un grand ſecours aux Aſtronomes, qui par leur mouvement ſur le diſque ſolaire ont eu l'avantage de déterminer deux choſes : 1°. le tems périodique d'une révolution du Soleil ſur ſon axe ; & 2°. la ſituation de ſon équateur par rapport aux étoiles fixes. Par où ils ont connu que ce mouvement de rotation ſe fait en même ſens que la révolution des planetes autour du ſoleil, ſçavoir ſuivant l'ordre des ſignes ; marque certaine que ces mouvemens ſont les effets d'une même cauſe. Quant à l'équateur ſolaire, ils ont auſſi trouvé par leurs frequentes obſervations, qu'il n'eſt pas dans un plan commun avec l'écliptique ou l'orbite de la terre, ni avec les orbites des autres Planetes, mais que toutes ces orbites ſont différemment inclinées, tant entre elles, que par rapport à l'équateur du Soleil. Or, comme cette différence ne paroît pas bien s'accorder avec la mutuelle dépendance qui devroit régner entre le mouvement de rotation du Soleil, & celui de ſon tourbillon, c'eſt juſtement ce qui a occaſionné l'illuſtre Académie d'en demander la cauſe Phyſique ; mais avant que d'en venir à la ſolution de cette importante queſtion, il faut néceſſairement achever d'expliquer mon ſyſtéme, afin que la liaiſon entre tous les phénomenes, dont l'explication en découle ſi naturellement, ſoit expoſée dans un plus grand jour. Je me flatte que la ſimplicité, auſſi-bien que la fécondité des principes dont je me ſers, ſera agréable à tous ceux qui aiment qu'un ſyſtéme ſoit clair & intelligible.

§. XXVIII.

Nous avons conſidéré l'effet que produiſent les corpuſcules groſſiers & crochus, en formant par leur rencontre & leur concreſcence, les taches du Soleil. Je paſſe maintenant à méditer ſur ceux qui ſont moins groſſiers, & d'une conſiſtence friable ;

je vois avec une évidence entiére, que ceux-ci ne pouvant pas réſiſter à l'impétuoſité & fréquente colliſion, ſans ſe rompre de plus en plus, deviendront d'une ſubtilité qui ſurpaſſe la force de l'imagination. C'eſt donc dans l'agitation incroyablement violente, & la colliſion perpétuelle de ces petites maſſules, que conſiſte la lumiére éclatante, & la chaleur exceſſive du Soleil. Il n'y a qu'à voir comment l'une & l'autre eſt portée au-dehors du Soleil à une diſtance immenſe, & avec une rapidité prodigieuſe.

§. XXIX.

Je ne ſçais ſi on ne m'accordera pas facilement, que ces maſſules réduites à une petiteſſe quaſi infinie, & miſes dans une effervéſcence extraordinaire, ne pouvant plus ſe contenir dans leurs bornes, ſeront chaſſées & jettées hors du Soleil avec une vîteſſe incomparablement plus grande que tout ce qu'on peut imaginer de plus rapide, & cela en direction droite du centre vers tous les points de la ſurface extrême, & au-delà même (comme nous l'entendrons bientôt) du Tourbillon. Nous voyons au moins une foible image de telles exploſions dans les liqueurs ſpiritueuſes faites par la chymie, leſquelles étant fortement ſecouées & agitées, rendent une odeur beaucoup plus forte & plus au loin que quand elles ſont dans un état calme, marque certaine que par le mouvement d'agitation les particules ſpiritueuſes ſont pouſſées dehors, & diſperſées de toute part à la ronde juſqu'à une diſtance conſidérable.

Je conçois donc que ces effluves qui ſortent du Soleil ſans ceſſe en ligne droite par l'effet d'une exploſion très-violente, ſont ce qu'on appelle les rayons du Soleil, qui portent ſur tout ce qu'ils rencontrent la lumiére & la chaleur de la maniére qu'on ſçait aſſez, ſans que je m'y arrête long-tems.

§. XXX.

Je dois plutôt répondre à deux objections qu'on peut me faire; la premiére eſt, pourquoi par ce continuel écoulement de ces maſſules, qui dure déja depuis la création du monde, la ſource qui eſt dans le Soleil, ne tarit pas à la fin, & que la matiére ne lui en manque jamais? La ſeconde objection conſiſte

en ce qu'on me demandera, d'où vient que les rayons qui traverſent les vaſtes étendues du ciel, ne perdent rien de leur rapidité? Pour ce qui eſt de la derniére de ces objections, à laquelle je répondrai en premier lieu, je dis ſans détour, que chaque Tourbillon n'étant qu'une maſſe de matiére du premier élément, mais ſans agitation inteſtine, qui ſe trouve ſeulement dans celle du Soleil & des autres étoiles fixes, & que dans cette maſſe du Tourbillon y ayant bien quantité de particules du ſecond élément, mais qui ſont fort diſperſées les unes des autres; on voit bien, que puiſque la matiére du premier élément ne réſiſte pas, les rayons y paſſeront ſans aucun obſtacle de la part de cette matiére, & à cauſe des grands interſtices que laiſſent entre elles les particules du ſecond élément, l'extrême ſubtilité des maſſules dont les rayons ſont compoſés, fait auſſi qu'il n'y a point d'empêchement à craindre pour leur paſſage; & que ſi par haſard il y en a, l'une ou l'autre de ces particules, qui ſe rencontre ſur leur chemin, ſera bien vîte refoulée, & écartée par le flux continuel du rayon.

§. XXXI.

Mais quant à la premiére objection, elle mérite plus d'attention, d'autant que la réponſe que j'y donnerai, m'ouvre juſtement le chemin pour parvenir à la connoiſſance de la cauſe phyſique d'un des plus importans phénomenes, je parle de la peſanteur. On renvoie donc la réponſe, pour la donner lorſque j'aurai à expliquer la peſanteur dans toute ſon étendue; il ſuffit que je diſe en paſſant, que la perte de la matiére du Soleil qui ſe fait par l'écoulement des rayons, eſt à tout moment réparée par une égale quantité d'autre matiére qui s'y jette de tout côté, venant des extrémités du Tourbillon vers le Soleil, de la maniére que j'indiquerai.

Revenons donc aux rayons du Soleil, dans le progrès deſquels conſiſte la propagation de la lumiére. Il y a long-tems que l'on eſt déſabuſé de croire avec Deſcartes, que cette propagation ſoit inſtantanée comme un effort qui ſe communique à la fois d'un bout à l'autre par toute la longueur d'un bâton, quand il eſt preſſé par l'une des extrémités. L'obſervation qu'a faite M. Romer, montre évidemment que le progrès de la lumiére eſt

ſucceſſif, quoique prodigieuſement rapide, puiſqu'elle parcourt le diametre de l'orbe annuel de la terre dans le tems de 22 minutes horaires; en ſorte que dans une ſeule minute elle fait un chemin de mille diametres de la terre, & $16\frac{2}{3}$ diametres dans une ſeconde. Une telle vîteſſe, qui eſt ſix cens mille fois plus grande que celle du ſon, a paru à M. Huguens trop énorme pour croire que la propagation de la lumiére ſe faſſe par un tranſport actuel d'une matiére, qui, depuis l'objet lumineux, s'en vienne juſqu'à nous. Il a donc mieux aimé concevoir cette propagation ſur le pied que ſe fait celle du ſon, qui s'étend par des ondes ſphériques, comme on le voit dans ſon Traité de la Lumiére, d'ailleurs très-ingénieux; où il prétend que les particules qui compoſent le rayon, ſans ſortir loin de leur place, ſe pouſſent ſucceſſivement, comme feroient de petites boules élaſtiques miſes bout à bout ſur une longue file en ligne droite, dont la premiére en mouvement choqueroit la ſeconde, celle-ci la troiſiéme, & ainſi de ſuite, tout le mouvement de la premiére boule ſeroit tranſmis à la derniére par les boules intermédiaires.

§. XXXII.

Mais ſans parler de l'impoſſibilité du haſard, qui demanderoit que toutes ces petites boules fuſſent miſes très-exactement & à la rigueur géométrique en ligne droite; car ce qu'il dit, que ſi une des boules en rencontroit à la fois trois ou pluſieurs autres, la communication du mouvement en ligne droite ne laiſſeroit pas de ſe faire ſur les ſuivantes avec la même vîteſſe, eſt très-faux, & contre les regles de la communication du mouvement; ſans parler donc de cet inconvénient, on voit bien que par-là il ne gagneroit rien pour ſauver la difficulté qu'il y auroit à comprendre cette énorme vîteſſe, qu'il faut ſuppoſer en ſtatuant que la matiére des rayons ſe tranſporte effectivement depuis l'objet rayonnant juſqu'à la plus grande diſtance où la lumiére ſe porte; car quand on lui accorderoit cette ſorte de tranſmiſſion de mouvement d'une boule à l'autre, ne faut-il pas que chacune reçoive ſucceſſivement la même vîteſſe par l'impreſſion de la précédente? & la rapidité de cette ſucceſſion de l'une à l'autre n'eſt-elle pas plus incompréhenſible, que ſi la

vîteſſe une fois imprimée à chacune des boules ne fait que perſévérer, puiſqu'il n'y a rien en leur chemin qui leur réſiſte, comme nous avons fait voir?

Outre cela, l'élaſticité des boules d'où leur viendroit-elle, vû que les corps ſont naturellement ſans reſſort? & s'ils en ont, il faut qu'il y ait une cauſe qui le produiſe; car certainement l'idée que l'on a du corps, ne renferme pas celle de l'élaſticité, autrement tout corps devroit être élaſtique, ce qui eſt contre l'expérience: donc, ſelon M. Huguens, il faudroit ſuppoſer encore un autre genre de matiére, qui fût incomparablement plus ſubtile que ces boules qui compoſent les rayons de lumiére, leſquelles ſont déja d'une ſi grande ſubtilité, qu'elles paſſent librement les pores les plus étroits, tels que ſont ceux du verre, du cryſtal, du diamant; ce ſeroit donc cette autre matiére, qui, entrant avec une rapidité inconcevable dans les globules de la lumiére, leur devroit procurer cette parfaite élaſticité.

Ainſi M. Huguens, bien loin d'éviter la difficulté, qui, ſelon lui, ſe rencontre en ſuppoſant un tranſport effectif des globules de lumiére avec une ſi grande vîteſſe, eſt réduit à ſuppoſer dans la matiére qui leur donne le reſſort, une vîteſſe infiniment plus grande; ou veut-il peut-être, que l'élaſticité leur ſoit innée ou eſſentielle, ſans qu'on ait beſoin de ſuppoſer pour cela une cauſe étrangére? mais ce ſeroit attribuer à la matiére une qualité auſſi incompréhenſible que l'eſt la vertu attractrice, que donnent ſi libéralement aux corps M^rs les Newtoniens, ſe mettant peu en peine qu'on l'entende ou non. En fait de Phyſique, on a raiſon de rejetter la coutume de ceux, qui, pour expliquer quelque phénomene, ont recours à des principes chimériques, plus obſcurs que ce qui eſt en queſtion.

§. XXXIII.

Après cette diſcuſſion, nous ne balancerons plus à établir pour hypothéſe, que les petites maſſes très-fines (que je nommerai *maſſules*) formées dans le Soleil par cette agitation violente, ſont continuellement chaſſées hors du Soleil avec une rapidité néceſſaire pour parcourir mille diametres de la terre dans une minute de tems. Et comme cette exploſion ſe fait de

tout côté, ou vers toutes les plages du monde, il eſt viſible qu'il y a autant de rayons partans du Soleil, que l'on peut s'imaginer de lignes droites tirées du centre vers toute la circonférence de ſon Tourbillon, & que chaque rayon eſt une file rectiligne d'une infinité de maſſules qui ſe ſuivent immédiatement les unes après les autres avec cette prodigieuſe vîteſſe.

Rien n'empêche donc de concevoir, qu'à cauſe de leur extrême petiteſſe, elles pénetrent librement les pores des corps groſſiers ſur leſquels elles tombent, comme ſont les Planetes & leurs atmoſpheres, ſans y produire d'autre effet que la lumiére & la chaleur; la lumiére ſe termine ſur la ſurface des corps, à moins que leurs pores ne ſoient diſpoſés en ligne droite, auquel cas la lumiére paſſe plus outre avec les rayons; car ceux-ci paſſent toujours (au moins pour la plûpart) de part en part, quoiqu'ils ſoient obligés d'aller en ſerpentant par les corps qu'on nomme *opaques*, à cauſe des détours & des ſinuoſités obliques des pores, mais néanmoins ſans rien perdre de leur rapidité; car les pores ſont aſſez larges pour donner un libre paſſage, ils changent ſeulement la direction, & interrompent par-là l'effet de la lumiére, qui demande la continuation en ligne droite. Mais pour la chaleur, qui eſt cauſée par le frottement continuel que ſouffrent les pores intérieurs ou leurs parois, quand les rayons y paſſent, & agitent les petits filamens qui avancent hors de ces parois; il eſt clair que les parties des corps opaques en étant ébranlées en diverſes maniéres, reçoivent cette qualité qu'on appelle *chaleur*.

§. XXXIV.

Ce n'eſt pas mon deſſein de m'arrêter plus long-tems ſur l'explication de ces deux effets, j'entends de la lumiére & de la chaleur; je n'en euſſe même point du tout parlé, comme hors de mon ſujet, ſi la petite deſcription de mon ſyſtéme (que je dois faire préliminairement avant que de donner une ſolution probable de notre queſtion) ne m'y eût conduit directement.

Je reprends donc le fil de mon diſcours, pour voir ce qui arrive de plus, lorſque les rayons du Soleil, après avoir paſſé au travers des Planetes, auſſi-bien que tous ceux, qui, ne les traverſant pas, ſont parvenus au-deſſus de la région de Saturne,

ou

où ils ne rencontrent plus de Planetes jusqu'à l'extrémité du Tourbillon ; à moins que dans cette vaſte étendue, il n'y ait peut-être encore quelques autres Planetes, mais qui pour être trop éloignées ou trop petites, ne ſont pas viſibles.

§. XXXV.

Les maſſules, dont les files compoſent les rayons, étant ainſi parvenues à l'extrémité du Tourbillon, ſont d'une très-grande rareté, puiſque toutes celles qui partoient à la fois en lignes droites depuis la ſurface du Soleil, ſont préſentement répandues par toute la ſurface du Tourbillon ; par conſéquent les denſités étant en raiſon réciproque des eſpaces qu'une même quantité de maſſules occupe, il eſt évident que la denſité de leur maſſe totale dans l'inſtant qu'elles partent du Soleil, eſt à la denſité de cette même maſſe répandue ſur toute la ſurface du Tourbillon, réciproquement comme le quarré du demi-diametre du Tourbillon eſt au quarré du demi-diametre du Soleil. D'où il paroît qu'à cauſe de cette grande raréfaction de la matiére des rayons ſolaires, la lumiére doit être affoiblie dans la même raiſon directe ; avec tout cela les rayons ne laiſſent pas de continuer leur route avec la même rapidité, & de pénétrer non-ſeulement dans les Tourbillons voiſins, mais de les traverſer, & encore d'autres plus éloignés, pour porter leur lumiére, quoiqu'affoiblie extrêmement, à des diſtances immenſes : il faut bien que cela ſoit ainſi, car ſans cela les étoiles fixes, qui dardent leurs rayons dans notre Tourbillon au travers de pluſieurs autres qui ſont entre deux, ne ſeroient pas viſibles.

§. XXXVI.

Cependant, conſidérons maintenant un autre effet qui doit arriver à la matiére des rayons, lorſqu'elle eſt portée à l'extrémité de ſon Tourbillon, & qu'elle eſt prête à entrer dans celui qui le touche immédiatement : il eſt très-probable, & moralement certain, que parmi tant de millions de milliards de ces maſſules qui ſe préſentent à chaque inſtant ſur toute la ſuperficie du Tourbillon, & dont le plus grand nombre paſſe plus outre, il y en a pourtant auſſi une multitude très-conſidérable, qui ſont rencontrées par tout autant de maſſules ſemblables,

lesquelles chassées du fond des Tourbillons qui environnent le nôtre, viennent fondre sur les premiéres avec la même force. D'où il s'ensuit que ces massules n'ayant naturellement point de ressort, comme je l'ai dit ci-dessus, il faut que toutes les fois que deux de ces massules de différens Tourbillons viennent à se choquer directement, elles perdent toutes deux leur mouvement, & s'arrêtent tout court colées ensemble, & forment ainsi une nouvelle massule en repos, deux fois plus grosse que chacune n'étoit auparavant. Il peut même arriver sans beaucoup de hasard, que plusieurs de ces nouvelles massules en repos, viennent à être choquées à la fois par deux autres primitives, l'une d'un côté, & l'autre du côté opposé, auquel cas il est derechef manifeste par les regles de la communication du mouvement des corps sans ressort, que ce second choc détruisant le mouvement opposé de ces deux nouvelles massules, & les collant aux deux premiéres, il s'en formera un petit peloton en repos, & quatre fois plus gros qu'une des massules primitives.

De cette maniére je conçois clairement, que ces pelotons peuvent grossir de plus en plus avant que d'être chassés de leur repos par des chocs qui viennent d'un seul côté, soit pour retourner ensemble au Soleil, si le choc vient du côté d'un Tourbillon voisin, soit pour pénétrer plus avant dans un des Tourbillons voisins, lorsque le choc vient du côté du Tourbillon solaire.

§. XXXVII.

Ainsi voilà notre Tourbillon solaire, & chacun des autres, terminé par une espece de voile d'un tissu fort rare & poreux, dont les parties ne sont point liées ensemble, en sorte que le plus grand nombre des massules qui composent les rayons y passent librement, pour sortir & entrer d'un Tourbillon dans l'autre: mais à cause de leur multitude infinie, il y en aura toujours assez que le hasard dirige à tomber centralement sur autant de pelotons, qui sont là dans l'inaction & en repos, par conséquent dans un état d'indifférence à être emportés vers où ils sont poussés, c'est-à-dire, les uns pour descendre au Soleil, les autres pour rentrer dans un autre Tourbillon. Il peut même arriver qu'en chemin faisant, quelques-uns de ces pelotons se joignent à d'autres qu'ils entraînent avec eux, & grossiront par ce nouvel accroissement.

De cette maniére nous concevons qu'il doit deſcendre continuellement du ciel une pluie abondante & impétueuſe de pelotons repouſſés en bas par le choc des maſſules, qui ſortent des Tourbillons circonvoiſins.

§. XXXVIII.

Je vais faire à préſent mes réflexions ſur la nature & l'effet de ce déluge de pelotons qui tombe de toute part de la circonférence du Tourbillon vers le centre, & que j'appellerai pour cela *Torrent central*, parce qu'effectivement ſa matiére eſt aſſez copieuſe pour qu'elle ſe jette avec précipitation comme un Torrent perpétuel ſur le Soleil. C'eſt donc de cette matiére, que le Soleil recouvre ſa nourriture, pour réparer la perte qu'il fait ſans ceſſe par l'émanation des files de maſſules, je veux dire, par les rayons ; à peu près comme les eaux qui ſortent de l'Océan, ſoit par l'évaporation, ou par la filtration par les pores de la terre, lorſque de maniére ou d'autre, moyennant la chaleur, elles ſe réſolvent en vapeurs, dont enſuite pluſieurs parcelles ſe joignant enſemble en gouttes, retombent en forme de pluie, ou ſortent des lieux élevés de la terre pour compoſer de petits ruiſſeaux, qui eux-mêmes par leur concours, forment de grands fleuves pour regagner les mers.

Ou bien ne pourroit-on pas faire cette autre comparaiſon, priſe de ce que nous voyons la fumée qui s'éleve de la matiére combuſtible, & dont une partie s'attache au tuyau de la cheminée, & fait la ſuye, laquelle reprenant peu à peu par la réunion des petites particules de la fumée une conſiſtence plus groſſiére, ſe détache enfin, & retombe au foyer. C'eſt donc ainſi qu'on répond à la premiére objection formée dans le §. xxx. Or il eſt aſſez intelligible, ſans que je le diſe, que les pelotons rentrés dans le Soleil, ſont d'abord contraints de ſuivre la violente agitation confuſe, qui ſe trouve dans toute la maſſe du Soleil, & ne ſeront pas long-tems ſans être réduits, par la fréquente colliſion, dans leur premier état de petiteſſe, c'eſt-à-dire, dans la forme des maſſules propres à ſubir l'exploſion néceſſaire pour le dardement des rayons, tout comme la ſuye retombée dans le feu, ſe brûle, & ſe diſſout une ſeconde fois en fumée, & remonte.

En tout cela je ne vois rien qui puiſſe choquer l'imagination; mais il ſe préſente une difficulté dans la maniére de concevoir la deſcente du Torrent central juſqu'au Soleil, ſans que les files de pelotons s'empêchent mutuellement de deſcendre avant que d'arriver à la ſurface du Soleil : car ſi les pelotons encore en repos occupent toute la vaſte étendue de la circonférence du Tourbillon ; & qu'ils viennent enſuite ſe précipiter ſur la ſurface du Soleil, où ils doivent occuper une étendue quaſi infiniment plus petite, il faut ſans doute que la denſité des files près du Soleil devienne comme infinie par rapport à celle que les pelotons ont entre eux pendant qu'ils ſont diſperſés à l'extrémité du Tourbillon : ainſi il ſemble que les files devroient enfin en deſcendant, ſe toucher par les côtés, avant que d'achever la deſcente totale ; mais cela ſe faiſant, il eſt ſenſible que les files du Torrent ne pourroient plus deſcendre davantage, ſans que les pelotons ſe pénétraſſent, d'où il s'enſuit que le Torrent s'arrêteroit, & demeureroit ſuſpendu à une bonne diſtance du Soleil.

Pour lever cette difficulté, on n'a qu'à dire que, quoique les files ſoient aſſez ſerrées autour même de la circonférence du Tourbillon, rien n'empêche pourtant qu'on ne puiſſe ſuppoſer que leurs interſtices peuvent être diminués tant que l'on veut, pourvû que l'on conçoive que la ſomme de tous les diametres des pelotons ſitués autour de la circonférence du Tourbillon, n'excéde pas la circonférence du Soleil : de cette maniére nous comprendrons aiſément que le Torrent deſcendra juſqu'au Soleil, ſans que les files viennent à ſe toucher. Il eſt vrai que pour que cela ſoit, il faut que les pelotons ſoient ſuppoſés d'une ſubtilité extrême, nonobſtant que le plus petit d'entre eux ait une maſſe trois fois plus groſſe qu'une maſſule du rayon ſolaire. La diviſibilité de la matiére à l'infini, permet de donner aux particules une telle ſubtilité que l'on jugera convenable. Il n'y a donc point de contradiction de ſtatuer que nos pelotons occupant toute la ſurface du Tourbillon, & ſerrés entre eux ſi près que l'on voudra, ils pourront néanmoins, étant tranſportés ſur le Soleil, trouver aſſez d'eſpace ſur ſa ſurface, pour y être ſitués au large, & ſans ſe toucher les uns les autres.

SECONDE PARTIE.

§. XXXIX.

APRE'S avoir donné une idée, ce me ſemble, aſſez intelligible de la génération de nos pelotons, qui doivent former le Torrent central, je pourſuis ma théorie, pour en déduire les cauſes des phénomenes & des faits céleſtes; je commence par expliquer la cauſe de la peſanteur. A cette fin, je ferai mes remarques ſur les groſſeurs reſpectives, & les vîteſſes que peuvent acquérir les pelotons, lorſqu'ils ſont mis en mouvement par l'impulſion des maſſules qui viennent des Tourbillons du dehors. De ce que je viens d'expliquer, il eſt d'abord manifeſte que les plus petits pelotons qui forment le Torrent central, ſont compoſés pour le moins de trois maſſules, ſçavoir de deux, qui, par leur choc direct, ſe ſont mis en repos, & de la troiſiéme, qui leur donne l'impulſion, & vont conjointement deſcendre vers le Soleil, ne faiſant plus qu'un ſeul petit corps que j'ai nommé *peloton*, dont la commune vîteſſe ſera (par les regles de la communication du mouvement pour les corps ſans reſſort) le tiers de la vîteſſe d'une maſſule avant le choc.

La ſeconde ſorte de pelotons, ſont ceux qui ſont compoſés de 5 maſſules, lorſqu'après que deux ont perdu leur mouvement par le choc direct, deux autres les heurtent en même-tems, & en direction oppoſée, par où elles perdent auſſi leur mouvement, & ne font qu'augmenter la maſſe du peloton, qui ſera par conſéquent compoſé de 4 maſſules, & encore ſans mouvement, juſqu'à ce que la 5me vienne du dehors les choquer, & deſcendre enſemble comme une maſſe commune avec la 5me partie de la vîteſſe d'une maſſule. La 3me, la 4me, la 5me ſorte de pelotons, & ainſi de ſuite, ſeront compoſés de 7 maſſules, de 9, de 11, &c. & deſcendront avec $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, &c. de la vîteſſe d'une maſſule. Je ne prétends pas cependant que la formation de nos pelotons ſoit juſtement ſi réguliére que nous venons de le dire; il peut arriver qu'un des pelotons déja mis en mouvement, en rencontre ſous lui un autre qui eſt encore en repos,

ou qui a une vîteſſe plus petite, auquel cas il s'en fera un peloton plus gros, qui acquerra une vîteſſe ſelon la combinaiſon de la différente groſſeur & vîteſſe de leur maſſe particuliére. Concevons en général un peloton de maſſe A avec la vîteſſe m, qui choque ſous lui un peloton de maſſe B, qui a déja une vîteſſe, mais plus petite n; la maſſe du peloton compoſé, qui ſera $A+B$, prendra une viteſſe $= \frac{mA+nB}{A+B}$ ſuivant les regles de la communication du mouvement pour les corps non-élaſtiques. Enfin, mon but étoit de faire comprendre que le Torrent central doit être compoſé de pelotons de toutes ſortes de groſſeur & de vîteſſe avec laquelle ils ſe portent vers le Soleil.

§. XL.

Nous pouvons prendre de tous ces pelotons de différente groſſeur & vîteſſe, un d'une groſſeur & d'une vîteſſe moyenne, quelle qu'elle ſoit; par exemple, qu'il ſoit dix ou cent fois plus gros qu'une des maſſules, & qu'il ait la centiéme ou la dixiéme partie de la vîteſſe de celle-ci: une exacte détermination de cette circonſtance n'eſt nullement néceſſaire pour mon deſſein; c'eſt aſſez que je puiſſe concevoir l'exiſtence d'un Torrent central en forme d'un fluide, compoſé de ces pelotons, qui ſont pouſſés de haut en bas depuis toute la ſurface du Tourbillon juſques dans le Soleil, & que ce fluide du Torrent, qui, comme nous l'avons montré, ne manque jamais de matiére, ſe précipite avec une grande rapidité.

Car quand même cette rapidité ſeroit mille fois plus petite que celle d'une ſeule maſſule, qui eſt celle de la lumiére; cette rapidité du Torrent central ne laiſſeroit pas d'être encore très-conſidérable, puiſque ſelon ce que nous avons remarqué (§. XXXI.) elle ſeroit aſſez grande pour parcourir dans le tems d'une minute la longueur d'un diametre entier de la terre. Le Torrent central avec une telle vîteſſe, ſera donc en état de produire un effet tout particulier ſur un corps qu'il rencontre dans ſon chemin, & cet effet eſt préciſément la gravitation des Planetes vers le Soleil: voici comme je conçois que la choſe ſe fait.

§. XLI.

Les pores & les interſtices entre les parties élémentaires

terreſtres qui compoſent les Planetes, ſont ſuffiſamment larges pour laiſſer paſſer ſans obſtacle les files des maſſules qui partent du Soleil; mais après qu'à leur retour une bonne quantité de ces mêmes maſſules ſe ſont accumulées en petits pelotons, qui fourniſſent la matiére au Torrent central, & deſquels le plus petit eſt pour le moins trois fois plus gros qu'une maſſule; il eſt déja aſſez évident que les pelotons n'enfileront plus ſi aiſément les mêmes pores des corps terreſtres; d'où il arrive que le Torrent central fait un effort continuel ſur la Planete qu'il rencontre, pour la pouſſer en bas vers le centre commun du Tourbillon, de la même maniére qu'un courant d'eau donnant contre un obſtacle, fait un effort continuel pour l'entraîner, égal à la force avec laquelle cet obſtacle réſiſte.

Il n'y a point d'autre différence entre ces deux actions, ſinon que l'eau frappe ſeulement les ſurfaces extérieures des corps qui lui réſiſtent, au lieu que notre Torrent ayant des pelotons de toutes ſortes de groſſeur, les plus petits pénétreront juſqu'aux moindres pores avant que de perdre leurs forces, & les imprimeront par conſéquent aux moindres parties des corps terreſtres, pendant que les plus gros pelotons conſument leurs forces en frappant la premiére ſuperficie de la Planete, après en avoir déja employé une partie à pénétrer, en vainquant la réſiſtance de l'atmoſphere qui enveloppe le corps de la Planete.

Les pelotons qui conſervent un reſte de mouvement après leur paſſage à travers la Planete, pourſuivront leur route vers le Soleil; mais ceux qui conſument tout-à-fait leur force, en donnant ou ſur l'atmoſphere ſeulement, ou ſur la ſuperficie extérieure du corps de la Planete, reſteroient là ſans mouvement, ſi par la ſucceſſion continuelle de la nouvelle matiére du Torrent, ils n'étoient obligés de faire place en eſquivant à côté, & de ſe laiſſer entraîner par le fluide latéral du Torrent, qui ne fait plus que friſer la Planete, ou ſon atmoſphere.

§. XLII.

Je ne crois pas qu'on puiſſe rien prétendre de plus pour la cauſe de la peſanteur des Planetes vers le Soleil; l'explication courte, mais claire, que nous en avons donnée, comprend tous les éclairciſſemens qu'on pourroit demander ſur diverſes particula-

rités & circonſtances qui accompagnent la nature de cette gravitation. Car on voit 1°. que non-ſeulement le corps de la Planete, pris dans ſon total, doit être peſant, mais que chacune de ſes parties en ſon particulier le doit être auſſi à proportion de ſa maſſe, parce que la matiére du Torrent central pénétre & agit ſur la Planete ſelon toutes ſes dimenſions, ſur les parties intérieures auſſi-bien que ſur les extérieures. On s'apperçoit 2°. pourquoi les forces de la gravitation, que M^rs les Newtoniens attribuent à une vertu attractrice, doivent être entre elles en raiſon réciproque des quarrés des diſtances au Soleil, puiſqu'il eſt évident que les filets du Torrent ſe rétréciſſent par les côtés à meſure qu'ils s'approchent du Soleil, & partant que leur denſité, dont dépend l'eſtimation des forces abſolues, obſerve cette proportion, tout comme les rayons auſſi produiſent une lumiére dont les vivacités ſont comme leur denſité, c'eſt-à-dire, réciproquement comme les quarrés des diſtances du point lumineux. Il eſt clair 3°. que les particules élémentaires des corps groſſiers (j'entends les plus petites, qui ſont ſolides & ſans pores) ne reçoivent l'action de la peſanteur que par leur ſurface, puiſque ces particules n'ayant point de pores, ne peuvent pas admettre dans leur intérieur la matiére du Torrent, qui doit les rendre peſantes.

Il me ſemble que cette ſeule conſidération fait voir clairement la nullité de la prétendue attraction. Car ſi les corps avoient de leur nature cette qualité eſſentielle de s'attirer l'un l'autre, il eſt certain que les particules élémentaires ſeroient peſantes en raiſon de leur ſolidité, & non pas de leur ſurface; & qu'ainſi une même particule élémentaire à un éloignement double du corps dont il eſt attiré, en recevroit une force qui ne ſeroit pas ſous-quadruple, mais ſous-octuple de celle qu'elle reçoit à une diſtance ſimple, puiſque la denſité, ou la multitude des rayons qui partent du corps attirant, & qui ſaiſiſſent la particule, devroit être eſtimée par la quantité de ſa maſſe, & non point de ſa ſurface; d'où il s'enſuit que la force de cette attraction diminueroit en raiſon triplée, ou comme les cubes, & point du tout comme les quarrés des diſtances: de-là on peut démontrer aiſément, que les maſſes entiéres des Planetes n'auroient point d'autre gravitation ſur le Soleil, que celle de

ſes

ſes particules élémentaires, dont la diminution ſe feroit en raiſon des cubes des diſtances.

Que deviendra donc le ſyſtéme de M. Newton par rapport à la Phyſique, ſi ſon fondement principal tombe en ruine? Je m'étonne que pas un de ſes partiſans outrés ne ſe ſoit apperçû de l'inconvénient qui réſulte de l'hypothéſe des attractions, que l'on veut attribuer, comme une qualité eſſentielle, non-ſeulement aux corps groſſiers, mais auſſi à leurs particules élémentaires deſtituées de pores, ce qui ne peut ſubſiſter, ainſi que nous l'avons démontré, avec la loi ſuivant laquelle la gravitation des Planetes doit varier par rapport aux éloignemens du Soleil, pour qu'elles décrivent des orbites elliptiques autour de cet aſtre placé dans un de leurs foyers.

§. XLIII.

Il n'y a nul doute que ce que nous avons dit juſqu'à préſent ſur la cauſe & la nature de la peſanteur des Planetes vers le centre du Soleil, ne doive être appliqué auſſi aux peſanteurs particuliéres qui agiſſent ſur les corps enveloppés dans les Tourbillons ſecondaires, pour les pouſſer vers les centres de ces Tourbillons. Car naturellement chaque Planete principale, comme, par exemple, la terre qui tourne ſur ſon propre axe, ſera munie d'un Tourbillon particulier, & aura dans ſon centre une eſpece de petit Soleil, je veux dire, un amas de cette matiére parfaitement liquide & bouillante, laquelle, avec les autres circonſtances, doit produire en petit ce que la force du Soleil fait dans un degré beaucoup plus éminent.

Ainſi tous les corps, & même la Lune, qui ſont de la dépendance du Tourbillon terreſtre, ſeront pouſſés par un Torrent central qui s'y forme, vers le centre de la terre, avec des forces réciproquement proportionnelles aux quarrés des diſtances. C'eſt donc auſſi dans l'action de ces forces, que conſiſte la peſanteur des corps graves terreſtres. Je n'en dis pas davantage, de peur d'ennuyer mon Lecteur par une longue répétition de ce qui a été expliqué ſur la cauſe générale de la peſanteur.

§. XLIV.

Je ne ſçaurois m'empêcher à cette occaſion, de communi-

quer mes penſées ſur la maniére d'expliquer la peſanteur, que l'on voit dans le petit livre de M. Villemot, intitulé : *Nouveau Syſtéme, ou Nouvelle explication du mouvement des Planetes ;* où l'Auteur expoſe ſon ſyſtéme, établi auſſi ſur le bouillonnement d'un feu central, mais dont la nature, l'origine & les effets différent infiniment de l'idée ſous laquelle je le conçois, outre qu'il le donne dans une toute autre vûe pour en tirer les phénomenes céleſtes, que je ne le fais dans mon ſyſtéme. On n'a qu'à lire l'un & l'autre pour en voir la différence : le ſeul chapitre de la peſanteur fait déja connoître que les principes de Statique & d'Hydroſtatique ne lui étoient pas aſſez familiers. Voici de quelle maniére il raiſonne, p. 182. Après avoir ſuppoſé que rien ne peut ſortir de la matiére bouillonnante au centre de la terre, cette matiére, ſelon lui, ne fait que tendre ou s'efforcer à s'en éloigner en ligne droite, ſans s'en éloigner effectivement ; « mais on conçoit, dit-il, qu'elle pouſſe, ou plu» tôt qu'elle preſſe toute la matiére voiſine, & qu'ainſi elle » doit pouſſer vers le centre les corps groſſiers, par la même » raiſon que l'eau tendant en bas fait monter le liége dont elle » prend la place. »

M. Villemot conſidére cette matiére voiſine, répandue juſqu'à l'extrémité du Tourbillon, comme un fluide renfermé de toute part, lequel venant à être preſſé par un bout, cette preſſion ſe communique d'abord à l'extrémité oppoſée, & de-là ne pouvant aller plus loin, elle rejaillit ſur le corps groſſier qui s'y trouve, & l'oblige, à ce qu'il croit, de s'approcher vers le principe de la preſſion : mais ne devoit-il pas voir que par la loi d'Hydroſtatique la preſſion ſe communiquant également ſur toutes les parties du fluide, le corps qui en eſt environné, doit ſoûtenir une compreſſion uniforme tout à l'entour, & ſera par conſéquent preſſé par-devant tout autant qu'il l'eſt par derriére, ce qui lui fera garder un parfait équilibre. Si quelqu'autre que M. Villemot eût allégué la compreſſion priſe du liége que l'eau fait monter, comme un exemple pour expliquer la cauſe de la peſanteur, je dirois que ce ſeroit commettre le Sophiſme, que l'on appelle dans les écoles *Petition de principe*, puiſqu'il ſuppoſeroit que l'eau eſt peſante, & que le liége eſt moins peſant, ſans expliquer la cauſe pourquoi l'un & l'autre eſt peſant. Car ſi on pou-

voit ôter à l'eau & au liége ſubmergé leur peſanteur naturelle, & qu'au lieu de cela on preſſât de haut en bas la ſuperficie horiſontale de l'eau, on auroit beau preſſer, on verroit que le liége ne bougeroit pas de ſa place.

§. XLV.

Pour en être convaincu, on n'a qu'à prendre un tuyau de verre *AB*, fermé en *B*, & ouvert en *A* : qu'on le rempliſſe d'eau juſqu'en *P* ; & qu'étant mis dans la ſituation horiſontale, on y mette vers le milieu un petit morceau de liége *L*, qui puiſſe nager librement dans l'eau ſans aucun frottement ſenſible contre le verre ; que l'on faſſe entrer par l'ouverture *A* le piſton *PC*, & qu'on preſſe fortement le cylindre d'eau *CB* de *C* vers *B*. C'eſt-là juſtement le cas de M. Villemot ; car la preſſion de la matiére bouillonnante eſt ici repréſentée par la preſſion du piſton *PC* ; la matiére voiſine preſſée, qui ſe termine par l'extrémité du Tourbillon, doit être comparée au cylindre d'eau *PB*, dont la preſſion ſe termine en *B* ; le corps groſſier dont il veut expliquer la peſanteur, ſe repréſente par le morceau de liége *L* : donc ſi ſon explication avoit lieu, il faudroit que par l'effort du piſton *PC*, le liége *L* s'en approchât, & vînt à s'y joindre. Mais la ſaine Hydroſtatique m'apprend, ſans en faire l'expérience, qu'avec la plus grande force du piſton que le tuyau puiſſe ſoûtenir, on ne déplacera jamais le morceau de liége *L*, bien loin de le faire approcher du piſton *PC*. Fig. I.

Ainſi l'explication donnée par M. Villemot ſur la cauſe de la peſanteur, n'eſt qu'une pure illuſion, auſſi évidente que celle qui ſe trouve à la p. 186 de ſon livre, où, pour prouver que la terre eſt plus élevée vers l'équateur que vers les poles, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt un ſphéroïde applati, il recourt à l'obſervation de M. Caſſini, qui a obſervé que les degrés de la terre diminuent en allant de l'équinoxiale vers les poles ; car cette obſervation ſuppoſée exacte, comme il n'en faut pas douter, prouve juſtement le contraire, ſçavoir que la figure de la terre doit être un ſphéroïde allongé : la raiſon en eſt, parce que les méridiens d'un tel ſphéroïde ont leur plus grande courbure aux poles, ce qui fait que les degrés de latitude diminuent à meſure qu'ils s'éloignent de l'équinoxiale, au lieu que dans un ſphéroïde applati,

par une raiſon contraire, leur plus grande courbure ſe trouvant où les méridiens croiſent l'équateur, y racourcit le plus ſenſiblement la longueur des degrés, qui enſuite s'allongent en allant vers les poles. La ſçavante Diſſertation ſur ces deux ſortes de ſphéroïdes, publiée par M. de Mairan dans les Mémoires de 1720, mérite d'être lûe, parce qu'elle contient des raiſonnemens ſolides touchant la figure de la terre.

§. XLVI.

Quoi qu'il en ſoit, il faut avouer qu'une ſimple preſſion, telle que M. Villemot l'a imaginée, n'eſt point du tout propre à en tirer la cauſe de la peſanteur ; & comme nous avons déja vû, (§. IX.) que les Tourbillons conçus à la maniére de M. Huguens, deſquels il fait mouvoir la matiére ſur des ſurfaces ſphériques en tout ſens, ne pourroient pas ſubſiſter, parce que leurs particules s'entre-choquant, & n'étant point élaſtiques, s'arrêteroient mutuellement, d'où il arriveroit dans peu, que toute la matiére d'un Tourbillon de cette nature ſe changeroit en une maſſe immobile.

D'ailleurs le Tourbillon fait ſelon l'idée de M. Deſcartes, que nous adoptons auſſi, mais pour un autre uſage (comme nous le verrons) que pour cauſer la peſanteur par la force centrifuge de ſa matiére, prévalente à celle des corps terreſtres; ce Tourbillon, dis-je, n'étant point du tout ſuffiſant pour expliquer les propriétés de la peſanteur, puiſque les corps groſſiers devroient être chaſſés, non point au centre, mais perpendiculairement à l'axe d'un Tourbillon ; outre pluſieurs autres inconvéniens qui réſultent de cette hypothéſe, dont nous avons indiqué quelques-uns, (§. VI. & VII.) l'unique reméde qui reſte pour avoir une idée générale de la cauſe de la peſanteur, & de toutes ſes propriétés, à moins qu'on ne veuille recourir aux attractions de M. Newton, c'eſt d'admettre notre Torrent central, par lequel on explique ſi naturellement & ſi intelligiblement tout ce qu'il a voulu expliquer par ſes attractions, & bien davantage, ainſi qu'on le verra bien-tôt, par la raiſon que je rendrai de la rotation des Planetes principales autour de leur axe, où il paroîtra très-clairement que cette rotation (difficile à expliquer par le ſyſtéme de Newton) n'eſt qu'une ſuite de l'action du Torrent ſur la Planete.

§. XLVII.

Je vais donc contempler de plus près les Tourbillons de Descartes, afin de tirer de leur nature ce qui sert principalement à perfectionner ma théorie. J'ai déja dit au commencement de ce Discours, qu'un Tourbillon céleste est 1°. un amas ou une quantité prodigieuse de matiére parfaitement liquide, qui ne fait point de résistance aux corps qui s'y meuvent; 2°. que cette matiére, quoique de la même nature que celle du Soleil, n'a pas ce bouillonnement excessif dont celle-ci est agitée; mais 3°. qu'elle tourne d'un mouvement tranquille autour du Soleil, avec une vîtesse que je déterminerai; 4°. que ce Tourbillon de matiére parfaitement liquide charrie avec lui une multitude infinie de particules du second élément, que je veux bien nommer avec M. Descartes, *globules célestes*, sans s'entre-toucher pourtant, comme il les a conçus, mais séparés & dispersés, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, cent ou mille fois plus grands que le diametre d'un globule; je fais cette supposition dans cette seule vûe, que l'on puisse concevoir comment les massules des rayons & les pelotons du Torrent passent à travers des distances immenses fort librement, sans rencontrer de fréquents obstacles, en heurtant contre des globules célestes; & que s'ils en rencontrent par-ci par-là, ils les écartent facilement par la rapidité de leur mouvement, & rendent le passage libre à ceux qui les suivent de près.

§. XLVIII.

Pour ce qui est de la vîtesse avec laquelle le Tourbillon doit tourner autour du Soleil, on a démontré ailleurs que la vîtesse (quelle qu'elle soit) des parties du Tourbillon sous son équateur, doit être à peu près réciproquement proportionnelle à la racine quarrée de leurs éloignemens du centre du Soleil, d'où dépend la regle de Kepler, qui veut que leurs tems périodiques soient en raison sesquipliquée de ces mêmes éloignemens. Mais pour avoir une idée distincte de la vîtesse actuelle à chaque distance, je fais cette réflexion: Le mouvement de circulation de la masse du Soleil, & celui de son Tourbillon, se faisant en même sens, sçavoir d'Occident en Orient, il n'y a pas lieu de douter que

ces deux mouvemens ne viennent d'un même principe, en sorte que l'un doit être la regle de l'autre. Or la vîteſſe d'un point de l'équateur du Soleil eſt telle, qu'il acheve ſa circulation autour du centre en 25 $\frac{1}{2}$ jours, ce qu'on connoît par le mouvement des taches ſolaires. Donc concevant le Tourbillon diviſé en une infinité de couches concentriques d'une épaiſſeur infiniment petite, il faut que la premiére couche contiguë à la ſurface du Soleil, ait la même vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'elle faſſe ſa rotation conjointement avec le Soleil; car quelle raiſon auroit-on de lui donner une vîteſſe différente & beaucoup plus grande, ſans forger un nouveau principe de mouvement de circulation, indépendant de celui du Soleil? & que pourroit-on imaginer de capable d'entretenir cette grande diverſité de mouvemens entre deux fluides, qui ſe touchent immédiatement, ſans qu'ils ſe confondent enfin en un mouvement commun?

Suppoſons donc comme une choſe raiſonnable, que la premiére & plus baſſe couche faſſe ſa circulation avec le Soleil en 25 $\frac{1}{2}$ jours; pour en tirer la vîteſſe réelle d'une autre couche, par exemple, de celle qui a pour demi-diametre la diſtance moyenne de la terre au centre du Soleil, que l'on compte ordinairement de 22000 demi-diametres de la terre; le demi-diametre du Soleil contenant 100 demi-diametres terreſtres, il faut faire, en vertu de la regle de Kepler, (car on a démontré dans une autre occaſion, que le Tourbillon a la propriété, que les vîteſſes réelles de différentes couches ſont à peu près réciproquement proportionnelles à la racine quarrée de leurs diſtances au centre, & non pas aux ſimples diſtances, comme quelques-uns l'ont avancé) il faut faire, dis-je, cette analogie; comme $\sqrt{22000}$ eſt à $\sqrt{100}$, ainſi la vîteſſe d'un point de l'équateur ſolaire, que je nomme V, eſt à la vîteſſe de l'équateur de la couche, pour la diſtance moyenne de la terre; mais on a à fort peu près $\sqrt{22000} . \sqrt{100} :: 150 . 10 :: 15 . 1$; donc la vîteſſe de l'équateur de cette couche $= \frac{1}{15} V$, c'eſt-à-dire, 15 fois plus petite que celle de l'équateur du Soleil, de ſorte qu'il lui faut 15 fois 25 $\frac{1}{2}$ ou 382 $\frac{1}{2}$ jours pour parcourir un arc égal en longueur à la périphérie du Soleil; cet arc eſt donc contenu dans toute ſa circonférence autant de fois que le demi-diametre du Soleil eſt contenu dans le demi-diametre de la couche, c'eſt-

à-dire, 220 fois ; ainſi il faut prendre 382 ½ jours 220 fois, & nous aurons 84150 jours, ce qui fait 230 années & 143 jours pour le tems d'une révolution entiére de la matiére du Tourbillon à la diſtance moyenne de la terre au Soleil.

Ce calcul appliqué à toutes les Planetes, on trouvera les tems périodiques de la matiére du Tourbillon pour la diſtance moyenne de chacune ; voici le réſultat de mon calcul, en négligeant les jours à ajoûter :

Pour	Saturne.....	6744 années.
	Jupiter.....	2715.
	Mars.....	428.
	Terre.....	230.
	Vénus.....	140.
	Mercure.....	54.

La concluſion que j'en tire, eſt que chaque Planete a ſon mouvement moyen ſur ſon orbite plus de 230 fois plus vîte que n'eſt la vîteſſe avec laquelle circule la matiére du Tourbillon dans la région moyenne où ſe trouve la Planete : voici maintenant les remarques que je fais là-deſſus.

§. XLIX.

Le principe du mouvement des Planetes autour du Soleil ne vient pas de celui de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, comme l'eau d'une riviére emporte un tronc d'arbre, ſelon le ſentiment de Deſcartes ; car la Planete ſe laiſſant entraîner par le courant du Tourbillon, ne pourroit acquérir tout au plus que la vîteſſe du fluide où elle nage, comme je l'ai déja dit.

Il faut donc que la grande vîteſſe avec laquelle les Planetes circulent autour du Soleil, ait un autre principe ; c'eſt pourquoi je ne fais point de difficulté de ſtatuer ici avec M. Newton, que cette vîteſſe eſt primitive, qui leur a été imprimée dès le commencement de leur formation. Cette vîteſſe dure encore aujourd'hui, & durera ſans doute juſqu'à la fin du monde, ſans que la réſiſtance de la matiére du Tourbillon puiſſe lui cauſer le moindre retardement ſenſible : car la plus grande partie de cette matiére étant parfaitement liquide, ne réſiſte pas, & les globules céleſtes qui y nagent fort au large, ſont encore d'une

petiteſſe & d'une rareté plus que ſuffiſante, pour que leur choc contre les corps d'une groſſeur énorme, comme ſont ceux des Planetes, ne puiſſe rien gagner ſur eux, ni retarder leur mouvement d'une maniére ſenſible, durant le cours de pluſieurs centaines de ſiécles.

On peut donc conſidérer ſûrement les Planetes, comme ſi elles ſe mouvoient dans un vuide parfait, tel que M. Newton l'a ſuppoſé, quoique véritablement tout ſoit rempli de matiére.

§. L.

Par-là nous ne tombons pas dans l'embarras où ſe trouvoit M. Newton à l'occaſion de la régularité du mouvement de toutes les Planetes, qui ſe fait, ſuivant la commune direction, d'Occident en Orient. M. de Mairan dit très-judicieuſement dans les Mémoires de 1729, qu'on eſt fondé à demander raiſon de ce mouvement commun des Planetes d'Occident en Orient dans le ſyſtéme de Newton, cette uniformité n'étant nullement requiſe là où il y a un grand vuide, qui permettroit aux corps céleſtes de ſe mouvoir en tout ſens, ſçavoir à chacun ſelon ſa propre direction, comme il arrive actuellement aux cometes qui ſuivent leurs routes particuliéres. On en a même obſervé, qui faiſoient leurs cours contre l'ordre des ſignes.

Cette régularité, dis-je, du mouvement des Planetes ſous le Zodiaque, a tellement réduit à l'étroit M. Newton, qu'il fut obligé d'avouer ingénûment, que dans ſon ſyſtéme on ne peut point donner de raiſon phyſique de ce phénomene, qu'il regarde preſque comme un miracle : voici comme il s'exprime ſur cet article (pag. 527. Princ. phil. edit. 3.) *Feruntur*, dit-il, *cometæ motibus valde excentricis in omnes cœlorum partes, quod fieri non poteſt niſi vortices tollantur ; perſeverabunt quidem in orbibus ſuis per leges gravitatis, ſed regularem orbium ſitum primitùs acquirere per leges haſce minimè potuerunt planetæ & cometæ.* Hi motus regulares (*planetarum*) originem non habent ex cauſis mechanicis.

Si ces cauſes ne ſont pas méchaniques, elles ne ſont donc pas naturelles ou phyſiques ; il prétend donc qu'elles ſoient ſurnaturelles ou miraculeuſes : mais ſied-il bien à un grand Philoſophe de crier au miracle, quand il s'agit de donner l'expli-

cation

cation d'un phénomene que la nature nous préſente.

§. LI.

Par la théorie que je viens d'établir, on trouve un expédient aſſez facile pour montrer la cauſe de ladite régularité du mouvement des Planetes, & de l'irrégularité de celui des Cometes: car quant au premier point, ſuppoſons que les Planetes commencent d'exiſter, chacune avec ſa direction & vîteſſe particuliére, ſelon que le haſard l'a voulu; qu'en arrivera-t-il? Je vois d'abord que chacune pouſſée par le Torrent central vers le Soleil, pendant que ſa vîteſſe primitivement acquiſe, la tranſporte au travers d'une colomne du Torrent à l'autre, elle ſera obligée de décrire une ligne courbe, plus ou moins éloignée du Soleil, ſelon que la direction & la vîteſſe primitivement imprimée le demande, afin que la force centrifuge, qui dépend de la courbure & de la vîteſſe, puiſſe contre-balancer l'effort central du Torrent, dérivé perpendiculairement ſur la courbe; lors donc que la Planete eſt parvenue dans cet état d'équilibre, elle continuera, en vertu du principe de Statique, de décrire toujours la même courbe, ſçavoir ſon orbite autour du Soleil.

Mais les forces centripetes, qui ſont dans ma théorie les preſſions du Torrent central, étant en raiſon réciproque du quarré des diſtances au Soleil, il eſt viſible par la démonſtration indirecte de M. Newton, & par celle qu'on en a donnée enſuite *à priori*, que cette orbite doit être une ellipſe, dont un des foyers eſt dans le centre du Soleil. Nous avons donc autant de différentes orbites elliptiques, dont les plans paſſent néceſſairement par le centre du Soleil, qu'il y a de Planetes principales.

Cependant juſqu'ici nous ne voyons pas encore pourquoi tous ces plans ſont reſſerrés ou renfermés entre deux plans paralleles, qui terminent dans le firmament une zone peu large, qu'on appelle le zodiaque, partagée en deux ſelon la largeur par un 3me plan, qui eſt celui de l'écliptique ou de l'orbite de la terre; & pourquoi le mouvement de toutes les Planetes, qui décrivent leurs orbites elliptiques ſur ces plans, eſt dirigé réguliérement d'Occident en Orient, & pas un en ſens contraire; je parle du mouvement réel, & non pas de l'apparent, qui eſt quelquefois rétrograde.

§. LII.

Voici ma penſée là-deſſus : s'il n'y avoit point de Tourbillon, je veux dire, ſi toute la matiére qui remplit cette vaſte étendue autour du Soleil bien loin au-delà de Saturne, n'avoit point de mouvement de circulation, je tiens pour inconteſtable, que les directions des Planetes ſeroient encore comme au commencement purement fortuites, & ſans aucune régularité, en ſorte que les plans de leurs orbes couperoient le firmament en de grands cercles qui ſeroient ſitués ſans ordre par rapport aux plages du monde, de même que cela s'obſerve encore aujourd'hui dans le mouvement des Cometes, dont preſque chacune a ſa direction particuliére, par la raiſon que je dirai ci-après.

Mais puiſqu'il y a un Tourbillon, quoique fort tardif & fort foible, il aura eu, quelque foible qu'il ſoit, aſſez de force pour changer peu à peu la direction de la Planete, ſans altérer ſenſiblement ſa vîteſſe, juſqu'à ce que ſa direction ſoit devenue à peu près conforme à la direction du Tourbillon, qui va d'Occident en Orient, je dis *à peu près*, pour marquer qu'il y a une cauſe que j'expliquerai, qui empêche l'entiére conformité de direction ; c'eſt juſtement en quoi conſiſte le nœud de la queſtion propoſée, pour le dénoûment duquel il m'a fallu faire tout ce diſcours afin de faire voir la connexion des phénomenes qui découlent ſi naturellement des principes de mon ſyſtéme.

§. LIII.

On voit donc déja par quelle raiſon les Planetes ont pû changer leurs directions primitivement irréguliéres en direction réguliére & commune d'Occident en Orient, qui eſt celle du Soleil ſur ſon axe, & auſſi celle de ſon Tourbillon : on m'objectera peut-être, que j'ai ôté à la matiére du Tourbillon toute force ſenſible de réſiſter au mouvement des Planetes, pendant que je lui en accorde aſſez pour en changer les directions ; mais on ſe levera cette difficulté, ſi on daigne faire cette réflexion, qu'il faut incomparablement plus de force, pour augmenter ou diminuer la vîteſſe d'un corps qui eſt déja en mouvement, que pour en changer ſeulement la direction. Nous voyons, par exemple, qu'une fuſée, qui vole tout droit dans les airs avec

beaucoup de vîteſſe, change conſidérablement de direction par le moindre vent qui ſouffle, ſans une perte ſenſible de ſa vîteſſe : auſſi voyons-nous qu'une bale de plomb chaſſée avec une extrême rapidité par la force de la poudre, ne laiſſe pas, malgré toute ſa denſité, d'être détournée de ſa direction par un petit vent à peine ſenſible, qui vient de côté.

Ce qui rend cette explication plus probable, c'eſt juſtement l'irrégularité des directions des Cometes, qu'elles ont pû garder depuis leur origine juſqu'à nos tems ; tant s'en faut que cette irrégularité ſerve d'argument pour détruire le ſyſtéme des Tourbillons, comme M. Newton l'a voulu inſinuer à l'endroit cité ; voici de quelle maniére j'en prouve le contraire : comme les orbites des Cometes ſont des ellipſes extrêmement longues en comparaiſon de leur largeur, ayant le Soleil dans leur foyer, quaſi infiniment plus près du périhélie que de l'aphélie, ſelon le ſentiment même de M. Newton ; il faut que le tems que la Comete emploie à parcourir la partie ſupérieure de ſon orbite allongée, qui s'étend à une énorme diſtance au-deſſus de Saturne, ſoit de beaucoup plus grand que le reſte du tems périodique, qu'elle emploie à paſſer par la région des Planetes, & qui ne peut qu'être fort court, tant à cauſe de la grande vîteſſe que la Comete acquiert en approchant du périhélie, qu'à cauſe de la petiteſſe du chemin à parcourir dans la baſſe région par rapport à l'extrême longueur de la partie ſupérieure, où il faut paſſer par l'aphélie avec un mouvement très-tardif. Puis donc que dans ces grands éloignemens du Soleil les circulations du Tourbillon doivent être ſi lentes, que ſa matiére peut bien être conſidérée comme immobile, elle ne fera par conſéquent point d'effet ſenſible pour changer la direction de la Comete, pendant tout le tems qu'elle ſéjourne dans ces endroits ſi élevés : mais le ſéjour qu'elle fait dans notre voiſinage, eſt trop court pour ſe laiſſer détourner beaucoup de ſa route par la circulation du Tourbillon.

§. LIV.

Cela étant, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on n'obſerve pas dans le cours des Cometes cette régularité de direction, qui ſe voit dans celui des Planetes : c'eſt plutôt une conſéquence na-

turelle de notre théorie, que chaque Comete doit ſuivre ſa route particuliére, que le cas fortuit lui a aſſignée dans le premier commencement, ſans aucune altération perceptible. Si le monde eût déja duré quelques mille ſiécles, ou qu'il durât encore autant, pour permettre aux Cometes de parachever pluſieurs centaines de révolutions, je ne doute pas que leur direction ne s'accommodât enfin auſſi peu à peu à ſuivre le Zodiaque d'Occident en Orient.

La fameuſe Comete de 1680, dont M. Newton fait la deſcription avec beaucoup d'exactitude, ſe trouva dans ſon périhélie le 8 Décembre, ſelon ſon calcul, laiſſant un ſi petit intervalle entre elle & le Soleil, qu'à peine la ſixiéme partie du diametre du Soleil eût pû être miſe entre deux : cependant le 5 Janvier ſuivant, c'eſt-à-dire, en moins de 30 jours elle étoit déja hors de la région du grand orbe ; & après le 5 Mars elle diſparut, en allant s'enfoncer dans les plus hautes régions du Tourbillon, où elle paſſera 575 années (ſuivant la ſupputation de M. Halley) avant que de redeſcendre dans nos quartiers, où pareillement elle ne reſtera viſible que 5 ou 6 mois : elle ſera donc pour le moins 574 années ſans ſouffrir la moindre altération ſenſible dans ſa direction de la part du Tourbillon, ni dans l'inclinaiſon de ſon orbite ſur le plan de l'écliptique, laquelle inclinaiſon eſt, ſelon le même M. Halley, de 60 deg. 56 min. & les 6 mois, ou ſi on veut, le double qu'elle eſt à paſſer par les régions planétaires, ne ſont pas à beaucoup près ſuffiſans, pour que la force du Tourbillon circulant puiſſe la troubler dans ſa direction, à moins que ce ne ſoit l'atmoſphére du Soleil, par laquelle cette Comete paſſe en allant vers ſon périhélie (comme le croit M. Newton) qui y puiſſe apporter quelque petit changement ; mais ce n'eſt pas de quoi il s'agit ici.

Enfin, les Planetes qui ne ſortent jamais des régions où elles ſont ſans ceſſe expoſées à l'action du Tourbillon qui tend à rendre par petits degrés leur direction uniforme, quand elle ne l'eſt pas déja ; que ſçait-on ſi d'abord après leur création il ne falloit pas des ſiécles entiers pour leur procurer cette uniformité permanente, à laquelle nous les voyons aujourd'hui réduites ? N'eſt-il donc pas probable que l'unique raiſon pour-

quoi les directions des Cometes ſont ſi irréguliéres, eſt parce que ſe trouvant la plus grande partie du tems de leur révolution hors de cette action du Tourbillon, il s'en faut beaucoup qu'il n'y ait eu aſſez de tems pour conformer leurs directions à la régularité de celles des Planetes? & cela d'autant plus que les Cometes qui deſcendent plus ſouvent vers nous, c'eſt-à-dire, qui achevent leur révolution en moins de tems, ne paroiſſent pas entiérement exemptes de l'effet que la circulation du Tourbillon peut faire ſur elles, en ce que les plans de leurs orbites approchent plus de celui de l'équateur du Tourbillon, que ne font ceux des Cometes, dont les révolutions ſont d'une durée exceſſive. Il y a effectivement une Comete, que M. Halley croit être la même qui parut dans les années 1531, 1607, 1682, & qui, ſelon lui, avoit auſſi paru l'an 1456, & reparoîtra l'an 1758, laquelle par conſéquent n'emploie que 75 $\frac{1}{2}$ années pour parcourir ſa période; cette Comete, dis-je, a ſon orbite inclinée ſeulement de 17 deg. 56 min. ſur le plan de l'écliptique, ſuivant la remarque de M. Halley, au lieu que l'inclinaiſon de la Comete de 1680 ſur l'écliptique, eſt, comme nous avons vû, de plus de 60 degrés. Il eſt vrai que la différence de ces inclinaiſons peut provenir du haſard des directions primitives; mais rien n'empêche que la cauſe alléguée n'y puiſſe avoir auſſi ſa part. Le meilleur moyen de s'en aſſûrer, ſeroit que les Aſtronomes qui viendront après nous, obſervaſſent, à chaque retour, la Comete qui doit reparoître en 1758, ſi tant eſt qu'elle revienne tous les 75 $\frac{1}{2}$ ans, pour voïr ſi l'angle du plan de ſon orbite avec celui de l'écliptique, ou plutôt avec le plan de l'équateur ſolaire, ne diminuera pas peu à peu après pluſieurs de ſes révolutions. Si cela arrivoit, ma conjecture deviendroit une vérité certaine.

TROISIE'ME PARTIE.

§. LV.

AVANT que d'entrer dans le point eſſentiel du ſujet de la Queſtion, il reſte encore à examiner un des plus importans phénomenes : c'eſt le mouvement diurne des Planetes principales, ou la rotation ſur leur axe, dont j'entreprends d'expliquer la cauſe phyſique par les principes établis de ma théorie ; je le fais d'autant plus volontiers, que je n'ai point lû d'Auteur qui m'ait donné là-deſſus une entiére ſatisfaction. M. Villemot, dans ſon Traité (chap. 1. part. 2.) croit de ce que la terre eſt emportée par le Tourbillon, & ſe meut moins vîte par le bas de ſon globe que la matiére du Tourbillon, mais plus vîte par le haut, que le fluide reflue, (comme il dit) d'un hémiſphére à l'autre, d'où il prétend prouver que la terre doit tourner ſur ſon axe d'Occident en Orient, comme fait le Tourbillon lui-même.

M. de la Hire lui a fort bien objecté, que, ſelon ce principe, la terre devoit tourner dans un ſens contraire : l'Auteur lui a voulu répondre, par un éclairciſſement que l'on voit à la fin de ſon Traité ; mais il n'y a pas aſſez de ſolidité dans ſa réponſe, & la difficulté ſubſiſte toujours.

J'ai lû dans les Mémoires de l'Académie de 1729, une piece excellente de la façon de M. de Mairan, où il rejette auſſi l'explication de M. Villemot, & lui ſubſtitue la ſienne, qui eſt à la vérité très-ingénieuſe. Il déduit la cauſe de la rotation des Planetes d'Occident en Orient, de ce que l'hémiſphére inférieur de la Planete doit être plus peſant que le ſupérieur, par cela ſeul, que celui-ci eſt plus éloigné du Soleil que celui-là, d'où il conclud que l'impulſion du fluide contre l'hémiſphére ſupérieur, comme le moins peſant, devoit avoir plus d'effet pour l'entraîner, que celle ſur l'hémiſphére inférieur, qui, ayant plus de poids, a auſſi plus d'inertie pour réſiſter. Or, les deux hémiſphéres inégalement peſants, ne l'étant pas conſtamment par leur nature, mais par leur poſition ſeule ; il eſt viſible

que l'inférieur qui eſt le plus peſant quand il monte, perd ſon avantage, & devient le plus leger, & au contraire le ſupérieur en deſcendant prend cet avantage, de devenir le plus peſant du plus leger qu'il étoit. De cette maniére le fluide du Tourbillon ayant une fois ébranlé le ſupérieur avec plus d'efficace que l'inférieur, cette action ſe renouvellant toujours, il falloit que le ſupérieur ſe précipitant en avant, c'eſt-à-dire, d'Occident en Orient, fît enfin tourner par degrés la Planete ſur ſon axe, juſqu'à ce que la rotation eût pris une vîteſſe conſtante, qui dure encore aujourd'hui.

Mais quelque déférence que j'aie pour les ſentimens de l'illuſtre Auteur de cette explication, je dois dire que j'ai de fortes raiſons, que le tems ne me permet pas d'expoſer tout au long, de douter que la rotation des Planetes puiſſe être l'effet de l'inégalité perpétuelle de peſanteur des deux hémiſphéres ; car ſans rien dire des autres difficultés qui ſe préſentent contre cette conjecture ſi ſubtilement imaginée, il me ſemble que l'inégalité de peſanteur des hémiſphéres eſt trop inſenſible pour produire un effet ſi conſidérable, tel que ſeroit la grande vîteſſe de rotation imprimée à la prodigieuſe maſſe de Jupiter, pour lui faire faire une révolution entiére ſur ſon axe en moins de dix heures. Si on veut prendre la peine de faire le calcul, on trouvera que cette vîteſſe du mouvement diurne d'un point pris ſur l'équateur de Jupiter, eſt preſque égale à la vîteſſe du mouvement annuel de cette Planete autour du Soleil, par conſéquent auſſi preſque égale à la vîteſſe même du fluide du Tourbillon, qui l'emporte ſuivant le ſens du ſyſtéme de M. Deſcartes : il faudroit donc que l'impulſion faite par le fluide ſur l'hémiſphére inférieur, ſans doute contraire à la rotation, ne l'eût ou point retardé, ou fort peu, de ſorte que toute la force du fluide eût été uniquement employée à la rotation, ſans rien contribuer ni à pouſſer l'hémiſphére inférieur, ni à tranſporter tout le corps planetaire ſur ſon orbite ; cependant, il s'y meut librement d'un mouvement progreſſif, & tourne en même tems ſur ſon axe ; comment accorder tout cela ?

§. LVI.

Voyons s'il n'y auroit pas moyen de s'en éclaircir par quel-

que expérience, qui nous mît devant les yeux l'effet que pourroit produire l'action d'un fluide à faire tourner un corps sphérique qui y nage, & dont la partie inférieure fût, par sa position seule, constamment plus pesante que la supérieure.

Pour cette fin, on prendra une boule creuse d'une matiére moins pesante que l'eau, par exemple, de bois; on y versera par une petite ouverture une liqueur plus pesante, par exemple, du vif-argent, autant qu'il en faut pour donner à la boule avec le vif-argent au-dedans, un poids presque égal à celui d'un volume d'eau, que la boule entiérement enfoncée y occuperoit, afin que la boule ainsi chargée de vif-argent, mise dans l'eau, s'y plonge jusqu'au niveau, sans pourtant descendre au fond. Cela fait, & après avoir bouché le trou par lequel on a fait entrer le vif-argent, on se choisira une riviére dont le courant soit uniforme, & la surface bien unie comme la glace d'un miroir; on y plongera doucement la boule jusqu'à son sommet: voilà donc la boule dans un état semblable à celui que M. de Mairan attribue aux Planetes, quand elles ont commencé d'être emportées par le fluide du Tourbillon.

Car l'hémisphére inférieur de notre boule, chargé de vif-argent, est aussi constamment & par la position seule, plus pesant que l'hémisphére supérieur, en sorte qu'elle peut tourner sur son axe, & avoir néanmoins l'hémisphére d'enbas toujours plus pesant que celui d'enhaut, tout comme le sçavant Auteur le conçoit dans les Planetes, avec cette seule différence, qu'au lieu que dans les Planetes l'inégalité de pesanteur des hémisphéres est quasi infiniment petite, ici dans notre boule, on peut faire cette inégalité aussi sensible que l'on voudra, & ce qui plus est, la vîtesse de l'eau qui donne contre l'hémisphére supérieur de la boule, est pour le moins aussi grande, si elle n'est pas plus grande, que celle avec laquelle est frappé l'hémisphére inférieur, au lieu que dans le Tourbillon la premiére est plus petite que l'autre; d'où il devroit résulter par cette double cause une rotation bien prompte dans la boule: cependant je serai bien surpris quand j'apprendrai (car je n'ai pas fait cette expérience) que la boule venant à être plongée dans le courant de la riviére, & abandonnée à elle-même, aura fait autre chose que suivre simplement le mouvement progressif de l'eau qui l'entraîne, sans subir la moindre rotation. §. LVII.

§. LVII.

Croyant avoir de bonnes raiſons de prévoir quel ſera le ſuccès de cette expérience, je puis m'être trompé, ce qui eſt très-facile en fait de Phyſique, auquel cas je déclare que j'adopterai volontiers l'explication ingénieuſe de M. de Mairan. En attendant que je ſois convaincu d'un ſuccès contraire, il me ſera permis de dire à mon lecteur, que j'ai cherché ailleurs la cauſe du mouvement diurne des Planetes, & que je crois l'avoir trouvée dans notre Torrent central; voici comment : Je conſidére d'abord la Planete comme n'ayant point encore de mouvement progreſſif ſur ſon orbe; dans cet état je vois que le Torrent la pouſſe de toute ſa force en ligne droite vers le Soleil avec une accélération que doit produire la preſſion du Torrent, qui eſt reciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances au Soleil : Je vois auſſi que durant la deſcente, la Planete ne tournera nullement ſur ſon centre, non plus qu'une pierre ſphérique qui tombe verticalement ſans pirouetter, parce que la preſſion du Torrent ſe répandant également ſur toutes les parties de la Planete, les retiendra en équilibre, & donnera le paralléliſme à leur mouvement.

Mais s'il ſurvient à la Planete une vîteſſe latérale primitivement imprimée, qui lui fait décrire ſon orbe elliptique de la maniére que nous l'avons expliqué ci-deſſus, alors l'équilibre & le paralléliſme du mouvement des parties ne peut plus ſe ſoûtenir; la raiſon en eſt manifeſte; car il eſt très-clair que les parties antérieures de la Planete, qui ſe trouvent du côté où elle tend, vont en quelque façon au-devant & à la rencontre des filets du Torrent que la Planete eſt préte à traverſer, au lieu que les parties de l'autre côté fuyent en quelque maniére ceux des filets qu'elles vont quitter, ce qui fait que la Planete eſt frappée ſur le devant avec plus de force que ſur le dos. Il faut donc que le côté antérieur céde au Torrent, c'eſt-à-dire, qu'il deſcende, & que le côté poſtérieur monte contre l'action du Torrent; & cela continuant toujours, la Planete, à meſure qu'elle avance ſur ſon orbe, eſt obligée de pirouetter avec une vîteſſe proportionnée à cet excès de force. On voit donc d'abord, ſans l'expliquer davantage, que ces deux mouvemens, le diurne &

l'annuel, doivent se faire en même sens, sçavoir d'Occident en Orient.

§. LVIII.

Ceci bien entendu, on ne doit pas s'imaginer que ce soit seulement la surface extrême de la Planete, dont la partie supérieure souffre une plus forte impulsion par-devant que par derriére : mais la même chose arrive à toutes les couches paralleles autour du centre dont on conçoit composé le corps planetaire, parce que les pelotons du Torrent étant de toutes sortes de grandeur, (§. XXXIX.) il y en aura toujours, qui, après avoir pénétré les pores des couches les plus éloignées du centre, tomberont sur une qui a assez de densité, par conséquent ses pores assez étroits, pour ne leur pas donner le passage libre, en sorte que cette autre couche doit, aussi-bien que la premiére, soûtenir l'impulsion du Torrent, & par la raison alleguée, une impulsion plus forte sur la partie qui va devant, que sur celle qui suit.

Il faut même étendre cette explication jusqu'aux couches extérieures qui environnent le corps de la Planete, je parle de celles qui doivent composer son Tourbillon particulier, & qui seront sans doute frappées par les plus gros pelotons du Torrent. Par où l'on voit non-seulement pourquoi le Tourbillon particulier doit avoir la même direction pour tourner d'Occident en Orient, qu'a le Tourbillon général ; mais que toutes ces couches tant de la Planete que de son Tourbillon, s'entre-aident à suivre cette commune direction, chacune contribuant de sa part à la rotation par la prévalente impulsion qu'elle reçoit sur le devant.

Cette force du Torrent central, qui frappe avec plus d'énergie la partie antérieure de la Planete & de son Tourbillon particulier pour lui procurer la rotation, peut fort bien être comparée à la force de l'eau d'une cataracte, laquelle se précipitant sur les aîles d'une rouë de moulin, la fait tourner sur son axe ; car quand même à l'oppoſite de cette cataracte, il y en auroit une autre, mais moins forte, tombant sur les aîles diamétralement oppoſées, celle-ci feroit à la vérité un effort sur la rouë pour la faire tourner à contre-sens : mais la premiére l'emportant sur l'autre ne laisseroit pas de faire pirouetter la rouë de son côté, quoiqu'avec moins de viteſſe qu'elle ne feroit sans son antagoniſte.

§. LIX.

Dans cette nouvelle théorie, je regarde la Planete comme ayant déja acquis par la longueur du tems la commune direction permanente du grand Tourbillon solaire, de la maniére dont je l'ai expliqué ci-dessus. Car il est bien vrai que pendant ce tems-là elle étoit déja contrainte en passant continuellement à travers le Torrent, de pirouetter; mais à cause de l'irrégularité de sa route, l'axe de sa rotation a dû changer à tout moment de situation dans le globe, jusqu'à ce qu'enfin se conformant avec la direction du Tourbillon général, la situation de l'axe se fixât. Quant à la vîtesse du mouvement de rotation, on s'apperçoit bien qu'elle ne dépend pas seulement de la rapidité ou de la force avec laquelle le Torrent central agit sur la Planete, & sur son Tourbillon particulier, mais de plusieurs autres circonstances, comme, par exemple, de la densité de la matiére dont le corps planetaire est composé : puisqu'il est notoire, toutes choses d'ailleurs étant égales, qu'un corps plus dense est plus difficile à remuer, à cause de sa plus grande inertie, qu'un corps moins dense; item, de l'éloignement du Soleil, car dans une plus grande distance les filets du Torrent ont plus de rareté, par conséquent moins de force pour faire tourner la Planete, en même raison que la pesanteur est plus petite que dans une moindre distance : aussi la différente grosseur des Planetes peut faire varier la vîtesse de rotation, non pas tant parce que le Torrent a plus de prise sur les grandes couches à cause de leurs plus grandes surfaces, que parce que la même force étant appliquée à la circonférence d'une grande rouë, fait plus d'effet qu'étant appliquée à celle d'une plus petite. Ajoûtez-y l'obliquité de l'axe de rotation par rapport à la direction du Torrent; cette obliquité devant nécessairement diminuer l'action du Torrent pour faire tourner la Planete autour de son axe.

La complication de toutes ces causes peut faire que la rotation se fait plus ou moins vîte, que n'exigeroit la distance de la Planete au Soleil, selon que les unes ou les autres de ces causes sont les prévalentes.

§. LX.

Ainsi Jupiter qui est environ 5 fois plus éloigné du Soleil que

la Terre, & partant la force du Torrent dans cette région 25 fois plus foible qu'elle n'eſt dans la région de la terre, néanmoins Jupiter acheve une de ſes rotations en dix heures de tems, au lieu que la Terre a beſoin de plus du double de ce tems pour une ſeule révolution ſur ſon centre; la raiſon en eſt manifeſte par ces trois circonſtances: 1°. l'équateur de Jupiter repréſente une rouë dont le diametre eſt 10 fois plus grand que celui de la Terre; donc ſi ces deux corps n'étoient que des diſques plats de même épaiſſeur, il y auroit par la nature du levier dix fois plus de facilité à faire tourner Jupiter que la Terre. Mais puiſque ce ſont des globes, dont les ſurfaces expoſées à l'action du Torrent, ſont comme les quarrés de leurs diametres, il y aura, tout le reſte étant égal, dix fois dix, ou cent degrés de facilité pour le tournoyement de Jupiter contre un degré pour celui de la Terre: mais comme par-contre l'action du Torrent à la diſtance de Jupiter eſt 25 fois plus foible qu'à la diſtance de la Terre, il faut combiner ces deux raiſons de 100 à 1, & de 1 à 25, d'où réſulte la raiſon de 4 à 1, qui marque que ſi Jupiter & la Terre étoient d'une même denſité, la facilité de rotation dans Jupiter ne ſeroit plus que quadruple de celle dans la Terre. Mais 2°. la matiére qui compoſe le corps de Jupiter, étant, ſi nous nous en rapportons au calcul de M. Newton, 5 fois moins denſe que le corps de la Terre, cela fera la raiſon quadruple encore 5 fois plus grande, de ſorte qu'à ces deux égards la facilité de rotation, c'eſt-à-dire, la vîteſſe qui en réſultera dans l'équateur de Jupiter, doit être 20 fois plus grande que celle de l'équateur de la Terre. Outre cela, 3°. les obſervations montrent que l'axe de Jupiter eſt preſque perpendiculaire au plan de ſon orbite, par conſéquent auſſi à la direction du Torrent central, au lieu que l'axe de la Terre incline de $23\frac{1}{2}$ degrés, ce qui diminue encore, comme il eſt aiſé à prouver, la vîteſſe de rotation de la Terre en même raiſon que le quarré du ſinus du complément de $23\frac{1}{2}$ degrés eſt plus petit que le quarré du ſinus total. Or les Tables des ſinus font connoître que ces deux quarrés ſont à peu près comme 5 eſt à 6.

Compoſant donc la raiſon de 20 à 1, avec celle-ci de 5 à 6; la vîteſſe rotative abſolue de l'équateur de Jupiter eſt à celle de la Terre comme 20 eſt à $\frac{5}{6}$, ou comme 24 à 1. Ainſi puiſque

les tems périodiques de deux globes qui tournent sur leur axe, sont en raison directe de leurs diametres, & inverse des vîtesses absolues de leurs équateurs, nous aurons le tems d'une révolution de Jupiter sur son axe à celui de la Terre : : $\frac{10}{24}$. 1 : : 10. 24, conformément aux observations.

§. LXI.

De tout cela nous tirons cette regle générale pour le mouvement diurne des Planetes : *Il faut composer ou multiplier ensemble ces quatre raisons, sçavoir, la raison inverse du quarré des distances au Soleil ; la raison directe du quarré des diametres ; la raison simple inverse des densités ; & la raison directe du quarré des sinus du complément des inclinaisons des axes sur les plans des orbites : le produit donnera la raison des vîtesses rotatives des équateurs.*

Mais n'y ayant aucune observation qui puisse nous apprendre les densités des Planetes, il faudra se contenter de quelque conjecture probable. Or, si on veut accepter ce que M. Newton a trouvé par sa supputation, que la densité de Jupiter est à celle de la Terre à peu près comme 1 est à 5, c'est-à-dire, réciproquement comme leurs distances au Soleil ; & comme d'ailleurs il paroît fort probable que les Planetes les plus denses occupent les plus basses régions dans le Tourbillon solaire ; on seroit porté à établir pour un principe général, que *les densités des corps planetaires sont réciproquement proportionnelles à leurs distances au Soleil.* La même chose devroit s'entendre des Satellites par rapport aux distances à leurs Planetes principales.

Cela posé, on pourroit abreger la regle que je viens de donner ; car les deux raisons qui entrent dans cette regle, sçavoir, la premiére inverse du quarré des distances au Soleil, & la troisiéme simple inverse des densités, donneroient toujours par leur composition, la simple raison inverse des distances ; ainsi il n'y auroit plus que ces trois raisons à multiplier ensemble, sçavoir *la raison simple inverse des distances ; la raison directe doublée des diametres ; & la raison directe doublée des sinus du complément des inclinaisons des axes : le produit donneroit la raison des vîtesses rotatives des équateurs.*

§. LXII.

Voyons ce qui réſulteroit en appliquant cette regle à la Planete de Vénus, & en adoptant ce qu'il y a dans la *Connoiſſance des Tems*, où je trouve que 1°. la diſtance moyenne de Vénus au Soleil eſt à celle de la Terre environ comme 5 à 7, dont la raiſon inverſe eſt de 7 à 5; que 2°. leurs diametres ſont égaux, & par conſéquent leurs quarrés ſont comme 1 à 1; & 3°. par l'obſervation de M. Bianchini, l'inclinaiſon de l'axe de Vénus ſur le plan de ſon orbite eſt de 75 degrés: mais puiſque M. Bianchini ajoûte qu'il y a des tems dans la période de Vénus, où l'axe de rotation paroît ſe confondre entiérement avec l'axe d'illumination, c'eſt-à-dire, que l'inclinaiſon eſt totale, ou de 90 degrés; nous prendrons un juſte milieu entre 75° & 90°; prenons donc 80° pour l'inclinaiſon la plus ordinaire de l'axe de Vénus, en ſorte que ſon complément étant de 10 degrés, & le complément de l'inclinaiſon de l'axe de la Terre de $66\frac{1}{2}$ degrés, on trouve dans les Tables, que les ſinus de ces deux compléments ſont à peu près en raiſon de 3 à 16, dont la raiſon doublée ſera de 9 à 256; c'eſt pourquoi, ſelon la regle, il faut multiplier les expoſants de nos trois raiſons, & nous aurons $\frac{7}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{9}{256} = \frac{63}{1280}$, d'où il ſuit que la vîteſſe de rotation de l'équateur de Vénus ſeroit à celle de l'équateur de la Terre, comme 63 eſt à 1280, par conſéquent les globes de ces deux Planetes étant poſés égaux, les tems périodiques de leurs révolutions diurnes ſont réciproquement comme 1280 à 63, ou bien près, comme $20\frac{1}{3}$ à 1; on auroit donc 20 jours & 8 heures pour une rotation entiére de Vénus, ce qui eſt un peu moins de 23 jours, comme il eſt marqué dans la Connoiſſance des Tems.

Mais en donnant un ſeul degré de plus à l'inclinaiſon médiocre de l'axe de Vénus, en ſorte qu'elle ſoit de 81° au lieu de 80°, nous trouverons par notre régle, que la révolution diurne de cette Planete ſeroit environ de 25 jours; ce nombre ſurpaſſe celui de 23 jours, preſque autant que celui-ci ſurpaſſe les 20 jours 8 heures, que nous avons trouvés par la premiére ſuppoſition. Nous voilà donc réduits à prononcer que la véritable inclinaiſon moyenne de l'axe de Vénus entre la plus petite de 75 degrés, & la plus grande de 90 degrés, eſt un peu plus grande

que de 80 degrés, mais un peu moindre que de 81 degrés. C'eſt beaucoup que nos principes nous ayent mené à une ſi grande préciſion, dans un cas où l'inclinaiſon de l'axe eſt variable dans chaque révolution annuelle, ce qui eſt un phénomene étrange, & tout particulier à Vénus; les autres Planetes, que je ſçache, ne changeant point ſenſiblement d'inclinaiſon de leurs axes, pendant leur cours autour du Soleil, ſi ce n'eſt peut-être cette petite nutation ou libration, s'il y en a une, dont parle M. Newton, mais qui eſt ſi inſenſible, qu'elle ne mérite point d'attention.

§. LXIII.

Dans cette recherche, on a ſuppoſé que la matiére qui compoſe le globe d'une Planete, eſt uniformément denſe par toute ſon étenduë, ou que tous les corps particuliers, qui, pris enſemble, font le total, ſont homogenes; mais comme l'expérience fait voir que le globe terreſtre que nous habitons, eſt compoſé d'une infinité de parties hétérogenes, plus ou moins denſes les unes que les autres, ſelon leur différente nature, il eſt bien à préſumer qu'il en eſt de même dans les autres Planetes, quoiqu'il y en ait peut-être où la diverſité n'eſt pas ſi conſidérable, ou dont les parties hétérogenes ſont arrangées autour du centre, d'une telle maniére que le total fera le même effet par une eſpece de compenſation du plus & du moins, que s'il étoit uniformément denſe: dans un tel cas, notre regle ne s'écarteroit pas beaucoup de la vérité du fait.

Quant au reſte, ſi les parties hétérogenes d'une Planete ſont trop inégalement diſtribuées autour du centre du globe, en ſorte que le centre de gravité, que je nommerois plutôt le centre d'*inertie*, de toute la maſſe, différe beaucoup du centre de figure, je dis que c'eſt juſtement cette inégale diſtribution, qui eſt la cauſe de l'obliquité de l'axe de rotation, ou qui fait pencher cet axe ſur le plan de ſon orbite; voici la maniere dont je conçois la choſe.

§. LXIV.

J'ai déja démontré que dans ce ſyſtéme, auſſi-bien que dans celui de M. Newton, les orbites des Planetes doivent être des ellipſes qui ont leur foyer dans le centre du Soleil, vers lequel tendent directement les filets du Torrent central; il eſt viſible

que la direction des filets qui donnent sur une Planete, est située toujours sur le plan de son orbite; il fera donc son effort pour faire tourner la Planete sur une ligne droite, qui passe par son centre perpendiculairement au plan de l'orbite; c'est pourquoi si le globe de la Planete se trouve dans une entiére indifférence d'obéir au mouvement rotatif en telle ou telle direction, selon qu'il est frappé, il faut de nécessité que cette ligne droite devienne effectivement l'axe de rotation.

Or cette différence se trouve, lorsque le centre de gravité ou d'*inertie* est dans le centre même du globe, ce qui peut arriver en deux maniéres; sçavoir 1°. quand la matiére du globe est réellement homogene, ou uniformément dense; 2°. quand ses parties, quoique non uniformément denses, sont tellement distribuées que leur commun centre d'inertie tombe dans le centre du globe, comme, par exemple, quand on conçoit le globe composé de couches, dont chacune soit d'une densité uniforme, mais de différente densité entre elles. Mais si le centre d'inertie est éloigné du centre de figure ou du globe, alors cette indifférence au mouvement rotatif n'a plus lieu, étant sensible par les loix de la Méchanique, qu'il y a plus de facilité à tourner un globe, de façon que son centre d'inertie demeure immobile pendant le tournoyement, qu'il n'y en a lorsqu'on le veut tourner dans un autre sens, qui ne se peut faire sans mouvoir le centre d'inertie, parce que de cette maniére n'y ayant plus d'équilibre entre les inerties partiales, on est obligé de vaincre l'inertie totale de la masse, ce qui demande plus de force à mesure que le centre d'inertie fait plus de chemin par la rotation.

§. LXV.

Cela bien entendu, considérons la Planete comme n'ayant point encore de rotation, mais prête à la subir par l'impression du Torrent: je conçois le diametre tiré par les deux centres, d'inertie & de figure; si ce diametre par un coup de hasard se trouve perpendiculaire sur le plan de l'orbite, il est évident que la rotation commencera à se faire autour de ce diametre, qui enfile les deux centres, qui sera par conséquent l'axe de rotation, parce que de cette maniére le mouvement ne rencontre nulle opposition de la part du centre d'inertie, qui étant dans l'axe même, demeure immobile; mais si le diametre qui passe par les deux centres, est

oblique

oblique au plan de l'orbite, alors l'impreſſion du Torrent ne tournera plus le globe autour de la ligne perpendiculaire ſur le plan de l'orbite, à cauſe de l'obſtacle que lui oppoſe l'inertie totale de la maſſe. Cet obſtacle devroit être vaincu, pour mettre auſſi le centre d'inertie en mouvement de rotation, ce qui ne pouvant pas ſe faire aiſément, & ſans quelque perte de la force du Torrent, la rotation changera plutôt de direction, en évitant, autant qu'il eſt poſſible, la difficulté de faire tourner le centre d'inertie; je veux dire que le globe ſe prêtant à la plus facile détermination, tournera, ou exactement, ou peu s'en faut, ſur le diametre qui paſſe par les deux centres, qui ſera par cela même l'axe de rotation.

La ſituation oblique de cet axe, que le haſard lui a une fois donnée, doit enſuite ſe conſerver toujours, parce que le corps planetaire étant conſtamment dans ſon équilibre par la force centrifuge contre-balancée par la gravitation cauſée par l'impulſion du Torrent, l'axe de rotation ne peut que garder ſon paralleliſme, d'où il ne ſortiroit jamais s'il n'en étoit détourné inſenſiblement par une cauſe étrangére, dont nous parlerons dans la ſuite, qui fait qu'après un grand nombre de révolutions autour du Soleil, le changement de ſituation devient un peu ſenſible, en ſorte que l'axe prolongé juſqu'aux étoiles fixes, ſon extrémité, ou le pole de l'équateur, paroît décrire un petit cercle autour du pole de l'écliptique, qui ſe fait dans le ciel, en étendant par la penſée le plan de l'orbite juſqu'au firmament.

§. LXVI.

Après cette longue déduction, on ne peut plus demander dans notre ſyſtéme, pourquoi le mouvement diurne ou de rotation ſe fait, ni pourquoi il ſe fait ſelon la même direction dans la partie ſupérieure de la Planete, ſelon laquelle ſe fait ſon mouvement périodique autour du Soleil. Les difficultés qui ſe préſentent à cet égard dans l'hypothéſe des attractions, ſont entiérement levées par l'action du Torrent, plus forte ſur l'hémiſphére antérieur qui va au-devant de ſon action, que ſur le poſtérieur qui la ſuit.

On peut former une autre demande dans le ſyſtême de M. Newton, pour le moins auſſi importante que la premiére, qui

eſt que l'hypothéſe des attractions étant jointe à celle du grand vuide, on eſt en droit de demander pourquoi l'orbite de chaque Planete change inſenſiblement de place, en tournant d'un mouvement très-lent & uniforme autour de ſon foyer qui eſt dans le centre du Soleil, & pourquoi ce mouvement ſe fait auſſi d'Occident en Orient, ce qui cauſe qu'après une longue ſuite d'années on remarque que les apſides s'avancent un peu vers l'Orient. L'exiſtence du vuide ſuppoſée, & les forces centrales en raiſon inverſe doublée des diſtances, exigent néceſſairement que les orbites ſoient des courbes rentrantes en elles-mêmes, qu'elles ſoient des ellipſes parfaites, dont l'axe ou la ligne des apſides ſoit abſolument immobile. Il eſt vrai que pour rendre raiſon de leur mobilité, M. Newton a recours aux influences que les Planetes ont les unes ſur les autres par leurs attractions mutuelles, par leſquelles il croit devoir arriver que la régularité de leur mouvement ſe trouble, & que par-là les aphélies deviennent mobiles: mais on a démontré ailleurs l'inſuffiſance & la foibleſſe de cette raiſon, puiſqu'on a fait voir que, par exemple, Jupiter, qui, par ſa groſſeur, doit exercer le plus de force d'attraction ſur une autre Planete, devroit tantôt avancer, tantôt faire reculer l'aphélie de celle-ci, ſelon que l'un ou l'autre précéde, bien loin de produire un mouvement toujours en avant, égal & uniforme.

§. LXVII.

Notre théorie nous fournit une explication de ce phénomene très-ſimple & très-naturelle, quoique différente de celle qu'on a donnée dans une autre occaſion; voici cette nouvelle explication, tirée des principes établis dans ce diſcours. Nous avons vû ci-deſſus, que le grand Tourbillon ſolaire eſt d'une nature à ne point faire de réſiſtance aux corps céleſtes, qui puiſſe être tant ſoit peu ſenſible en pluſieurs milliers d'années; que ſa circulation d'Occident en Orient doit être tranquille & uniforme dans chaque couche; & que la vîteſſe de cette circulation eſt 230 fois moins grande, qu'on ne la doit ſuppoſer dans le ſyſtéme de Deſcartes, qui veut que la Planete qui y nage n'ait point d'autre mouvement autour du Soleil, que celui qu'elle emprunte de la matiére du Tourbillon qui l'emporte, au lieu

que, ſelon M. Newton, & ſelon mes principes, le mouvement annuel de la Planete n'a pas ſon origine de celui du Tourbillon, mais qu'il lui a été primitivement imprimé, en ſorte que l'origine eſt intrinſeque, & indépendante de toute autre cauſe que de la premiére, tout auſſi-bien que les Cartéſiens rigides ſont obligés de reconnoître que la circulation tant du Soleil, que celle du Tourbillon autour d'un centre commun, tirent immédiatement leur origine de la premiére cauſe, je veux dire, de l'Auteur du premier mouvement.

De plus, nous avons vû (§. LII. & ſuiv.) que, quoique le Tourbillon n'ait pas aſſez de force pour augmenter ou diminuer ſenſiblement les vîteſſes des Planetes ſur leurs orbites, que demande la régle de Kepler, il en a pourtant aſſez pour cauſer quelque changement dans leurs directions, juſques-là même que les orbites ayant eu au commencement leurs poſitions ſur différens plans, ſans ordre & ſans régularité, les directions de leurs cours, & par-là les poſitions de leurs orbes ſe ſont rangées peu à peu par le mouvement du grand Tourbillon, dans l'eſpace du Zodiaque. Après donc que le plan d'une orbite a été réduit ainſi dans ſa ſituation convenable & permanente, la Planete continueroit éternellement à décrire la même orbite, & repaſſeroit dans chaque révolution par les mêmes apſides, tout comme dans le vuide parfait, ſçavoir ſi le Tourbillon venoit à ceſſer de ſe mouvoir.

Mais comme il circule toujours d'Occident en Orient, & ne ceſſe jamais; ſon effet ſera non pas de changer la vîteſſe ſenſible de la Planete, mais au moins d'en faire anticiper un peu la direction en chaque point de l'orbite; d'où il s'enſuit viſiblement que l'orbite elle-même paroîtra circuler d'un mouvement uniforme, mais très-lent, autour de ſon foyer, & tranſporter par conſéquent les apſides avec la même lenteur uniforme, & dans la même direction d'Occident en Orient.

Voilà une explication, ce me ſemble, bien ſimple & pas moins claire, d'un phénomene, qui, par ſon importance, fut trouvé digne par l'illuſtre Académie d'être propoſé pour le ſujet du Prix de 1730.

QUATRIE'ME PARTIE.

§. LXVIII.

JUSQU'ICI j'ai traité des principaux phénomenes, que l'Aſtronomie moderne a obſervés avec le plus d'exactitude & d'application. Les raiſons phyſiques que j'ai tirées de ma théorie pour expliquer ces faits, me paroiſſent telles, qu'on les pourra enviſager pour le moins comme des conjectures très-probables, ſur-tout à cauſe de la ſimplicité & de la clarté des principes ſur leſquels j'ai bâti mon ſyſtéme. Je ſoûmets cependant le tout à la déciſion de mes Juges ſages & éclairés, accoutumés à ne prononcer leur ſentence qu'en faveur de la ſolidité du raiſonnement.

Il eſt tems préſentement, que je tâche de ſatisfaire auſſi à la Queſtion qui revient ſur le tapis, à cauſe que ſelon ce qu'inſinue le Programme publié pour l'année 1734, on n'a rien trouvé dans les pieces qui ont été envoyées la premiére fois, d'aſſez précis ni d'aſſez clair ſur le ſujet en queſtion, & que c'eſt pour cela qu'on n'a pas cru devoir adjuger le prix; mais qu'une matiére auſſi importante pour l'Aſtronomie phyſique étant très-digne d'être approfondie, l'illuſtre Académie a jugé qu'il étoit utile de propoſer de nouveau le même ſujet pour l'année 1734, en y attachant un prix double de l'ordinaire. Cette généroſité & louable attention pour le bien public, doit exciter les Sçavans, & particuliérement ceux, qui, portés par eux-mêmes pour l'avancement des Sciences, ont toujours tâché d'y contribuer, indépendamment même du profit qui leur en pourroit revenir.

Animé de cet eſprit, je vais produire mes penſées ſur *la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des plans des orbites des Planetes par rapport au plan de l'équateur & de la révolution du Soleil autour de ſon axe;* & indiquer enſuite, *d'où vient que les inclinaiſons de ces orbites ſont différentes entre elles.* Ce ſont là les propres termes dans leſquels la Queſtion eſt propoſée. Je me flatte que la ſolution que j'en donnerai, ſera d'autant plus goûtée, qu'elle a une liaiſon parfaite avec les principes de ma théorie.

Auſſi eſt-ce dans cette ſeule vûe que j'ai communiqué un peu au long cette théorie, afin qu'on ne trouve pas étrange que je m'y ſois étendu à expliquer des faits aſtronomiques, qui ſemblent avoir peu de connexion avec le ſujet dont il s'agit préſentement. Si on veut examiner une partie d'un édifice, on fait bien de contempler auparavant tout l'édifice en ſon entier, & enſuite les parties ſéparément, pour juger ſi celle dont il s'agit eſt dans l'ordre & dans la ſymmetrie avec les autres; c'eſt en quoi conſiſte la beauté de tout l'édifice: ainſi je crois n'avoir pas mal fait d'avoir expoſé à la vûe un ſyſtéme avec les principales particularités qui en rehauſſent le prix: outre que les œuvres ſurérogatoires, comme je penſe, ne ſont pas déſagréables, lorſqu'elles donnent un luſtre au devoir eſſentiel.

§. LXIX.

Pour en venir donc à la Queſtion propoſée: elle conſiſte en deux parties. On demande 1°. la cauſe phyſique des inclinaiſons des orbites; 2°. la raiſon de la diverſité de ces inclinaiſons. Il n'y a qu'à bien ſatisfaire à la premiére partie par une réponſe convenable, on verra que la réponſe à la ſeconde s'enſuivra d'elle-même.

A cette fin, je prie mon lecteur de prêter le plus d'attention à mes raiſonnements ſur le premier de ces deux points, comme ſur le plus eſſentiel, & de ſe ſouvenir avant toutes choſes, de la nature du Tourbillon ſolaire, auquel j'ai attribué, par de bonnes raiſons, une viteſſe 230 fois plus petite qu'on ne la ſuppoſe dans le ſyſtéme Cartéſien, & avec cela, une force très-inſenſible de réſiſter, ou de diminuer la viteſſe des Planetes, à cauſe que la plus grande partie de la matiére du Tourbillon eſt un liquide parfait, diviſé actuellement à l'infini & ſans borne, ou plutôt n'ayant point de parties élémentaires ſans diviſion (§. x. & ſuiv.) par conſéquent incapables de faire la moindre réſiſtance aux corps qui s'y meuvent; mais que le reſte de la matiére, ſçavoir les globules céleſtes, qui entrent pour une très-petite partie dans la compoſition du Tourbillon, ſont d'une rareté extrême, je veux dire, ſi diſperſés par tout le vaſte océan du Tourbillon, que les corps énormes des Planetes y paſſent librement comme dans un vuide parfait, avec les viteſſes qu'ils doivent acquérir

dans les divers endroits de leurs orbes elliptiques en vertu de la regle de Kepler.

Cependant si la réſiſtance de cette matiére doit être comptée pour rien, nous avons démontré qu'il n'en eſt pas de même du changement de direction que doivent ſubir les Planetes ſur leurs routes, ſelon la diverſité des circonſtances, quoique ſans rien perdre de leur vîteſſe. (§. LII. & LIII.) Or c'eſt ce changement de direction, provenant de l'oppoſition des globules céleſtes, qui peut devenir ſenſible, & même conſidérable par la longueur du tems, pour faire que les plans des orbites, après avoir été réduits dans une ſituation permanente, comme je l'ai expliqué ci-deſſus, ne ſe trouvent pas préciſément dans le plan commun de l'équateur du Tourbillon, mais qu'ils s'en écartent, en ſorte que les orbites couperont cet équateur ſous des angles plus ou moins grands, ſelon la diverſe conſtitution des Planetes, c'eſt ce que je me mets en devoir d'expliquer plus amplement & en détail.

§. LXX.

D'abord je me figure que le plan de l'équateur du grand Tourbillon n'eſt point différent de celui de l'équateur du Soleil même. Je regarde le Soleil & ſon Tourbillon comme un tout, dont celui-ci eſt, pour ainſi dire, la continuation de celui-là; de ſorte que le Soleil ayant reçu une fois ſon mouvement de circulation autour d'un axe, ce mouvement a été communiqué peu à peu à la matiére qui l'environne, & forme préſentement ſon Tourbillon, dont la circulation ne fait que ſuivre celle du Soleil dans la même direction d'Occident en Orient, & partant autour du même axe, mais avec plus de vîteſſe dans les couches plus voiſines que dans les éloignées, juſqu'à ce que ces différentes vîteſſes ſoient enfin parvenues à l'état d'uniformité, ſçavoir chacune convenable à la diſtance au Soleil, telle que la demandoient les loix de la Méchanique dans la formation d'un Tourbillon, comme on l'a démontré autrefois.

C'eſt-là l'idée la plus ſimple & la plus naturelle qu'on puiſſe avoir au ſujet de la formation & du mouvement d'un Tourbillon; car quelle contrainte ne faut-il pas ſe donner pour s'imaginer avec les Cartéſiens outrés, que la premiére couche du Tourbillon ſolaire faſſe ſa circulation 230 fois plus rapidement que

la surface du Soleil, à laquelle la premiére couche est contiguë ? & quelle peine n'a-t-on pas aussi à concevoir que le Tourbillon particulier terrestre dans sa plus basse région contiguë à la surface de la Terre, circule 17 fois plus vîte que ne fait la Terre elle-même par son mouvement diurne ? c'est pourtant ce qu'il faut dire, si on veut soûtenir que les Planetes autour du Soleil, & la Lune autour de la Terre empruntent leur mouvement de celui des Tourbillons par lesquels on prétend que ces corps célestes sont entraînés.

Ne seroit-on pas fondé à demander pourquoi à l'endroit où le Tourbillon solaire touche le Soleil, & où le terrestre touche la Terre, les deux mouvemens ne se confondent pas enfin, ou ne se conforment pas l'un à l'autre ? Quelle cause pourroit-on inventer, qui entretînt cette grande inégalité de vîtesse de deux matiéres fluides, qui se frotteroient continuellement, sans qu'il en résultât le moindre retardement dans la plus vîte, ni d'accélération dans la plus lente ? le bon sens n'en est-il pas choqué ? Notre hypothése remédie à tous ces inconvénients : ainsi continuons à nous en servir pour l'explication du fait en question, d'une maniére qui en rende la cause préciſe & claire, telle qu'on la demande.

§. LXXI.

On m'accordera donc, puisque j'ai fait voir que cela convenoit mieux à la simplicité de la Nature, que le mouvement du Tourbillon est la production de celui du Soleil, ou plutôt que celui-là n'est autre chose que la continuation de celui-ci ; d'où il suit qu'il ne se fait point de saut subit de la vîtesse de l'un à la vîtesse de l'autre, mais que déja depuis le centre, la diminution de vîtesse circulante se fait graduellement vers la circonférence, suivant la loi d'un Tourbillon, au moins jusqu'à une vaste distance au-dessus de la région des Planetes ; que par conséquent toutes ses parties sans exception, circulent autour d'un même axe, qui est celui du Soleil ; ce sont donc les mêmes poles & le même plan des équateurs de toutes les couches qui composent le Tourbillon : car quelle raïson auroit-on de croire, comme quelques-uns se le sont imaginé, que les couches à différentes distances changent de direction dans leur circulation ? il n'y a là aucune cause physique à alléguer, qui soit solide.

Je me fonde toujours sur la simplicité, & tiens pour un principe général, qu'il ne faut jamais s'en écarter sans une extrême nécessité.

Cela étant, je vois avec une entiére évidence, qu'après que les Planetes ont une fois acquis la direction permanente, de la maniére que je l'ai expliqué, cette direction devroit être exactement conforme à celle du Tourbillon, puisque celle-ci a produit l'autre, cela veut dire que toutes les orbites devroient se trouver parfaitement sur le plan commun de l'équateur du Soleil & du Tourbillon : cependant les observations font connoître qu'elles s'en écartent un peu, & que leurs plans coupent le plan de l'équateur solaire en différents endroits, & sous différents angles, dont le plus grand monte à 7° 30′, qui est celui que fait l'orbite de la Terre.

Cette déviation m'a donc fait juger que sa principale cause ne doit pas être cherchée uniquement dans la matiére du Tourbillon qui environne immédiatement la Planete par un contact immédiat, & qui devroit plutôt, comme nous l'avons vû, l'entretenir dans le mouvement commun sur le plan de l'équateur. Mais faut-il peut-être recourir à une autre cause, qui agisse de loin sur la Planete, pour la détourner de la direction du Tourbillon, selon le sentiment de Kepler, & de quelques autres après lui, qui ont introduit une espece de magnétisme immatériel émanant du Soleil, & capable de changer la situation & le cours des Planetes? mais cette vision, qui ne vaut pas plus que les attractions, est aussi obscure que les qualités occultes.

N'allons donc pas si loin, & cherchons la véritable cause de notre phénomene dans le corps même de la Planete ; on l'y trouvera sûrement, d'autant plus recevable, qu'elle ne développe pas seulement le fait, mais aussi les circonstances qui l'accompagnent indiquées par les observations les plus exactes ; marque indubitable qu'il y a ici quelque chose de plus qu'une simple conjecture plausible.

§. LXXII.

Je commence par examiner ce qui arriveroit au mouvement annuel d'une Planete, en supposant que sa figure est une sphére parfaite.

parfaite. Je vois qu'un tel corps a une entiére indifférence à obéir avec une égale facilité en telle ou telle direction que le fluide ambiant lui imprime. Or, comme je l'ai déja dit plus d'une fois, le Tourbillon, quoiqu'il n'ait pas de force suffisante pour changer sensiblement les vîtesses des corps célestes, ne laisse pas d'en disposer les directions (si elles sont d'abord différentes de la sienne) qu'elles deviennent peu à peu conformes à la direction commune de toutes les parties du Tourbillon.

Il ne faut donc pas douter qu'une Planete parfaitement sphérique (s'il y en avoit) ne demeurât continuellement dans le plan de l'équateur solaire, dont elle ne s'écarteroit jamais, en sorte que le plan de cet équateur & celui de l'orbite planetaire ne feroient point d'angle, & ne seroient qu'un même plan : cela me paroît clair, sans autre explication plus ample.

§. LXXIII.

Mais on sçait aujourd'hui que les corps des Planetes n'ont pas la figure d'un globe parfait. Quant à la Terre, il y a des Philosophes qui lui attribuent la figure d'un sphéroïde allongé vers les poles; au contraire, Mrs Newton, Huguens & d'autres, disent qu'elle est un sphéroïde applati. On convient généralement par les observations, que l'axe de Jupiter est plus petit que le diametre de son équateur, en raison environ de 12 à 13. Il n'y a pas à douter, en réfléchissant sur les causes physiques qu'on allegue de part & d'autre, qu'une telle inégalité de diametres plus ou moins grande, ne se trouve aussi dans la figure des autres Planetes.

Je suis donc en droit de demander qu'on m'accorde que les Planetes sont des sphéroïdes : & je démontrerai que cette figure supposée emporte nécessairement, que 1°. les Planetes ne peuvent pas se mouvoir exactement sur la direction du Tourbillon, je veux dire, que les plans de leurs orbites seront différens du plan de l'équateur solaire, qui est aussi celui du Tourbillon, & que c'est dans cette différente position que consiste l'inclinaison des orbites par rapport au plan de l'équateur solaire : que 2°. cette inclinaison sera plus ou moins grande, selon que le sphéroïde différe plus ou moins d'une sphére parfaite. Ces deux points démontrés, formeront la réponse à la premiére & à la seconde partie de la Question.

§. LXXIV.

Je dis donc que l'une & l'autre eſpece de ſphéroïde, tant applati qu'allongé, doit cauſer que la direction du mouvement de la Planete ſe détourne de la route qu'elle prendroit ſur le plan commun de l'équateur ſolaire, ſi la Planete étoit une ſphére; avec cette différence, que les nœuds de ces deux ſphéroïdes ſur l'équateur du Soleil ſeront de noms contraires, je veux dire, que là où ſe fera le nœud aſcendant ou Boreal dans le cas du ſphéroïde applati, il deviendra nœud deſcendant ou Auſtral, ſi on ſuppoſe que c'eſt un ſphéroïde allongé, & réciproquement le nœud deſcendant du ſphéroïde applati ſe change en aſcendant pour le ſphéroïde allongé : j'en donne l'explication tirée de la navigation.

On ſçait que les vaiſſeaux pouſſés obliquement par le vent, au lieu d'aller dans la direction de la quille, en ſont inſenſiblement détournés en prenant une autre route, dont la direction fait, avec celle de la quille, un angle que les Marins appellent la *dérive* du vaiſſeau.

La nature & la cauſe de cet effet eſt connuë & traitée amplement dans la manœuvre des vaiſſeaux : c'eſt que ſi le corps du vaiſſeau avoit la figure d'un cercle ou d'une ſphére, par conſéquent indifférente à ſe mouvoir avec une égale facilité en tout ſens, il iroit ſans doute, abandonné à lui-même, dans la direction que lui donneroit la ligne moyenne de la force mouvante, & cette direction pourroit paſſer auſſi pour celle de la quille, puiſque chaque diametre la pourroit être : tout au contraire, un vaiſſeau fort long, mais infiniment peu large, ſuivroit conſtamment la direction de ſa longueur ou de ſa quille, quelle que fût l'obliquité de la direction de la force mouvante. Car un tel vaiſſeau ne trouvant point de réſiſtance ſenſible à la proüe, & toute la force de l'eau donnant ſur le côté, il eſt viſible qu'il doit ſe mouvoir exactement ſur la direction de la quille ſans la moindre dérive. Mais comme il eſt impoſſible dans la ſtructure des vaiſſeaux, de faire en ſorte que la proüe ne ſouffre dans le ſillage, quelque réſiſtance que l'eau lui oppoſe ; cela eſt la cauſe que le vaiſſeau eſt obligé de prendre une route moyenne entre la direction de la quille & celle de la force mouvante ; c'eſt-à-

dire, de ſubir une dérive plus ou moins grande, ſelon que la réſiſtance de l'eau contre la proüe eſt plus ou moins ſenſible.

Je dis donc qu'il ſe fait la même choſe dans le mouvement des Planetes, lorſqu'elles n'ont pas la figure d'une ſphére exacte: ainſi il me ſera permis d'y faire l'application, dont le réſultat montrera combien mes raiſonnements ſont conformes aux obſervations faites ſur cette matiére.

§. LXXV.

Soit GC une portion de l'équateur du Tourbillon, & ſuppoſons d'abord qu'une Planete $BDAE$ ait ſon centre C ſur la ligne GC, avec un mouvement de G vers C. Je vois clairement, que ſi la Planete étoit une ſphére parfaite, elle continueroit ſon mouvement ſur la même ligne de C vers N, nonobſtant l'oppoſition de la matiére du Tourbillon compriſe entre les tangentes extrémes ML, SR paralleles à GC: car cette oppoſition qui n'auroit pas de force pour diminuer ſenſiblement la viteſſe de la Planete, n'en a pas non plus pour changer la direction du mouvement; parce que les deux arcs OBM, OES, étant en ce cas deux quarts-de-cercle d'une ſituation ſemblable au-deſſus & au-deſſous de CO, il eſt évident que pour chaque filet tel que TF, contre lequel donne l'arc ſupérieur OBM, & qui feroit impreſſion ſuivant $\Gamma\varphi$ perpendiculaire à la courbe, il y a un autre filet ſemblable, qui donne ſur l'arc inférieur, & qui fait une pareille impreſſion, mais de bas en haut, au lieu que le premier l'a fait de haut en bas; en ſorte que toutes ces impreſſions ſe trouvant en équilibre par rapport à la direction GC, la Planete continuera toujours à ſe mouvoir ſur cette direction, & n'en ſera jamais détournée. Fig. 2. & 3.

§. LXXVI.

Si le corps planetaire $BDAE$ eſt un ſphéroïde, ſoit applati ou allongé, mais dont l'axe de rotation ou du mouvement diurne BA eſt exactement perpendiculaire ſur GC, ou ſur le plan de l'équateur du Tourbillon, de ſorte que l'équateur DE de la Planete, & celui du Tourbillon GC; ne ſont que ſur un même plan; alors le point E tombant ſur O, les oppoſitions de la part du fluide contre EB & EA ſont encore ſemblables & égales, d'où il ſuit auſſi que la direction du centre C ſuivant GC, ne ſera point changée. Donc une Planete ſphéroïdique, qui auroit ſon axe de

rotation perpendiculairement érigé sur le plan de l'équateur solaire, ne sortiroit jamais de ce plan, c'est-à-dire, que le plan de l'orbite planetaire & le plan de l'équateur du Soleil ne feroient point d'angle. Voilà les deux cas uniques où il n'y auroit point d'inclinaison.

§. LXXVII.

Fig. 2. Mais considérons présentement la Planete comme ayant la figure d'un sphéroïde applati, dont l'axe de rotation *BA* soit oblique sur la direction *GC*, que je regarde toujours comme une partie de l'équateur du Tourbillon; & voyons si la Planete pourra se soûtenir sur la direction *GC*, ou si elle sera obligée de s'en écarter peu à peu pour prendre une autre route *gc*. Pour cette fin, soit le point *V* le plus avant vers le côté où va la Planete, par lequel si on conçoit tirée la tangente *HVI*, cette tangente sera perpendiculaire aux directions *ML*, *ON*, *SR*, & le point d'attouchement *V* sera au-dessous de la direction *GCN*; tellement que l'arc total *MOS* exposé à l'action des filets du fluide compris entre *ML* & *SR*, est partagé en deux parties inégales *VOM*, *VES*, dont la plus grande *VOM* reçoit aussi le plus grand nombre de filets, qui conspirent tous à pousser la planete obliquement de haut en bas, & la moindre partie *VES* reçoit le plus petit nombre de ces filets, qui agissent conjointement sur la Planete pour la repousser obliquement de bas en haut.

Donc ces deux forces sur *VBM* & *VES* étant inégales, la plus petite cedera à la plus grande, d'où il suit que le centre *C* quittera la direction *GC*, & en suivra une autre *gc* au-dessous de la premiére. Ce qui arrive déja dès-lors que l'angle *BCO* commence à devenir aigu: car il faut considérer que cet angle *BCO*, que fait l'axe de rotation *BC*, toujours parallele à lui-même, avec la direction *CO*, toujours dans une autre position, change continuellement de grandeur, comme nous le verrons ci-après plus particuliérement.

§. LXXVIII.

Si nous supposons maintenant le cas où la Planete, après avoir fait le demi-tour depuis un des nœuds jusqu'à l'autre, se meut dans un sens contraire au premier, sçavoir de *C* vers *G*, en sorte que l'angle *ECG* soit obtus, on voit évidemment que la plus forte impression du fluide du Tourbillon, qui se déploie

ſur la partie découverte *MDAS*, vient de bas en haut, & détournera par conſéquent le centre *C* de la direction *CG*, pour lui faire prendre la direction *c γ* au-deſſus de *CG*, ce qui arrive auſſi d'abord que l'angle *BCG* commence à devenir obtus.

Il eſt à remarquer que les deux points d'interſection, où les deux lignes *cg*, *γc* coupent la ligne *CG* prolongée de part & d'autre, repréſenteront les deux nœuds de la Planete, ſçavoir, la premiére interſection donnera le nœud auſtral, & la ſeconde le nœud boreal.

Il reſte à expliquer l'effet que produira l'oppoſition du fluide du Tourbillon contre une Planete qui auroit la figure d'un ſphéroïde allongé, d'où nous verrons que cet effet ſera renverſé par rapport au premier, dans l'ordre du mouvement de la Planete ſur ſon orbite, je veux dire, que le nœud deſcendant ou auſtral ſe change ici en boreal, & réciproquement le boreal en auſtral.

§. LXXIX.

Soit donc une Planete en forme de ſphéroïde oblong *BDAE*; Fig. 3. l'axe de rotation *BA* plus grand que le diametre de ſon équateur *DE*; ſon pole boreal *B*, & auſtral *A*; le centre *C*. Soient tirées toutes les autres lignes comme dans la figure précédente; nous voyons d'abord que le point d'attouchement *V*, qui partage l'arc *MVS* expoſé à la preſſion du fluide contenu entre les filets extrêmes *LM*, *RS*, eſt au-deſſus de la direction de l'équateur du Tourbillon : c'eſt pour cela que la preſſion exercée ſur la partie inférieure *VES*, dont la direction moyenne va de bas en haut, eſt prévalente à celle qui s'exerce ſur la ſupérieure *VBM*, dont la moyenne direction tend de haut en bas. Ainſi le centre *C* ne pouvant pas ſe ſoûtenir ſur la direction *GC*, en ſera détourné vers le ſupérieur *c*, & ſuivra la route *g c* au-deſſus de *GC*. Et comme cette inégale preſſion, dont l'inférieure eſt la plus forte, commence dès que l'angle *BCO* devient aigu, on voit que *CG*, *cg* prolongées, doivent ſe couper du côté de *G*, *g*, d'où la Planete vient, & que par conſéquent le point d'interſection ſera le nœud boreal, puiſque ce ſera dans ce point, comme nous le verrons, que l'angle *BCO* étant droit, va devenir aigu.

§. LXXX.

Mais au contraire, ſi tout le reſte demeurant le même, on ſuppoſe le cas où la Planete ſe meut de *C* vers *G*, & où l'angle *BCG* eſt obtus; on prouve par un raiſonnement ſemblable à celui que nous avons fait dans le §. LXXVIII. que la Planete ſera obligée de deſcendre vers le pole auſtral du Tourbillon, & que ſon centre décrira la route *c?*, qui étant prolongée du côté d'où elle vient, coupera *GC* dans un point vers *N*, qui ſera le nœud Auſtral. Car ce ſera ici où l'angle *BCG*, de droit qu'il eſt, commence à ſe changer en angle obtus.

Il faut remarquer pour l'une & l'autre eſpece de ſphéroïdes, que l'axe de rotation étant incliné ſur le plan de l'orbite, il arrive deux fois dans chaque révolution annuelle, que les angles *GCB* & *BCO* deviennent droits, je veux dire, que la direction du centre de la Planete ſoit perpendiculaire à la poſition de l'axe *BA*, ſçavoir, une fois lorſque la Planete parvient à l'endroit de ſon orbite, où ſon axe de rotation prolongé rencontre ou coupe l'axe de l'équateur ſolaire vers le pole Boreal, & une fois encore lorſqu'après une demi-révolution ces deux axes prolongés ſe rencontrent vers le pole Auſtral.

§. LXXXI.

C'eſt donc dans ces deux points que les angles *BCG*, *BCO* ſont droits; ils ſont par conſéquent comme le paſſage où la direction de l'action du fluide ſur la ſurface du ſphéroïde change d'obliquité, & fait que la partie qui donnoit plus de priſe à cette action, commence à devenir celle qui en donne moins, & réciproquement la partie qui y étoit moins expoſée, va l'être plus que l'autre : cela eſt évident, en faiſant attention au paralleliſme que l'axe de rotation conſerve pendant ſa révolution autour du Soleil.

De-là il paroît que les nœuds des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil ſe trouvent dans les points où les Planetes parviennent à leurs ſolſtices; puiſque c'eſt viſiblement dans ces points, que l'axe du Tourbillon & l'axe de rotation d'une Planete ſont dans un même plan, & que les angles *BCG*, *ECO* deviennent droits : en conſidérant au moins l'orbite de la Planete comme un cercle parfait, dont le centre ſeroit dans celui du

Tourbillon; mais étant véritablement une Ellipſe, quoique fort approchante du cercle, nous verrons plus bas que cela fera que les nœuds ſeront un peu éloignés des points ſolſtitiaux.

§. LXXXII.

Juſqu'ici nous avons conſidéré le mouvement de la Planete comme ſe faiſant dans un fluide calme & en repos, dont la ſeule oppoſition doit la faire écarter de la direction qu'elle auroit ſi elle étoit parfaitement ronde, ou ſi ſon mouvement ſe faiſoit dans le vuide; de la même maniére que les vaiſſeaux ſouffrent une dérive, lorſque la tendance de leur route n'eſt pas directement oppoſée à la direction moyenne de la réſiſtance de l'eau: tellement que le lieu d'un vaiſſeau s'éloigne de plus en plus de l'endroit où il ſe trouveroit, ſi on pouvoit éviter la cauſe de la dérive.

Mais puiſque le fluide du Tourbillon a lui-même un mouvement, quoique 230 fois plus lent que celui de la Planete, qui ſe fait de même côté d'Occident en Orient, & dont j'ai démontré que l'effet eſt de la diriger inſenſiblement à prendre une conformité de direction commune dans le plan de l'équateur ſolaire, il eſt ſenſible que plus la Planete s'écarte de cette direction à cauſe de l'inégalité de preſſion qu'elle rencontre par-devant, plus auſſi ſera-t-elle obligée par cette autre cauſe, de regagner le deſſus, & de ſe rapprocher de l'équateur du Tourbillon.

La premiere de ces deux cauſes, qui depend de l'inclinaiſon de l'axe *BA* de la Planete ſur la direction de ſa route, va en augmentant depuis le moment que les angles *BCG*, *BCO* ſont devenus droits, juſqu'à ce qu'ils deviennent le plus inégaux qu'ils peuvent, l'un devenant le plus obtus & l'autre le plus aigu, autant que l'autre cauſe, qui cherche à redreſſer la dérive, le leur permet; c'eſt-à-dire, depuis le nœud juſqu'à la limite de la Planete, ou depuis l'interſection de l'équateur & de l'orbite, juſqu'au point de leur plus grand éloignement.

Ce point paſſé, le paralleliſme de l'axe *BA* fait que les angles *BCG*, *BCO* ſe rapprochent chacun de l'angle droit, par où il arrive que l'inégalité de preſſion du fluide contre les deux parties *VBM*, *VES* diminue, pendant que l'autre action tend continuellement à remettre la Planete ſur la direction du fluide; elle ſera donc repouſſée en chemin faiſant vers le plan de l'équa-

teur ſolaire, qu'elle traverſera dans le nœud oppoſé, où derechef l'axe *EA* eſt perpendiculaire à la direction du mouvement de la Planete ſur ſon orbite; par conſéquent nulle inégalité d'impreſſion du fluide contre les deux parties *VEA*, *VES*.

Après que la Planete a paſſé ce nœud oppoſé, il eſt auſſi ſenſible qu'elle continuera l'autre moitié de ſa route de la même maniére, & ſuivant la même loi qu'elle a fait la premiére : en ſorte que l'une s'écartant ou faiſant ſa dérive vers le pole auſtral, ſelon l'eſpece du ſphéroïde, l'autre la fera néceſſairement vers le pole boreal ; parce qu'après un demi-tour de révolution, les parties de la ſurface expoſées aux impreſſions du fluide changent de ſituation ; celle qui en recevoit le plus, ayant été d'un côté par rapport à la direction du fluide, ſera celle qui en recevra le moins, & réciproquement.

§. LXXXIII.

Voilà les deux cauſes contraires l'une à l'autre, qui doivent régler la ſituation du plan de l'orbite, & lui donner une certaine inclinaiſon par rapport au plan de l'équateur ſolaire. Et comme la quantité de la *dérive* (il me ſera permis d'appeller ainſi la déviation cauſée par l'oppoſition du fluide, ſemblable à celle de l'eau contre le vaiſſeau) dépend entiérement, en partie de la figure du ſphéroïde plus ou moins différente de l'uniformité d'une ſphére, & en partie de la plus ou moins grande obliquité de l'axe du mouvement diurne ſur le plan de l'orbite, puiſqu'il ne ſe feroit point de dérive, comme nous l'avons déja dit, ſi cet axe étoit perpendiculairement érigé ſur ce plan, quand même le ſphéroïde différeroit beaucoup de la ſphéricité parfaite : comme donc, dis-je, ces deux circonſtances, la figure du ſphéroïde & la poſition de l'axe, ſont ſans doute différentes dans les différentes Planetes, il ne faudra plus demander pourquoi les inclinaiſons des orbites ſont différentes entre elles ; car chacune des Planetes étant dans un état particulier par rapport à ces deux circonſtances, il eſt évident que l'inclinaiſon de ſon orbite lui doit être auſſi particuliére, je veux dire, différente des autres ; il ſeroit donc inutile d'expliquer plus amplement la cauſe de ce phénomene.

Cependant, pour dire encore quelque choſe ſur la quantité de l'inclinaiſon des orbites ; nous avons vû que la réſiſtance qu'oppoſe

qu'oppose le fluide du Tourbillon au mouvement des corps célestes est si insensible, que leur vîtesse n'en souffre aucune diminution perceptible, peut-être pas même pendant toute la durée du monde; nous avons vû pareillement, que le mouvement circulant du Tourbillon avec une vîtesse 230 fois plus petite que celle de la Planete dans la région où elle se trouve, ne peut non plus ni accélerer ni retarder la vîtesse qu'elle doit acquérir dans les différens endroits de son orbite elliptique, en vertu de la regle de Kepler, mais que tout ce que le Tourbillon circulant peut produire, c'est de diriger peu à peu le mouvement progressif des Planetes à prendre sa direction commune d'Occident en Orient.

Ainsi réflechissant sur la foiblesse des deux causes que je viens d'expliquer, qui concourent à déterminer les inclinaisons des orbites, & qui influent seulement sur les directions, & non point sur les vîtesses; il est très-probable que l'inclinaison de chaque orbite n'a pas été produite dès la premiére révolution, mais qu'il a fallu un grand nombre de révolutions, avant que l'inclinaison soit parvenue à sa quantité fixe & permanente, telle qu'on l'observe aujourd'hui.

§. LXXXIV.

Une autre circonstance digne d'attention, c'est que l'orbite étant une ellipse qui a le Soleil dans un de ses foyers, duquel toutes les lignes droites tirées aux points de la circonférence, excepté les deux apsides, font des angles obliques avec les tangentes, il est clair que pendant le tems que la Planete est à monter depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie, la direction du fluide du Tourbillon contre la surface antérieure de la Planete, fait un angle obtus avec la ligne de la distance au Soleil, & que cet angle devient aigu dès qu'elle a passé l'aphélie jusqu'à son retour au périhélie.

Mais comme les orbes elliptiques approchent beaucoup des cercles véritables, ces angles obtus & aigus ne différent que très-peu des angles droits; d'où on doit conclure que les deux points de l'orbite où se fait l'équilibre de l'impression du fluide sur la Planete, c'est-à-dire, les deux nœuds, ne se trouvent pas exactement dans les deux points solstitiaux, mais toujours fort près: en sorte que l'on peut être assûré que les Planetes arrivent

à leurs solstices, ou un peu avant, ou un peu après qu'elles passent par les nœuds.

§. LXXXV.

Au moins cela se vérifie très-bien par l'observation faite du nœud boreal de l orbite de la Terre par rapport à l'équateur du Soleil, qui se trouve, le Soleil étant dans le 8me degré de ♓, éloigné du solstice d'été seulement de 22 degrés. Il seroit à souhaiter que M^{rs} les Observateurs prissent la peine de déterminer les lieux des solstices des autres Planetes, comme ils ont fait ceux des nœuds sur l'équateur solaire, pour voir si dans chacune des Planetes les nœuds & les points solstitiaux ne se suivent pas de bien près: une telle observation donneroit un grand poids à ma conjecture sur la véritable cause de l'inclinaison des orbites planétaires, supposé que pour chaque Planete on trouve une proximité constante entre ces deux points; il faudroit, par exemple, que Mars passant par son nœud, qui est entre le 14me & le 15me degré de ♓, ne fût pas bien loin de son solstice, soit qu'il l'eût déja passé, ou qu'il fût près de le passer.

§. LXXXVI.

A cette occasion je ne dois pas passer sous silence une des plus importantes utilités qu'on retireroit de mon système, s'il avoit le bonheur d'être agréé: cette utilité consisteroit en ce qu'on seroit en état de décider la fameuse question sur la véritable figure de la Terre, si elle est un sphéroïde allongé ou applati. Les sentimens des Philosophes de notre tems, touchant cette question, sont partagés depuis 40 ou 50 ans. On allegue de part & d'autre des preuves solides: Mrs Huguens, Newton & plusieurs grands Géometres qui les suivent, prétendent que la diminution de la pesanteur des corps terrestres vers l'équateur de la Terre, causée par la force centrifuge de ces corps, qui résulte du mouvement journalier de la Terre, laquelle force est plus grande dans ces endroits que dans les lieux plus proches des poles, est un argument invincible que la Terre est plus élevée vers l'équateur que vers les poles; à quoi ils ajoûtent l'expérience de l'accourcissement des pendules à secondes, qu'il faut leur donner dans les pays voisins de l'équateur, marque évidente, à ce qu'ils pensent, d'une plus grande diminution de pesanteur.

D'autres grands Hommes soûtiennent le contraire, se fondant principalement sur la mesure actuelle de la Terre, faite en différens endroits & en divers pays, avec toute l'exactitude possible ; l'expérience ayant constamment montré que les degrés d'un même méridien avoient plus de longueur dans les lieux de moindre latitude que dans les plus septentrionaux, & que leur longueur diminuoit à mesure qu'on approchoit du pole. Ce qui est une preuve géométriquement certaine, que le méridien a la forme d'une ellipse, dont le grand axe passe par les poles de la Terre, & que par conséquent la figure de la Terre est un sphéroïde oblong.

On ne sçauroit presque douter de l'exactitude avec laquelle ces mesures ont été prises en France, si on lit les ouvrages qu'on en a publiés, & qu'on réfléchisse sur les soins & les précautions extraordinaires employées dans ce pénible travail. La piéce que M. Cassini a donnée sur la figure de la Terre dans les Mémoires de 1713. pag. 188. mérite une attention particuliére, par la solidité de ses raisonnemens, pour établir le sphéroïde allongé ; & il ne semble pas que cet illustre Auteur ait été ébranlé dans son sentiment par la seconde édition des Principes Phil. de M. Newton, qui parut la même année 1713. où M. Newton ne persiste pas seulement dans son opinion contraire, fondée sur l'inégalité des pendules à secondes, mais il donne encore, pag. 383. une liste (qu'on ne trouve point dans la premiére édition,) de la mesure d'un degré pris consécutivement sur le méridien, par où il prétend faire voir que leurs longueurs vont en augmentant depuis l'équateur jusqu'au pole ; comme si c'étoit une affaire décidée, que l'accourcissement des pendules fût une marque infaillible que les parties de la Terre sont plus élevées vers l'équateur que vers les poles, au lieu qu'on n'en peut conclure autre chose tout au plus, sinon que la Terre est un sphéroïde moins allongé, qu'elle ne le seroit si elle étoit encore dans son état primitif, cela veut dire, sans le mouvement diurne, ce que M. de Mairan a très-bien expliqué dans ses excellentes Recherches Géométriques sur la diminution des degrés en allant de l'équateur vers les poles. *Voyez les Mém. de l'Acad. de* 1720. *pag.* 231.

§. LXXXVII.

Enfin, M. Caſſini bien loin de changer de ſentiment après la ſeconde édition de l'ouvrage de M. Newton, nous a donné une nouvelle Diſſertation dans les Mémoires de 1718, p. 245, où non-ſeulement il confirme ce qu'il avoit avancé touchant la figure oblongue de la Terre, & la préciſion extraordinaire avec laquelle fut priſe la meſure des degrés du Méridien, mais il pouſſe l'exactitude juſqu'à déterminer en toiſes l'axe de la Terre, le diametre de l'Equateur & l'intervalle des deux foyers de l'Ellipſe génératrice du ſphéroïde allongé. *Voyez p. 255.*

Or ce grand Aſtronome, qui lui-même s'étoit employé à ce travail de concert avec Mrs Maraldi & de la Hire, également habiles dans l'art d'obſerver, auroit-il bien avancé avec tant d'aſſûrance un fait, s'il n'en avoit pas été convaincu par des opérations réïtérées & vérifiées par un grand nombre d'autres?

Un ſurcroît de preuves ſe tire préſentement de ma Théorie, qui décide en faveur du Sphéroïde allongé: car de ce que j'ai démontré aux §§. LXXIX, LXXX, il ſuit néceſſairement que quand on obſerve qu'une Planete dans le tems de ſon ſolſtice d'été eſt aux environs de ſon nœud aſcendant, il faut que cette Planete ait la figure d'un ſphéroïde oblong; mais parmi grand nombre d'obſervations que le même M. Caſſini, diligent obſervateur tant pour le Ciel que pour la Terre, a faites avec une aſſiduité infatigable pour déterminer le mouvement des taches du Soleil, il s'en trouve une dans les Mémoires de 1703, p. 109, & les ſuites dans les pages ſuivantes, où la deſcription exacte de deux taches qui parcouroient à peu près le même parallele ſur le diſque du Soleil, & peu éloigné de ſon équateur, eſt entiérement conforme à ma penſée; car il n'y a qu'à jetter les yeux ſur la Figure que l'Obſervateur a fait graver pour tracer la route qu'ont tenuë ces deux taches, depuis le 24 Mai 1703 juſqu'au 3 Juin ſuivant.

Cette route étant ſenſiblement une ligne droite, ſi on conçoit une parallele tirée par le centre du diſque, cette parallele repréſentera l'équateur du Soleil, & il eſt viſible que du côté d'Occident, elle ira au-deſſous de l'écliptique marquée dans la Figure, faiſant enſemble un angle de 8 degrés, qui eſt l'inclinai-

ſon du plan de l'écliptique ou de l'orbite de la Terre ſur le plan de l'équateur ſolaire ; de ſorte que l'interſection de ces deux lignes ſur le diſque, c'eſt-à-dire, de l'équateur & de l'écliptique, déſigne le nœud aſcendant de cette derniére par rapport à l'équateur ſolaire. Par ce nœud, ſi par la penſée on tire du centre du Soleil une ligne droite juſqu'à l'orbite terreſtre, le point où cette droite la rencontre ſera le nœud aſcendant de la Terre.

C'eſt donc par le nœud aſcendant ou Boréal que la Terre paſſa le 28 Mai 1703, jour marqué par M. Caſſini, p. 112, pour le paſſage de la tache par le milieu de ſon parallele, le Soleil étant alors dans le 8me degré de ♓, c'eſt-à-dire, 22 degrés ou à peu près autant de jours avant le ſolſtice d'été.

D'où je dois inférer, ſuivant ma théorie, que la figure de la Terre eſt à la vérité celle d'un ſphéroïde allongé, conformément au réſultat des obſervations faites en France par des meſures actuelles. Je me flatte que cette conformité ne déplaira pas à M^rs^ les Obſervateurs, d'autant qu'elle détruit le ſoupçon de quelque inexactitude gliſſée dans leurs opérations, prétexte unique de ceux qui ſont pour le ſphéroïde applati de la Terre.

§. LXXXVIII.

Pour faire comprendre plus diſtinctement les différens effets que produit l'oppoſition du fluide du Tourbillon ſur les ſphéroïdes des deux différentes eſpeces ; je tâcherai de mettre clairement devant les yeux tout ce que j'ai démontré ci-deſſus par les Figures 2 & 3. J'employerai pour cela deux nouvelles Figures, qui repréſenteront pour l'un & l'autre ſphéroïde ce qui lui doit arriver dans ſon cours pendant une révolution entiére autour du Soleil. Je ſuppoſerai, pour ſubvenir à l'imagination, que l'orbite eſt circulaire, & que le Soleil eſt dans le centre ; car il ne s'agit ici que d'expoſer à la vûe comment ſe fait l'inclinaiſon des Plans des Orbites par rapport au Plan de l'Equateur Solaire.

§. LXXXIX.

Soit le centre du Soleil *S*, l'équateur du Tourbillon *EFHG* concentrique, & dans un même plan avec l'équateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe *BSA*, qui eſt perpendiculaire au plan de ces deux équateurs ; *B* le pole boreal ou ſupé- Fig. 4 & 5.

rieur du Soleil ; *A* le pole auſtral ou inférieur. Concevant qu'une Planete, par exemple, la Terre, ſe trouve d'abord ſur l'équateur du Tourbillon dans le point du ſolſtice d'été *E*, & qu'elle ſoit déterminée à ſe mouvoir autour du Soleil, nous comprendrons aiſément par ce qui a été expliqué ci-deſſus, que la Terre décriroit parfaitement l'Equateur du Tourbillon, je veux dire, que cet équateur & l'orbite de la Terre ſeroit un même cercle, ſi la figure du globe terreſtre étoit parfaitement ſphérique, parce que l'uniformité de cette figure n'admettroit aucune cauſe extérieure qui pût détourner la Terre de ſa route une fois commencée, de même qu'un vaiſſeau ſphérique ſur mer étant pouſſé ſuivant une certaine direction, ira toujours dans la même direction, ſans ſouffrir la moindre dérive.

Mais la Terre ayant la figure de ſphéroïde, il eſt ſenſible que pendant ſa révolution autour du Soleil elle préſente à l'oppoſition de la matiére du Tourbillon, une moitié de ſa ſurface qui change continuellement de poſition, & partant auſſi de figure par rapport à la direction, à cauſe que l'axe de rotation de la Terre *b a* conſerve ſon paralleliſme, pendant que les directions du fluide oppoſé changent à tout moment de ſituation, puiſque ces directions ne ſont autre choſe que les tangentes de l'orbite. Ainſi les changemens de direction cauſent l'inégalité de l'action du fluide ſur la ſurface antérieure de la Terre.

Cette ſurface eſt partagée en deux parties inégales, l'une au-deſſus du point le plus avancé *V*, (Voyez Fig. 2 & 2.) l'autre au-deſſous ; ce qui cauſe de part & d'autre des impreſſions de forces inégales qui font écarter la Terre, en fórme de dérive, de la route qu'elle tiendroit, ſi elle étoit parfaitement ronde ; c'eſt pour cela qu'elle quittera l'équateur du Tourbillon pour décrire un autre cercle, dont voici les conditions.

§. XC.

Fig. 4. Conſidérons en premier lieu la Terre comme un ſphéroïde applati, & ſuppoſons-la placée dans le point *E*. D'abord il eſt clair que dans cette ſituation, l'axe de rotation de la Terre *b a*, & l'axe de révolution du ſoleil *BA* étant prolongés, ſe rencontreront dans la partie ſupérieure en ☋, & formeront le triangle rectangle ☋*SE*, dont l'angle *S*☋*E* eſt de 23° 30′, meſure de la plus

grande déclinaiſon du Soleil. Il eſt clair auſſi, que le plan du triangle ☾S*E* eſt perpendiculaire ſur le plan de l'équateur du Tourbillon; d'où il ſuit, que s'imaginant tirée *Ee* tangente de l'équateur du Tourbillon en *E*, cette tangente ſera perpendiculaire à *E*☾, & fera par conſéquent avec l'axe de rotation *ba*, deux angles droits *eEb*, *eEa*.

Ainſi le fluide du Tourbillon s'oppoſant également à la partie boreale & auſtrale de la ſurface qui ſe préſente à ſa direction, l'équilibre du mouvement ſur l'équateur ſe maintiendroit parfaitement, & la terre n'en ſortiroit jamais, ſi l'angle *eEb* demeuroit toujours droit. Mais comme l'axe de la Terre *ba* conſerve ſenſiblement ſa ſituation parallele, on voit que dès qu'elle part du point ſolſtitial d'Eté *E*, pour aller vers *F*, cet angle *eEb* diminuë de plus en plus, juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë dans ſon point équinoxial de l'Automne, où l'angle fait par l'axe de la Terre & la ligne de direction, ſera le plus petit ou le plus aigu: d'où, en vertu de ce que nous avons démontré ci-deſſus (§. LXXVII.) pour le ſphéroïde applati, il faut que l'oppoſition du fluide ſur la partie boreale de la ſurface, ſoit la prévalente, ce qui fera dériver la Terre vers le pole auſtral du Tourbillon; en ſorte qu'après le premier quartier de ſa révolution, au lieu de ſe trouver en *F*, elle ſe trouvera en *L*, où l'angle *fLb* fait par la direction *fL* & l'axe *Lb* eſt le plus aigu.

Mais comme depuis l'endroit *L* cet angle recommence de croître, en devenant ſucceſſivement moins aigu juſqu'en *H*, qui eſt le point du ſolſtice d'Hyver, où l'axe de rotation de la Terre *ba* prolongé rencontre l'axe du Tourbillon en *a*, & où par conſéquent la direction *hH* redevient perpendiculaire à l'axe *ba*: c'eſt pourquoi pendant le tems que la Terre eſt à parcourir le ſecond quartier de ſa révolution *LH*, l'avantage de l'action du fluide ſur la partie ſupérieure de la ſurface du ſphéroïde applati diminuë juſqu'à ſon entiére extinction au point *H*, où l'action ſur la ſupérieure & l'inférieure eſt dans ſon équilibre parfait, parce que le fluide s'oppoſe à l'une & à l'autre d'une maniére égale & ſemblable.

Mais puiſque l'autre action du Tourbillon, en tant qu'il ne ceſſe de circuler continuellement d'Occident en Orient, pourſuit toujours la Terre, & tend à la remettre dans ſa direction

commune, comme nous l'avons expliqué ci-deſſus tout au long, il eſt viſible qu'après qu'elle a paſſé le point *L* où elle a ſouffert ſa plus grande dérive, elle doit ſe rapprocher enſuite de l'équateur du Tourbillon, de la même maniére qu'elle s'en étoit écartée en parcourant le premier quartier.

§. XCI.

Il ne reſte donc plus qu'à conſidérer la route que doit prendre la Terre, en parcourant les deux autres quartiers de ſon orbite. Or, il eſt d'abord manifeſte que tout ſe fait ici à rebours, c'eſt-à-dire, que l'angle *hHb*, de droit qu'il étoit, commence à devenir obtus, dès que la Terre part du point ſolſtitial d'hyver *H*, & que cet angle augmente juſqu'au point *M*, où l'angle *gMb* eſt le plus obtus qu'il eſt poſſible; depuis *M* cet angle décroît juſqu'en *E*, où il redevient droit.

Ainſi en appliquant notre raiſonnement de l'article précédent à la circonſtance préſente, on verra par le §. LXXVIII. que l'oppoſition du fluide ayant ici l'avantage du côté de la ſurface inférieure de la Terre, la dérive ſe doit faire vers le pole ſupérieur; donc les deux derniers quartiers *HM*, *ME*, ſe formeront de la même maniére que les deux premiers *EL*, *LH*, par rapport à leur figure, mais avec différentes poſitions par rapport au plan de l'équateur *EFHG*, en ce que la premiére moitié de l'orbite *ELH* s'écarte de ce plan vers le pole auſtral, autant que la ſeconde s'en écarte vers le pole boreal; ſi bien que le plan de l'orbite doit couper néceſſairement le plan de l'équateur, qui eſt auſſi celui du Soleil ſelon notre théorie, dans la ligne *EH*, qui paſſe par le centre de cet aſtre *S*.

Tout ce qui pourroit faire quelque peine, ce ſeroit de ſçavoir pourquoi l'orbite entiére *ELHM*, formée ainſi par les dérives, eſt juſtement ſur un plan, pouvant être, à ce qu'il ſemble, une courbe à double courbure; mais on ſe levera cette difficulté, ſi on ſe ſouvient de ce que nous avons expliqué ci-deſſus touchant la différence qu'il y a entre la force qui produit du mouvement dans un corps, & celle qui en change ſeulement la direction, où il a été démontré que la moindre oppoſition, ou une force inſenſible eſt déja capable de changer peu à peu la direction d'un corps mis en mouvement par une force très-grande, ſans pourtant

tant que la courbe que ce corps eſt obligé de décrire par l'action de cette grande force, change de nature. Ici il en eſt de même: la figure des orbites eſt cauſée par la gravitation des Planetes vers le Soleil, contre-balancée par les forces centrifuges; & cette gravitation a pour cauſe la force du Torrent central, qui eſt une force très-grande, par rapport à laquelle l'oppoſition du fluide contre le mouvement des Planetes, eſt une force comme infiniment petite, qui n'en change que la direction, c'eſt-à-dire, qui a cauſé inſenſiblement leur dérive, laiſſant pour le reſte aux orbites leur figure, & aux Planetes leur vîteſſe, telle qu'elles auroient ſi elles ſe mouvoient dans un grand vuide, comme le ſuppoſe M. Newton : mais on démontre géométriquement, que la gravitation dirigée toujours vers le Soleil, fait que chaque orbite eſt ſur un plan qui paſſe par le centre du Soleil ; elle le ſera donc encore après qu'il lui ſera ſurvenu la dérive réglée & permanente, par où l'orbite ne perd rien de ſa figure, mais change ſeulement de poſition, paſſant du plan de l'équateur du Tourbillon ſur un autre plan qui coupe le premier, comme je l'ai dit, dans le centre du Soleil, ſous un angle *ISL* ou *GSM*, meſure de l'inclinaiſon plus ou moins grande, ſelon qu'exige le ſphéroïde plus ou moins applati.

§. XCII.

Quelque petit que ſoit cet angle, même pour l'orbite de la Terre, qui eſt celle de toutes les orbites qui a la plus grande inclinaiſon, ſçavoir de $7\frac{1}{2}$ degrés, il ne faut pourtant pas croire que cette inclinaiſon ait été acquiſe dès la premiére révolution de la Terre autour du Soleil ; car cela marqueroit un effet trop ſenſible pour une cauſe ſi foible, telle que nous avons ſuppoſé être la force de l'oppoſition du fluide, incapable d'altérer ou de retarder la vîteſſe des Planetes, mais capable ſeulement d'en changer, par la longueur du tems, les directions, comme nous l'avons inſinué pluſieurs fois.

Rien ne nous empêche donc de concevoir que l'inclinaiſon des orbites ait été produite, en naiſſant inſenſiblement, & en prenant à chaque révolution un nouveau petit degré de dérive, juſqu'à parvenir après un grand nombre de révolutions, à l'inclinaiſon totale que l'on obſerve aujourd'hui dans les orbites,

& qui eſt permanente ſans pouvoir prendre de nouvelles augmentations, étant empêchée par le mouvement du Tourbillon d'Occident en Orient, qui s'efforce ſans ceſſe de rendre aux Planetes la direction commune dans le plan de ſon équateur, comme nous l'avons expliqué aſſez amplement.

C'eſt-là le cours ordinaire des effets de la Nature, qui ne produit rien ſubitement, mais par ſucceſſion de degré en degré, quoique tantôt plus tantôt moins vîte, ſelon l'intenſité de la force qu'elle emploie, & la diverſité des circonſtances.

§. XCIII.

Fig. 5. Après tout cela, on voit que ſi la Terre avoit véritablement la figure de ſphéroïde applati, le point *L* du ſolſtice d'Eté ſeroit le nœud deſcendant, & ſon oppoſé le nœud aſcendant. Mais en donnant à la Terre la figure de ſphéroïde allongé, il n'y a qu'à accommoder à cette hypothéſe le raiſonnement que nous avons fait juſqu'ici depuis le §. XC. & on trouvera un effet entiérement contraire par rapport à la nature des nœuds.

Car on s'apperçoit clairement (§. LXXIX.) que la Terre étant dans ſon ſolſtice d'Eté *E*, ou aux environs, ſa ſurface allongée vers les poles, ſera la cauſe d'une dérive boréale, qu'elle ſubira en parcourant les deux premiers quartiers de ſon orbite *EL*, *LH*, comme réciproquement la dérive doit être auſtrale depuis environ le ſolſtice d'Hyver *H* en achevant de parcourir les deux derniers quartiers *HM*, *ME*; en ſorte que dans ce cas c'eſt le point *E* qui ſera le nœud aſcendant, & *H* le deſcendant.

Voilà donc déterminés par notre raiſonnement, les nœuds pour le ſphéroïde allongé, à peu près comme l'expérience le confirme pour la Terre, fondée ſur les Obſervations alleguées de M. Caſſini, qui aſſigne le nœud aſcendant vû du Soleil au 8me degré de ♎, & par conſéquent le deſcendant au 8me dégré de ♈, aſſez près des ſolſtices, qui ſeroient peut-être préciſément dans les ſolſtices mêmes, ſi l'action du fluide du Tourbillon ſolaire ſur la ſurface de la Terre n'étoit pas troublée un peu par ſon propre Tourbillon, qui intercepte en partie cette action, & par d'autres cauſes accidentelles & particuliéres, dont nous avons fait mention ci-devant.

Après cette heureuſe conformité de notre théorie, avec les

obſervations céleſtes, peut-on plus long-tems refuſer à la Terre la figure de ſphéroïde oblong, fondée d'ailleurs ſur la dimenſion des degrés de la méridienne, entrepriſe & exécutée par le même M. Caſſini, avec une exactitude inconcevable ?

§. XCIV.

Le paralléliſme de l'axe de rotation des Planetes étant ſuppoſé être conſtant & parfait, il eſt viſible que les nœuds de leurs orbites ou leurs interſections avec l'équateur du Tourbillon, ſeroient entiérement immobiles, & répondroient toujours aux mêmes endroits du firmament par rapport au Soleil ; mais le paralléliſme eſt ſujet à une variation, quoique très-petite, qui ne ſe fait ſentir qu'après un grand nombre de révolutions. Il eſt facile d'en rendre raiſon par notre théorie : car la Planete, par exemple, notre Terre, circulant autour des poles de l'écliptique avec ſa propre vîteſſe, pendant que le fluide du grand Tourbillon circule de même côté, mais autour des poles de l'équateur ſolaire, & avec une vîteſſe 230 fois plus petite ; c'eſt comme ſi un globe flottant dans une eau calme, étoit obligé, par une force extérieure, de ſe mouvoir d'Occident en Orient, autour d'un centre pris à quelque diſtance hors du globe. Or il eſt aiſé de concevoir que la réſiſtance de l'eau, exercée ſur la ſurface antérieure du globe, ſe fera en ſens contraire d'Orient en Occident, & que cette réſiſtance agit plus fortement contre l'hémiſphére le plus éloigné du centre de circulation, que contre le plus proche, parce que celui-là faiſant un plus grand chemin en circulant que celui-ci, frappe l'eau avec plus de vîteſſe ; le globe ſera donc déterminé à pirouetter ſur lui-même à contre-ſens de ſon mouvement progreſſif, c'eſt-à-dire, d'Orient en Occident, autour d'un axe perpendiculaire ſur le plan de la circulation.

On en pourroit faire l'expérience ſemblable à celle que M. Poleni a faite, mais dans un autre deſſein, voulant démontrer que le mouvement diurne des Planetes ne peut pas être cauſé par le mouvement du grand Tourbillon, pris à la façon de Deſcartes. *Voyez Poleni, de Vorticibus Cæleſt.* p. 72 & 73. De-là il devient clair, comme quoi la Terre repréſentée par ce globe, pendant qu'elle fait ſa révolution annuelle, doit tourner ſur elle-

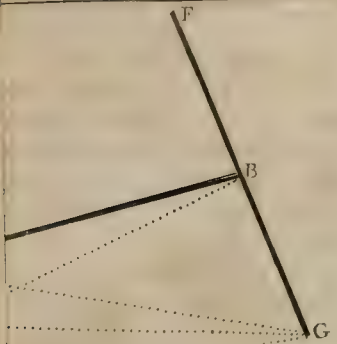
même contre l'ordre des ſignes autour d'un axe perpendiculaire au plan de ſon orbite ; par conſéquent auſſi l'axe oblique du mouvement diurne tournera lui-même ſur cet axe perpendiculaire, d'où il ſuit que les poles de l'équateur terreſtre paroîtront décrire de petits cercles autour des poles de l'écliptique dans la direction d'Orient en Occident.

§. XCV.

C'eſt de ce troiſiéme mouvement de la Terre que dépend (comme il eſt très-facile de le comprendre) le reculement des interſections de l'équateur & de l'écliptique, que l'on nomme dans le Syſtéme de Copernic, *Préceſſion des équinoxes*, parce que ces deux points reculent continuellement ſur l'écliptique vers les ſignes précédents, ce qui produit dans les étoiles fixes & dans tous les points immobiles du Ciel, un mouvement apparent, contraire d'Occident en Orient autour des poles de l'écliptique.

C'eſt donc ainſi que le paralléliſme de l'axe de rotation diurne de la Terre & de toutes les Planetes qui ont cet axe oblique ſur le plan de leurs orbites, ne ſe conſerve pas exactement ; mais puiſque la réſiſtance du fluide du grand Tourbillon, ſelon ce que nous avons démontré, doit être extrêmement foible, il faut que la variation de ce paralléliſme ſoit auſſi très-inſenſible, & que le mouvement apparent qui en réſulte dans les fixes ſoit très-lent. Comme en effet les étoiles fixes vûes de la Terre n'avancent dans leur longitude que de 50 ſecondes par an, ce qui demanderoit un tems de 25920 années pour une révolution entiére du Firmament.

Une autre choſe à laquelle on n'a pas encore aſſez penſé, c'eſt peut-être que les poles de ce mouvement ſi tardif ne ſe trouvent pas préciſément dans les poles de l'écliptique, comme on l'a cru juſqu'ici ; en voici ma raiſon : il eſt vrai que la réſiſtance du fluide eſt directement oppoſée à la direction du mouvement annuel qui ſe fait ſur le plan de l'écliptique, & qu'à cet égard, ſi la réſiſtance agiſſoit ſeule contre le mouvement, ce qui arriveroit ſi le fluide du Tourbillon étoit tout-à-fait calme & en repos, il ne faut pas douter que le troiſiéme mouvement de la Terre, dont il eſt ici queſtion, ne ſe feroit exactement au-



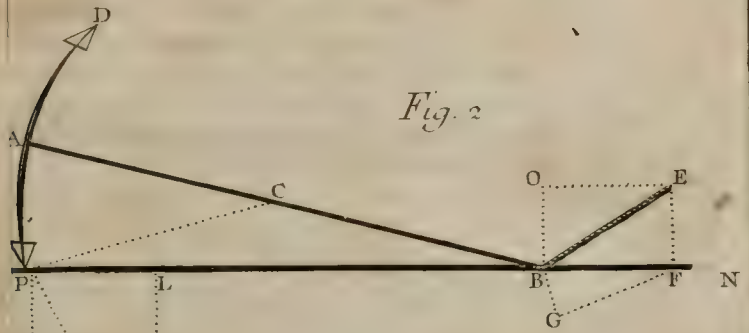
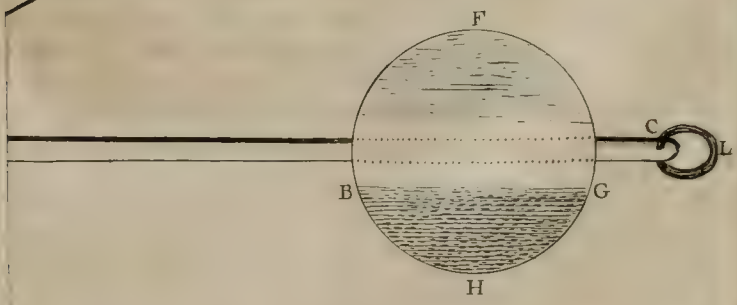


Fig. 2

3

Fig. 4



Simonnau Sculp.

Fig. 1

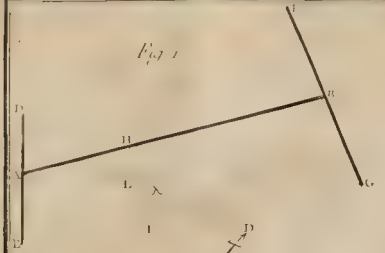


Fig. 2

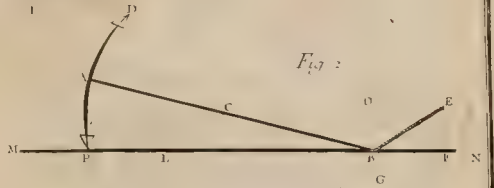


Fig. 3

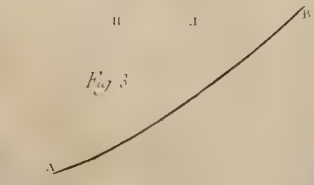
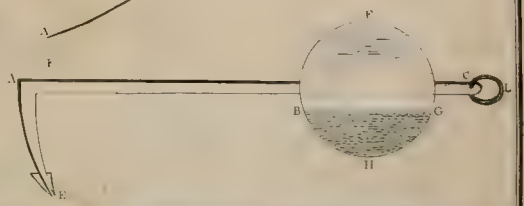


Fig. 4



tour de l'axe perpendiculaire au plan de l'écliptique ; mais le fluide du grand Tourbillon ayant lui-même son mouvement circulant suivant la direction de l'équateur solaire, différente un peu de la direction de la résistance, il est certain que de ces deux actions compliquées, il résulte une direction moyenne, quoique beaucoup plus approchante de celle de l'écliptique, comme de la plus forte, que de celle de l'équateur solaire ; d'où on peut raisonnablement conclure, que l'axe du troisiéme mouvement est tant soit peu oblique sur le plan de l'écliptique ; or, cette obliquité doit aussi causer nécessairement une petite variation apparente dans les latitudes des Fixes, mais incomparablement moins sensible que celles qu'on remarque dans leurs longitudes.

§. XCVI.

Cette variation de latitude paroît paradoxe à la plûpart des Astronomes, qui ne se mettent pas toujours en peine des causes physiques, contens de ce qu'ils croyent sçavoir par observation. Cependant plusieurs des plus fameux Astronomes, comme Tycho-Brahé lui-même & Kepler, qui cite l'autorité du premier, favorisent le changement de latitude des étoiles fixes : *Si comparetur* (dit Kepler, Epit. Astron. pag. 724.) *ecliptica* (*id est orbita Telluris sub fixis*) *secum ipsa, secundùm diversa sæcula, deprehendit sanè Braheus ex mutatis fixarum latitudinibus ecliptica hodiernam concessisse ad latera ecliptica pristinæ.* Mais selon mon explication, il falloit dire que le mouvement apparent des fixes d'Occident en Orient se fait autour des poles, qui ne sont pas précisément dans les poles de l'écliptique, (c'est-à-dire, de l'orbite de la Terre ;) car de cette maniére on conçoit la petite variation de latitude, sans qu'il soit besoin que le plan de l'orbite change de place. Le plus simple, dans l'explication des causes de la Nature, est toujours préférable à ce qui a moins de simplicité.

§. XCVII.

Pour revenir maintenant aux nœuds des orbites avec l'équateur du Soleil, il faut dire, selon ma théorie, qu'ils ont aussi un petit mouvement contre l'ordre des signes, & cela à cause qu'ils ont une connexion essentielle, comme je l'ai fait voir, avec les

points des solstices, par conséquent aussi avec les équinoxiaux, qui en sont éloignés de trois signes. En effet, il y a des Astronomes qui donnent 51″ par an au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite de la Terre avec l'équateur du Soleil, qui est à peu près la quantité de la rétrogradation annuelle des équinoxes, ce qui sert de confirmation de la dépendance essentielle entre ces nœuds & les solstices; chose qui mérite d'être vérifiée ultérieurement par des observations exactes, afin de s'assûrer que c'est un fait général qui regarde toutes les Planetes principales, ce qui rendroit ma conjecture tout-à-fait certaine.

§. XCVIII.

Quoiqu'au reste la déclinaison des limites, ou, ce qui revient au même, l'élévation des plans des orbites sur le plan de l'équateur du Soleil, doive être constante & invariable, il pourra néanmoins arriver qu'on y appercevra avec le tems quelque petite variation, mais qui ne sera qu'apparente, dont la cause doit être attribuée à ce changement insensible de latitude des étoiles fixes dont nous venons de parler. On rencontre dans l'Astronomie pratique une infinité d'autres minuties, qui résultent des observations que l'on prend souvent pour des réalités, quand ce ne sont que de simples apparences, dont un systéme physique général (quelque solide qu'il soit) n'est pas toujours responsable.

§. XCIX.

Si je ne craignois d'être trop long dans cette 4me partie de mon Discours, où je me suis principalement attaché au sujet de la Question, je pourrois m'étendre à d'autres phénomenes, qui ne sont pas préciſément compris dans la question, mais qui y ont beaucoup de rapport; tel est, par exemple, le mouvement de la Lune autour de la Terre, où on pourroit demander pareillement, d'où vient que ce mouvement ne se fait pas dans le plan de l'équateur de la Terre; car ce que les orbites des Planetes principales sont à l'égard de l'équateur du Soleil, l'orbite de la Lune, & celles des autres Satellites le sont par rapport à l'équateur de leurs Planetes principales; & comme celles-ci ont le grand Tourbillon général pour guide de leur mouvement autour du Soleil, ainsi les Satellites sont dirigés par les Tour-

billons particuliers qui les enveloppent, & qui environnent les Planetes principales dont ils ſont Satellites.

Je dis que les Satellites ſont *dirigés* par les Tourbillons particuliers, & non point entraînés, par la même raiſon que j'ai expoſée tout au long pour les Planetes principales ; car les uns & les autres de ces corps ont, ſelon ma théorie, leur mouvement d'une impreſſion primitive, en ſorte que le fluide du Tourbillon n'y contribuë toujours que la commune direction d'Occident en Orient.

§. C.

Cependant, s'il m'eſt permis de communiquer encore en peu de pages mes penſées, ſur ce qui peut être la cauſe phyſique de ce que la circulation de la Lune autour de la Terre, ne ſe fait pas ſelon le plan de l'équateur terreſtre ; je penſe que cette cauſe eſt différente de celle qui fait l'inclinaiſon des orbites planetaires principales ſur l'équateur du Soleil. La différence conſiſte dans la diverſe façon du grand Tourbillon, & du Tourbillon particulier de la Terre ; toutes les parties du premier font leurs circulations ſur des cercles paralleles au plan de l'équateur ſolaire, parce que, ſelon ce que j'ai établi, le mouvement du Tourbillon entier & de toutes ſes parties, tire ſon origine d'une même cauſe primitive, qui a commencé de faire tourner le Soleil ſur ſon axe ; le Soleil & ſon Tourbillon font enſemble une maſſe fluide totale, & n'ont qu'un même plan pour leur équateur, que les Planetes principales ne quitteroient jamais ſi leur figure étoit parfaitement ſphérique, ou que leur axe de rotation fût perpendiculaire ſur le plan de l'équateur ſolaire.

Mais il en eſt autrement d'un Tourbillon particulier, par exemple, de celui de la Terre ; car enclavé comme il eſt dans le grand Tourbillon général, il n'a pas la liberté de tourner avec une égale facilité dans toutes les diſtances de ſes couches autour de l'axe de la Planete qu'il environne, ainſi qu'il le feroit s'il étoit dehors & indépendant du grand Tourbillon ; mais il n'eſt pas mal aiſé de concevoir que les couches proches de l'extrémité du Tourbillon terreſtre, s accommodent inſenſiblement au courant du grand Tourbillon, comme du plus fort, pendant que les couches intérieures & bien proches de la ſurface de la Terre conſervent la direction autour de ſon axe de rotation ;

c'eſt pourquoi les couches d'entre-deux, participant de l'un & de l'autre de ces deux effets, auront chacune leur propre direction, les plus éloignées ſe conformant plus à la direction de l'écliptique, ou plutôt de l'équateur du Soleil, & les moins éloignées à la direction de l'équateur de la Terre, ſelon la différente diſtance de chacune.

§. CI.

De-là nous voyons la raiſon pourquoi la Lune, quand même elle ſeroit ſuppoſée parfaitement ſphérique, doit ſe tenir ſi près de l'écliptique, que ſon orbe n'incline ſur celle-ci que de 5 degrés, au lieu que l'équateur de la Terre fait avec l'écliptique un angle de $23\frac{1}{2}$ degrés. C'eſt que le courant du fluide du Tourbillon de la Terre prend ſans doute dans la région de la Lune, une direction que la Lune elle-même eſt obligée de prendre ſur un plan bien moins élevé ſur l'écliptique que ſur l'équateur de la Terre, marque certaine que la Lune elle-même eſt fort proche des confins du Tourbillon terreſtre.

Si la région de la Lune étoit beaucoup au-deſſous de celle qu'elle occupe préſentement, ou que le Tourbillon de la Terre s'étendît beaucoup au-delà des termes que lui a preſcrits la Nature, nous verrions peut-être que l'orbe de la Lune ſeroit tout-à-fait ſur le plan de l'équateur terreſtre, ou en déclineroit fort peu.

§. CII.

Ma conjecture ſe fortifie conſidérablement par ce qu'on a obſervé ſur les 5 Satellites de Saturne : c'eſt que les orbes ou les cercles des quatre premiers ſe trouvent tous ſur un même plan, qui eſt auſſi le plan de ſon anneau; cette uniformité ne laiſſe pas douter un moment, que ce plan ne ſoit auſſi exactement le plan de l'équateur de Saturne. Or le 5me Satellite (qui a ſa diſtance au centre de Saturne trois fois plus grande que celle du 4me) circule ſur un orbe dont le plan décline beaucoup de celui des 4 premiers & de l'anneau, & s'éloigne moins de l'orbite de Saturne, que ne fait le plan commun de ceux-ci, puiſque ſelon la ſupputation de M. Caſſini, (*Voyez les Mém. de* 1717, *p.* 153 *&* 155.) l'inclinaiſon véritable du cercle du 5me Satellite par rapport à l'orbite de Saturne, eſt de 13° 8′, & l'inclinaiſon véritable des cercles des 4 autres Satellites & du plan de l'anneau avec l'orbite de Saturne, eſt de 31°, conformément à ce que donne M. Huguens

guens pour l'obliquité de l'axe de Saturne (*V. Cosm. p.* 108.) la différence est de 17° 52′, dont le cercle du 5me Satellite s'écarte moins de l'orbite, que les cercles des autres & l'anneau.

Que doit-on conclure de tout cela? sinon que le Tourbillon particulier de Saturne s'étend considérablement au-delà de son 5me Satellite, mais non pas tant que la direction du fluide dans la région de ce Satellite ne commence déja à pencher vers la direction de l'orbite même de Saturne, peu différente de la direction du grand Tourbillon, l'angle de leurs plans n'étant que d'environ 6 degrés.

Si, suivant la conjecture de M. Huguens, (*Cosmoth. p.* 99.) il y avoit encore d'autres Satellites autour de Saturne, que le tems découvrira peut-être, sur-tout entre les deux extrêmes qui laissent entre eux un intervalle trop grand pour avoir une juste proportion avec les intervalles des autres, il n'y a pas à douter que le cercle de celui qui seroit entre le 5me & le 4me, n'eût une inclinaison avec l'orbite de Saturne moyenne entre 13° 8′ & 31°; comme au contraire un Satellite plus éloigné que le cinquiéme, ne manqueroit pas à coup sûr, d'avoir son inclinaison moindre que 13° 8′.

§. CIII.

J'avouë cependant qu'une cause accidentelle qu'on ne prévoit pas, pourroit démentir en apparence ma conjecture touchant un sixiéme Satellite qui seroit entre les deux extrêmes, pouvant arriver que l'inclinaison de son cercle se trouvât hors des inclinaisons des deux cercles voisins. Nous en avons un exemple visible dans le second Satellite de Jupiter, dont le cercle décline un peu de ceux des trois autres, chacun desquels circule autour de Jupiter dans un plan commun & parallele aux bandes de cette Planete, ce que feu M. Cassini a observé le premier (V. les Mém. depuis 1666 jusqu'à 1699. Tome VIII.) quoique sans déterminer alors de combien l'inclinaison du second différoit de celle des trois autres Satellites.

La vérité de ce Phénomene extraordinaire fut confirmée ensuite par les observations de M. Maraldi, (V. Mém. de 1729, p. 399.) en vertu desquelles il donne 4° 33′ à l'inclinaison du cercle du second Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, & la fait d'un degré & demi plus grande que celle des autres.

Pour rendre quelque raiſon plauſible de la biſarrerie de ce Phénomene, je remarque que Saturne & Jupiter, à cauſe de l'énorme groſſeur de leur corps par rapport à la Terre, doivent avoir auſſi leurs Tourbillons particuliers d'une étenduë beaucoup plus vaſte que celui de la Terre, tellement qu'à une diſtance aſſez grande depuis la ſurface de ces gros corps, la direction du mouvement de leurs Tourbillons ne ſouffre point d'altération ſenſible par l'influence du Tourbillon général, mais qu'ils ſont obligés de ſuivre la direction commune du mouvement de rotation de ces deux Planetes, comme le Tourbillon général lui-même ſuit la direction de la rotation du Soleil.

C'eſt ce qui fait, comme je l'ai déja expliqué, que les quatre premiers Satellites de Saturne & ſon anneau, circulent ſelon le plan de ſon équateur, le ſeul cinquiéme s'en écartant, parce qu'il eſt à une diſtance où le Tourbillon de Saturne commence à être déréglé un peu par l'action du grand Tourbillon ſolaire. Le Tourbillon de Jupiter ayant ſans doute la plus grande étenduë entre tous les Tourbillons particuliers, il faut convenir que tous ſes quatre Satellites ſont compris dans un eſpace autour de lui, juſqu'où l'action du Tourbillon ſolaire ne ſçauroit pénétrer, puiſque le plus éloigné des Satellites, auſſi-bien que le premier & le troiſiéme, circule exactement ſelon le plan prolongé de l'équateur de Jupiter. Ainſi je penſe que de ce que le ſecond Satellite décline ſeul de l'équateur de Jupiter, on ne peut pas donner pour cauſe celle qui fait décliner le cinquiéme Satellite de Saturne de la direction commune de ſes compagnons.

§. CIV.

C'eſt pourquoi il faut recourir à une cauſe accidentelle, qui agiſſe en particulier ſur le ſecond Satellite de Jupiter, ſans que cette cauſe regarde les trois autres : mais je n'en trouve point de plus ſimple ni de plus naturelle, que celle-là même qui fait dériver les Planetes principales de la direction du grand Tourbillon, qu'elles prendroient ſi elles étoient parfaitement ſphériques.

Il n'y a donc qu'à dire que les Satellites de ces deux grandes Planetes ſont apparemment des Globes parfaits, excepté le ſecond de Jupiter, qui peut bien être ſphéroïde ou moins globe

que les trois autres ; raiſon ſuffiſante pourquoi ſon cercle autour de Jupiter décline un peu de l'équateur de cet Aſtre, pendant que les trois autres obſervent exactement (à cauſe de leur ſphéricité) en circulant, la ſituation commune avec le plan de l'équateur, ſans ſouffrir aucune déviation ſenſible, qui, par cela même, ſont vraiſemblablement des globes parfaits, à l'imitation des quatre premiers Satellites de Saturne.

Je ne décide rien ſur la figure du cinquiéme, ni ſur celle de la Lune, (que M. Newton dans ſes Princ. Natur. Part. III. prop. 38, fondé ſur l'hypothéſe d'attraction, prend pour un ſphéroïde oblong, dont il veut que l'axe ſe dirige toujours vers la Terre,) ayant déja fait voir que l'inclinaiſon de leurs orbes peut avoir lieu, quand même ces deux corps ſeroient parfaitement ſphériques, ſçavoir parce qu'ils ſe trouvent ſi avant vers les extrémités des Tourbillons de Saturne & de la Terre, où la direction de leurs cours peut être altérée par la violence du grand Tourbillon Solaire, dont la direction eſt différente de la leur.

FIN.

Fautes à corriger.

Page 52. *ligne antepenult.* Compoſant, *liſez*, Comparant.
Page 67. §. LXXV *lig.* 16. l'a fait, *liſez*, la fait.

Fig. IV.

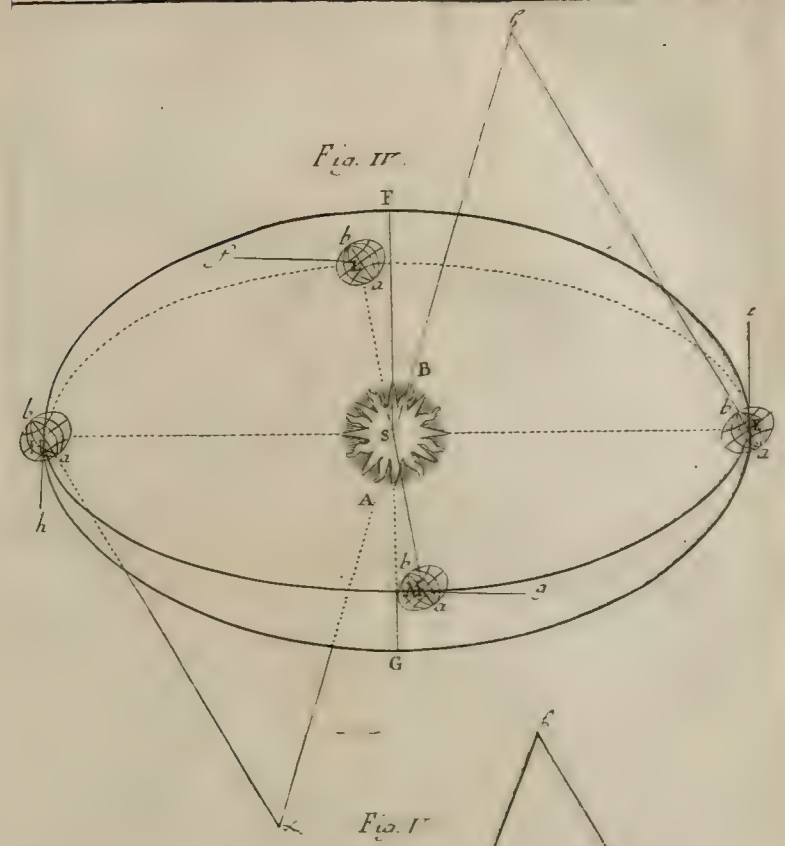
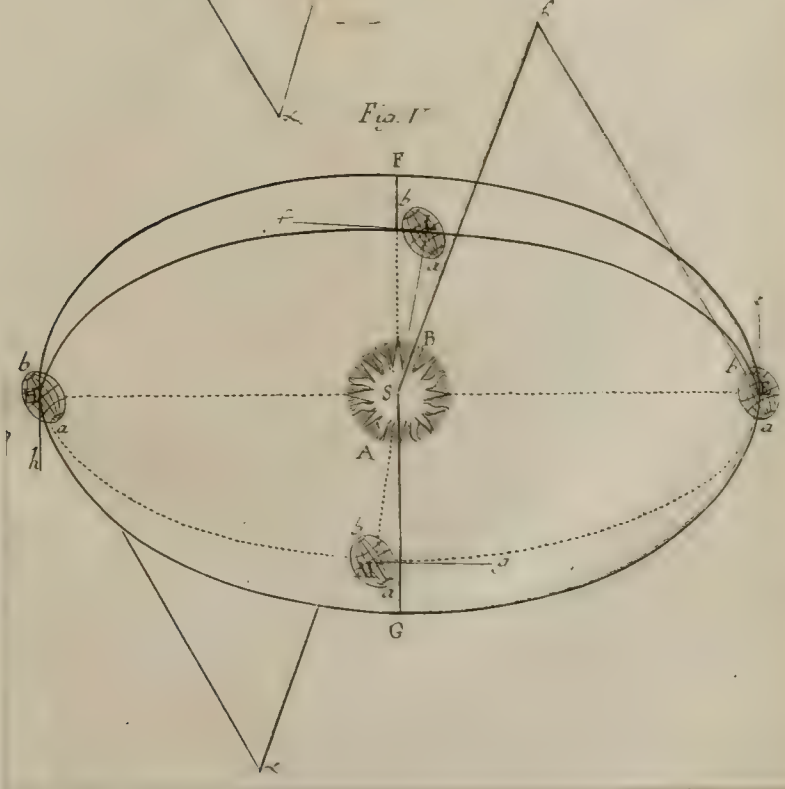
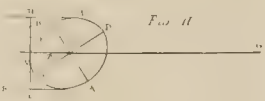
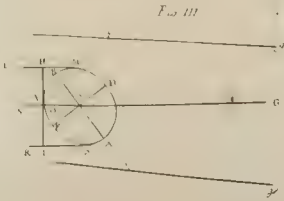
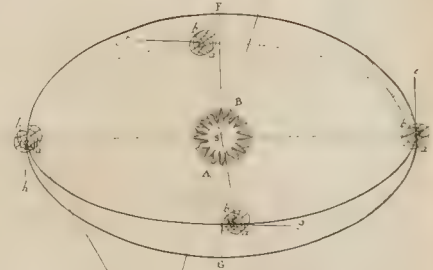


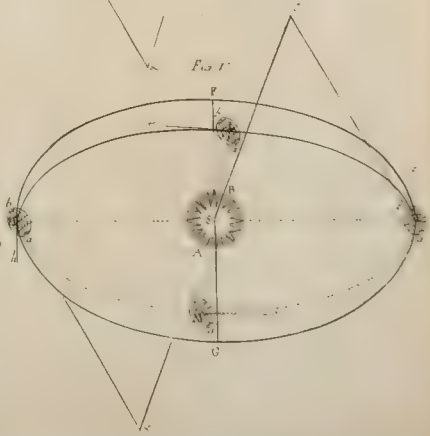
Fig. V.











RECHERCHES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES,

SUR LE PROBLEME PROPOSE' POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Académie Royale des Sciences de Paris.

Quelle eſt la cauſe phyſique de l'inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe ; Et d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont différentes entre elles.

PIECE DE M. DANIEL BERNOULLI,
Des Académies de Petersbourg, de Bologne, &c.
& Profeſſeur d'Anatomie & de Botanique
en l'Univerſité de Bâle.

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.

Traduite en François par ſon Auteur.

PREFACE.

J'Ai fait cette traduction à la priére de quelques-uns de mes amis de Paris, à qui je dois toutes ſortes de déférences & de reconnoiſſance. Ceux qui voudront ſe donner la peine de la confronter avec l'original Latin, verront que ſi ce n'eſt pas une traduction de mot à mot, au moins j'ai gardé le ſens de chaque période : mais j'ai fait quelques petites additions ou éclairciſſemens, dont j'ai pû me paſſer avant que j'aie ſçû que je pourrois avoir d'autres lecteurs que Meſſieurs les Juges. Ces additions ſont diſtinguées du corps de la piéce par deux parentheſes de cette forme [...] qui les renferment.

Je prie ici le lecteur, de ne point trouver mauvais le ſtyle que j'ai affecté en parlant de mon pere : je m'en ſuis ſervi pour me cacher davantage aux Académiciens.

RECHERCHES PHYSIQUES ET ASTRONOMIQUES,

SUR LE PROBLEME PROPOSE' POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Académie Royale des Sciences de Paris.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

§. I. LE Problême que l'illuſtre Académie propoſe, a deux parties; l'une regarde l'inclinaiſon, ou la non-coincidence des Orbites céleſtes avec l'Equateur ſolaire; l'autre a pour objet la diverſité de ces inclinaiſons. Nous conſidérerons l'une & l'autre en même tems, notre Syſtême ne permettant pas qu'on les ſépare.

§. II. On voit par la maniére même en laquelle l'Académie a énoncé ſon Problême, qu'elle préſuppoſe y avoir une liaiſon entre les Orbites des Planetes & l'Equateur du Soleil, qui tende à les mettre dans un plan commun, & que ſans une raiſon particuliére, les Orbites planétaires ſeroient tout-à-fait dans le même plan avec l'Equateur ſolaire.

Cela m'a de même toujours paru fort vrai-ſemblable; car pourroit-on, pour ne point alléguer d'autres raiſons, attribuer à un pur haſard, le peu d'inclinaiſon de toutes ces Orbites au plan de l'Equateur ſolaire? Ou ſi cela pouvoit paroître encore douteux, [vû le peu de préciſion & de certitude dans la poſition de l'Equateur ſolaire] du moins ne pourra-t-on pas diſconvenir que les Orbites planetaires ne tendent vers un plan commun,

puiſque ſans cela il auroit été moralement impoſſible, que les Orbites fuſſent renfermées dans des limites auſſi ſerrées qu'elles le ſont. Ceci étant, il eſt fort probable que ce plan de commune tendance eſt le même que celui de l'Equateur ſolaire, celui-ci étant le ſeul dans lequel on puiſſe trouver quelque raiſon capable de produire un tel Phénomene.

Cela poſé, il s'agit de trouver une raiſon phyſique, qui faſſe pencher & approcher les Orbites céleſtes vers l'Equateur du Soleil, & de déterminer pourquoi ces Orbites ne ſont point tout-à-fait ni dans le plan dudit Equateur, ni dans un plan commun.

§. III. Avant que d'entreprendre ces deux points, il ne ſera pas hors de propos d'examiner plus particuliérement ce que nous avons poſé en fait; ſçavoir, *que les Orbites céleſtes s'approchent de trop près pour ne point affecter quelque plan commun ſitué au milieu d'elles, & que ce n'eſt que par une circonſtance particuliére, que les mêmes Orbites ne ſont pas entiérement unies dans un même plan.* Sans cet examen, on pourroit attribuer à un haſard le Phénomene qui fait le ſujet de notre queſtion, & regarder tout notre raiſonnement comme ſuperflu, ou peut-être même chimérique.

Voici comme je m'y prendrai: Je chercherai de toutes les Orbites planetaires les deux qui ſe coupent ſous le plus grand angle; après quoi je calculerai quelle probabilité il y a, que toutes les autres Orbites ſoient renfermées par haſard dans les limites de ces deux Orbites. On verra par-là que cette probabilité eſt ſi petite, qu'elle doit paſſer pour une impoſſibilité morale.

§. IV. Après avoir comparé chaque Orbite avec chacune, & calculé les angles ſous leſquels elles s'entre-coupent, j'ai trouvé ſe couper ſous le plus grand angle l'Orbite de Mercure, & celle de la Terre ou l'écliptique: car leurs plans font un angle de 6° 54′: pendant que l'Orbite de Saturne ne fait, avec celle de Mercure, qu'un angle de 6° 24′; & l'Orbite de Jupiter, encore avec celle de Mercure, un angle de 6° 8′. Toutes les autres Orbites, de quelque maniére qu'on les combine, ſe coupent ſous des angles beaucoup plus petits. Je parle ici des Orbites des Planetes principales.

[Il eſt facile de voir qu'on peut trouver leſdites interſections par la ſimple Trigonométrie; car comme on connoît les nœuds des Orbites, auſſi-bien que leurs inclinaiſons avec l'écliptique, on

on aura dans un triangle sphérique pour base donnée, la distance des nœuds ; & les deux angles autour de la base seront connus par les angles d'inclinaison des Orbites avec l'écliptique. De-là on trouvera l'angle opposé à la base qui fait l'angle d'intersection des deux Orbites : ainsi, par exemple, on trouve l'angle sous lequel les Orbites de Saturne & de Mercure se coupoient l'an 1700, en considérant que, suivant Kepler, on avoit alors le nœud ascendant de Saturne dans le 22° 49′ du *Cancer*, & celui de Mercure dans le 14° 47′ du *Taureau* : la distance des nœuds est donc ici de 68° 2′, qui fait la base du triangle. Et, suivant le même Auteur, l'Orbite de Saturne coupe l'écliptique sous un angle de 2° 32′, & celle de Mercure sous un angle de 6° 54′. On a donc les angles autour de la base de 2° 32′ & 173° 6′ : & cherchant de-là l'angle opposé à la base, on le trouve de 6° 24′, comme nous l'avons marqué. Au reste, on voit bien que les nœuds étant différemment mobiles, les angles d'intersection des Orbites doivent être variables ; mais cela n'est ici d'aucune importance.]

Je m'imagine donc toute la surface sphérique ceinte d'une zone, ou espece de Zodiaque, de la largeur de 6° 54′. (Car telle est la plus grande inclinaison de l'Orbite de Mercure avec l'écliptique.) Cette zone contiendra à peu près la dix-septiéme partie de la surface sphérique. Si l'on considere donc les Orbites planetaires comme placées par un pur hasard, il sera question de déterminer quel degré de probabilité il y a, pour que toutes les Orbites tombent dans une zone donnée de position, faisant la dix-septiéme partie de toute la surface sphérique. Mais la position elle-même de la zone se détermine par une des Orbites, quelle qu'elle soit, puisqu'elles ne différent gueres entre-elles ; ce qui fait qu'il n'y a plus que cinq Orbites qui entrent en ligne de compte : cela posé, on trouvera par les régles ordinaires, le nombre des cas, qui faſſent tomber les 5 Orbites dans ladite zone, au nombre des cas contraires, comme 1 à $17^5 - 1$; c'est-à-dire, comme 1 à 1419856.

[Je ne donne pas à cette méthode toute la précision géométrique, ce que le Lecteur n'aura pas manqué de remarquer ; mais je m'en suis contenté, parce qu'il ne s'agit ici que d'avoir quelque idée générale de la chose. Un nombre considérable-

ment plus grand ou plus petit, ne nous feroit pas enviſager autrement le point de la queſtion. On voit pourtant aſſez que notre proportion ne peut être fort éloignée de la véritable. Mais, me demandera-t-on, quelle eſt donc la véritable ? Je réponds à cette demande, qu'on ne ſçauroit la déterminer, à cauſe du mouvement des nœuds qui changent à tout moment les limites des Orbites : j'ai donc ſimplement conſidéré une zone, hors de laquelle aucun point des Orbites, quoique changeantes de poſition, ne ſorte jamais, & j'ai comparé cette zone avec la ſurface de la ſphére, dont elle fait à peu près la dix-ſeptiéme partie, tantôt plus, tantôt moins, à cauſe de la variabilité des limites. Dans cette zone, il n'y a aucun point qui ne ſoit ſujet à être touché par une des Orbites ; & hors de la même zone, il n'y a aucun point qui puiſſe jamais l'être ; d'où l'on voit aſſez le fondement de ma ſolution. Si tous les nœuds étoient conſtamment dans un même point commun, il auroit fallu avoir égard au plus grand angle d'interſection de 2 Orbites que nous avons vû être de $6° 54'$: & comme cet angle auroit pû aller juſqu'à $90°$, ſi le haſard l'avoit formé, il faudroit comparer ces deux angles, & dire que le premier fait environ la treiziéme partie du ſecond ; d'où l'on tireroit le degré de probabilité, (pour qu'aucune des Orbites ne fît avec une autre Orbite un angle plus grand que de $6° 54'$,) égal à $1 : (13^5 - 1)$ qui donne une proportion environ quatre fois plus grande, que dans la premiére ſolution ; ſçavoir, celle de 1 à 371292. Enfin, la meilleure maniére de calculer le degré de probabilité, ſeroit de conſidérer le plan au milieu des Orbites, (qui, ſelon toutes les apparences, eſt le plan même de l'Equateur ſolaire,) avec lequel chaque Orbite, quoique mobile, fait ſans doute un angle conſtant, ou preſque conſtant. Si ce plan étoit donné de poſition, il faudroit calculer quelle Orbite fait le plus grand angle avec ce plan, & quelle eſt la grandeur de cet angle : & comme dans l'hypothéſe des Orbites fortuitement placées, cet angle auroit pû monter juſqu'à 90 degrés, on auroit encore eu à conſidérer le rapport dudit angle avec celui de $90°$, &, poſé ce rapport être de 1 à m, le degré de probabilité cherché, ſeroit maintenant comme 1 à $m^6 - 1$. Je mets ici l'expoſant 6 au lieu de 5, que j'ai mis dans les deux exemples précédens, parce que le terme

fixe n'eſt pas ici une des Orbites, mais l'Equateur ſolaire. Cette méthode me paroîtroit la plus juſte de toutes, ſi la détermination de l'Equateur ſolaire étoit un peu plus certaine; ſuivant ce que M. Caſſini rapporte dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'année 1701, c'eſt l'Orbite de la Terre qui fait le plus grand angle avec l'équateur ſolaire, & cet angle doit être de 7° 30′, cela donneroit $m = 12$, & $m^6 - 1 = 2985983$. Si donc toutes les Orbites étoient placées fortuitement par rapport à l'équateur ſolaire, il y auroit à parier 2985983 contre 1, qu'elles n'en ſeroient pas toutes ſi proches. Toutes ces méthodes, quoique fort différentes, ne donnent pas des nombres extrêmement inégaux. Cependant je m'attacherai au nombre donné en premier lieu, & n'ai fait cette addition que dans le deſſein de faire voir au Lecteur quel fond on y peut faire.]

§. V. Quelques-uns trouveront peut-être à redire à cette méthode: je m'en étois moi-même d'abord fait une autre: cependant, tout bien conſidéré, je lui ai préféré celle que j'ai expoſée en premier lieu. Je ne m'arrêterai pourtant pas à l'affermir, pour ne me pas éloigner davantage de notre propos principal.

Cependant, pour mieux faire ſentir le ridicule qu'il y auroit d'attribuer à un pur haſard la poſition ſerrée des Orbites, nous comparerons la queſtion des ſix Orbites avec celle d'une ſimple interſection. Je dis donc que cette poſition des Orbites eſt moins probable, que ne ſeroit celle de deux Orbites qui doivent ſe couper ſous un angle plus petit que d'un quart de ſeconde: [car puiſque l'angle de 90° eſt à l'angle de 15‴, comme 1296000 à 1, il n'y a ici que 1295999 cas contre un, au lieu que là nous avons trouvé y en avoir 1419856 contre 1:] or ſi, par exemple, la Nature n'avoit donné à l'Ecliptique qu'un angle de 15‴ d'inclinaiſon par rapport à l'Equateur de la Terre, ſuppoſant que l'habileté des hommes eût pû arriver à meſurer de tels angles, quelqu'un auroit-il pû croire que cela ſe fût fait par pur haſard, ſans qu'il y eût la moindre liaiſon entre l'Ecliptique & ledit Equateur? Mais ſi nous faiſons encore attention aux Satellites de Jupiter & de Saturne, qui, de même que les Planetes principales, font leur courſe preſque dans un plan commun, (excepté le dernier Satellite de Saturne, qui, par une raiſon particuliére, que notre théorie même indiquera, n'a pas tout-à-fait

cette loi,) il ne pourra plus reſter le moindre ſcrupule ſur cette matiére ; & qui n'eſt pas dans ce ſentiment, doit rejetter toutes les vérités que nous connoiſſons par induction. Revenons à notre ſujet principal.

§. VI. Nous avons dit, qu'il y a un plan qui doit avoir quelque rapport avec les Orbites des Planetes, dans lequel ces Orbites tâchent de ſe réünir ; que ce plan eſt ſitué au milieu des Orbites ; & enfin qu'il eſt, ſelon toutes les apparences, le même que celui de l'Equateur ſolaire, tant parce que le plan de cet Equateur traverſe effectivement le milieu des Orbites, autant qu'on en peut juger par les obſervations faites ſur les taches du Soleil, que parce que c'eſt le ſeul plan qui puiſſe fournir une raiſon phyſique de ce point. Après quoi nous avons ajoûté, qu'il doit y avoir une circonſtance particuliére, par rapport à laquelle les Orbites planetaires peuvent n'être pas entiérement unies dans le plan de l'Equateur ſolaire, ou dans un plan commun. C'eſt dans ces deux points que conſiſte principalement la queſtion propoſée. Je ſens donc, que pour ſatisfaire à la demande de l'Académie, je dois premiérement montrer, ce qui peut avoir tiré les Orbites planetaires ſi près de l'Equateur ſolaire ; & en ſecond lieu, pourquoi ces Orbites ne ſont pas entiérement unies avec le même Equateur.

§. VII. Je ſuis perſuadé que tous les corps céleſtes ont leur atmoſphére ; & quoique M. Huguens n'en ait point voulu accorder à la Lune par pluſieurs raiſons qu'il a alléguées, je crois pourtant que cette opinion eſt maintenant généralement bannie : car pluſieurs phénomenes en prouvent abſolument la fauſſeté. Il eſt vrai que la matiére qui fait les différentes atmoſphéres, peut être différente, comme d'être plus denſe, ou plus rare : il eſt pourtant à préſumer que toutes les atmoſphéres ont des propriétés ſemblables. Comme je ſuis aſſûré, toutes choſes bien conſidérées, que c'eſt de l'atmoſphére qui environne le Soleil, qu'il faut tirer la ſolution de notre Problême, il ne ſera pas hors de propos d'indiquer ici les propriétés principales de l'atmoſphére de la Terre, pour les appliquer à celle du Soleil.

L'air, qui fait l'atmoſphére de la Terre, eſt un fluide peſant vers le centre de la Terre, élaſtique, & par conſéquent de différentes denſités dans les endroits plus ou moins élevés.

La denſité de l'air diminue ſi fortement, qu'il doit être d'une rareté incompréhenſible dans la région de la Lune, s'il eſt vrai qu'il y atteigne : car la denſité eſt diminuée environ de la moitié à chaque lieuë d'Allemagne d'élévation ; de ſorte que la denſité de l'air près la ſurface de la Terre étant exprimée par 1, elle ſera dans la région de la Lune moindre que $\frac{1}{50000}$; l'atmoſphére de la Terre ne peut pourtant que s'étendre à l'infini, à moins qu'elle ne ſoit environnée & retenue par un autre fluide élaſtique ; & elle l'eſt, comme je préſume, par l'atmoſphére ſolaire ; les limites de l'atmoſphére de la Terre ſeront là où ſes élaſticités ſont égales à celle de l'atmoſphére du Soleil : on peut donc douter, ſi l'atmoſphére de la Terre va juſqu'à la région de la Lune ou non. Je ſuis porté à croire qu'elle ne s'étend pas ſi loin, à cauſe de l'exceſſive rareté que l'air y devroit avoir, qui ſurpaſſe toute imagination : il y a deux autres circonſtances qui m'en diſſuadent. C'eſt premiérement la trop grande inclinaiſon de l'Orbite de la Lune avec l'Equateur de la Terre, qui ſans doute ſeroit beaucoup moindre, ſi la Lune étoit environnée de l'atmoſphére de la Terre, comme je tâcherai de le faire voir ci-deſſous ; la ſeconde eſt, que la Lune nous montre toujours la même face.

La denſité de l'air eſt encore diminuée par le chaud, & augmentée par le froid ; & enfin l'air eſt mû autour de l'axe de la Terre avec la même vîteſſe, ou ſenſiblement telle que la ſurface : car ſans cela nous ne manquerions pas de ſentir un vent continuel d'Orient en Occident, mais un vent incomparablement plus fort que dans les plus grandes tempêtes : cela eſt clair, puiſque chaque point de l'Equateur fait dans une ſeconde de tems, par la révolution diurne de la Terre, un eſpace de plus de mille quatre cens pieds ; & que les vents les plus impétueux font à peine cinquante pieds dans une ſeconde : & c'eſt non-ſeulement à la ſurface de la Mer que l'air ſe meut enſemble avec la Terre, avec la vîteſſe marquée ; mais la même choſe arrive encore ſur les pointes des plus hautes montagnes ouvertes de tous côtés, comme ſur celle du Pic dans l'Iſle de Ténériffe.

Il eſt encore facile de démontrer, que toute l'atmoſphére depuis la ſurface de la Terre juſques dans ſes plus hauts endroits,

ne manqueroit pas de faire le tour dans 24 heures de tems, ſi ſon mouvement n'étoit point empêché par le frottement de ſa ſurface contre l'atmoſphére ſolaire. Ce frottement & empêchement, qui ſe fait vers la ſurface, influë juſques ſur la ſurface de la Terre dans toute l'atmoſphére, & fait que ſes différentes couches font leur révolution en différens tems. C'eſt M. Jean Bernoulli, qui nous a montré les véritables loix de ce mouvement pour toutes les hypothéſes par rapport aux variations des denſités, dans ſa belle Diſſertation, que l'Académie a couronnée du Prix de l'an 1730, digne de cette glorieuſe récompenſe.

[Ce que j'ai allégué ci-deſſus touchant l'énorme diminution des denſités de l'air, qui s'éloigne davantage de la ſurface de la Terre, eſt preſque généralement reçû par les Géometres; & ils ſe fondent ſur ce que les denſités de l'air ſont toujours proportionnelles aux forces qui les compriment, d'où ils concluent que les diſtances depuis la ſurface de la Terre croiſſant arithmétiquement, les denſités doivent décroître géométriquement; c'eſt-à-dire, que (la denſité de l'air à la ſurface de la mer étant $=1$, la hauteur verticale par-deſſus cette ſurface $=x$, la denſité de l'air qui répond à cette hauteur $=y$,) l'équation entre les hauteurs verticales des lieux & les denſités de l'air doit être celle-ci, $log.\frac{1}{y}=\frac{x}{a}$, la valeur de a, diſent-ils, ſe trouvant par une expérience : ainſi, par exemple, ſi le Barometre eſt ſuppoſé tomber de ſa $\frac{1}{336}$ partie en l'élevant depuis la ſurface de la Mer de 63 pieds, on obtiendra à peu près à $=335\times 63=21105$. Et ſi de-là on veut ſçavoir quelle ſeroit la hauteur verticale où la denſité de l'air ſeroit $=\frac{1}{2}$, on la trouve environ égale à 14600 pieds : au lieu de cette quantité, j'ai mis une lieuë d'Allemagne, quoique beaucoup plus grande, pour ne point paroître avoir voulu exagérer la choſe. C'eſt-là le raiſonnement le plus commun des Géometres, que j'ai voulu ſuivre, parce qu'il ne s'agit pas ici de trouver des nombres exacts, & que je n'ai pas eu le tems, lorſque je compoſois cette Piéce, d'entrer dans des détails, étant près de mon départ de Peterſbourg ; je ne l'approuve pourtant pas, ni ne l'approuvois alors, ſçachant bien dès-lors, qu'il ne répond pas aſſez bien aux expériences qu'on a faites ſur cette matiére, & que l'on y néglige

pluſieurs points très-eſſentiels ; ſçavoir, 1°. La diminution de la peſanteur en s'éloignant de la ſurface de la Terre : c'eſt un point que M. Newton n'a pas manqué de conſidérer dans le *Liv.* 2. *Prop.* 22. *des Princ. Math.* mais qui n'eſt pas de conſéquence pour les petites hauteurs, telles que ſont celles des montagnes par-deſſus la ſurface de la Mer, de ſorte que ce n'eſt pas à cette raiſon, qu'il faut attribuer le trop peu de conformité entre le calcul expoſé & les expériences faites par les Phyſiciens. 2°. La diverſité des forces centrifuges des parties de l'air contraires à leur peſanteur. Ce point eſt, de même que le premier, ſans grande conſéquence pour les hauteurs médiocres. 3°. La diverſité de chaleur, tant dans les différentes parties des mêmes couches, que dans les différentes couches ; car l'augmentation de chaleur dilate auſſi-bien l'air, que la diminution des forces qui le compriment. Je m'aſſûre que c'eſt ici la ſeule raiſon qui fait différer ſi ſenſiblement les expériences d'avec l'hypothéſe communément reçûë. On voit par-là combien il eſt difficile de donner une méthode exacte pour calculer la diminution des denſités de l'air : ce que je dis ci-deſſous de l'atmoſphere du Soleil (*§.* IX.) ſervira à éclaircir davantage cette matiére ; mais je la traiterai un peu plus en détail dans un Ouvrage hydrodynamique, que je compte de publier au premier jour.]

§. VIII. De ces propriétés que nous connoiſſons de l'atmoſphére de la Terre, nous conclurons que le Soleil eſt de même environné d'un fluide pareil à notre air, peſant vers le centre du Soleil, doué d'une force élaſtique, qui ſans doute ſe renforcera, la chaleur du Soleil étant augmentée ; ce fluide aura donc auſſi ſes différentes denſités dans ſes différentes diſtances de la ſurface du Soleil, tellement que s'il y avoit par-tout un même degré de chaleur, & que la peſanteur fût auſſi en tous lieux la même, les denſités deviendroient proportionnelles aux appliquées d'une logarithmique, les diſtances depuis la ſurface du Soleil étant exprimées par les abſciſſes : mais comme l'un & l'autre décroiſſent en s'éloignant du Soleil, les variations des denſités ſuivront une autre loi, que nous allons examiner ci-deſſous.

L'atmoſphére ſolaire s'étendra tant que ſon élaſticité devienne égale à celle d'une autre atmoſphére, que nous ne connoiſ-

ſons pas, dans laquelle la ſolaire peut être enveloppée, comme l'atmoſphére de la Terre l'eſt dans celle du Soleil.

Enfin, la remarque la plus eſſentielle pour notre deſſein eſt, que ce fluide ſolaire doit néceſſairement faire ſes révolutions autour de l'axe du Soleil, & même que toutes ſes parties ne manqueroient pas de faire le tour enſemble avec le Soleil dans $25\frac{1}{2}$ jours de tems, ſi le mouvement n'étoit pas empêché dans les limites de l'atmoſphére : cet empêchement fera que les tems périodiques de la matiére croîtront vers les limites. Je préſume pourtant que malgré cette diminution de mouvement, les vîteſſes (qui ſans cela ſuivroient la proportion des diſtances de l'axe du Soleil) ne laiſſent pas d'être plus grandes, quand les diſtances dudit axe ſont plus grandes.

§. IX. Quant à la méthode de trouver les différentes denſités de l'atmoſphére dans différens lieux, je ne crois pas qu'on puiſſe les connoître parfaitement, les choſes qui déterminent le Problême nous manquant.

Nous nous contenterons d'en avoir quelque legere idée, en choiſiſſant les hypothéſes les plus probables. Poſons que la peſanteur vers le centre du Soleil ſuive la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du même centre : que les denſités du fluide ſoient par-tout en raiſon directe des poids de l'atmoſphére qu'il ſoûtient, & en raiſon réciproque de ſa chaleur : que la chaleur ſuive, de même que la peſanteur, la raiſon réciproque des quarrés des diſtances du centre du Soleil, & enfin que les meſures des élaſticités ſoient les poids qu'elles ſoûtiennent.

Après ces hypothéſes, nous nommerons le rayon du Soleil r, la diſtance d'un endroit donné au centre du Soleil $= x$. Nous marquerons la denſité de l'air, ſon élaſticité & ſa chaleur, telles qu'elles ſont à la ſurface du Soleil par l'unité : la denſité qui convient à l'endroit propoſé $= D$, & l'élaſticité pour le même endroit $= E$. Nous aurons de cette maniére en vertu des hypotheſes, *que la denſité eſt par-tout proportionnelle au poids de l'atmoſphére ſupérieure diviſé par la chaleur, ou bien à l'élaſticité diviſée par la chaleur, qui eſt* $\frac{rr}{xx}$.

$$D = \frac{E \times x}{rr}.$$

Concevons l'atmoſphére compoſée d'une infinité de couches autour

autour du centre du Soleil ; il eſt clair que $-dE$, qui marque la diminution infiniment petite de l'élaſticité qui répond à dx, ou à la différence de x ; il eſt, dis-je, clair que dE ſera proportionnelle au poids de la couche correſpondante, dont la hauteur eſt dx : mais ce poids eſt proportionnel au produit de la même hauteur dx, par la denſité D, & par la force de la péſanteur $\frac{rr}{xx}$; donc prenant n pour un nombre conſtant, on aura

$$-dE = \frac{nrrDdx}{xx},$$

& mettant dans cette équation pour D, ſa valeur trouvée tantôt, on obtient $dE = -nEdx$, dont l'intégrale eſt (déſignant par c le nombre qui a pour logarithme l'unité)

$$E = c^{n\times(r-x)}.$$

On voit par cette équation, que les élaſticités décroiſſent dans l'atmoſphére ſolaire, en s'éloignant du Soleil, de la même maniére qu'elles feroient, ſi la peſanteur & la chaleur étoient par-tout les mêmes, qui ſont les deux hypothéſes dont on ſe ſert pour trouver les variations des denſités de l'atmoſphére de la Terre, leſquelles hypothéſes pourtant ne ſont gueres convenables pour cet effet, comme M. Newton l'a auſſi obſervé. Si maintenant on ſubſtitue dans la premiére pour E ſa valeur trouvée, on aura cette équation finale

$$D = \frac{xx}{c^{\frac{n(x-r)}{rr}}}.$$

§. X. Il ſuit de cette équation, que la plus grande denſité de l'atmoſphére ſolaire, n'eſt pas à la ſurface du Soleil, mais dans quelque autre endroit, qui peut être très-éloigné du Soleil : la raiſon phyſique en eſt, que l'atmoſphére ſe raréfie extrêmement par l'énorme chaleur qui régne autour du Soleil. L'endroit de la plus grande denſité eſt éloigné du centre de la quantité $\frac{2}{n}$, & on ne ſçauroit déterminer la valeur de n, tant qu'on ne peut trouver par une expérience en quelque endroit la denſité réelle de l'atmoſphére.

§. XI. Mais poſons, par exemple, que la plus grande denſité de l'atmoſphére ſolaire eſt près de Vénus, qui eſt éloigné du centre du Soleil d'environ cent cinquante rayons du Soleil : on

aura $\frac{2}{n} = 150r$ ou bien $n = \frac{1}{75r}$: donc l'équation appliquée à ce cas, eſt

$$D = \frac{xx}{\frac{(x-r) : (75r)}{c} \quad rr};$$

ce qui marque les denſités de l'atmoſphére comme il ſuit :

Sur la ſurface du Soleil	= 1
Dans la région de Mercure	= 2200
Vénus	= 3000
La Terre	= 2600
Mars	= 1300
Jupiter	= 0,40
Saturne	= 0,000006

§. XII. Dans cette hypothéſe les denſités de l'atmoſphére ſolaire deviennent aſſez égales dans les régions de Mercure, de Vénus, de la Terre & de Mars : mais autour de Jupiter, & ſur-tout autour de Saturne, la matiére deviendroit ſi rare, qu'elle ne pourroit plus produire aucun effet ſenſible. Il y a donc lieu de croire que l'endroit de la plus grande denſité eſt encore au-delà de la région de Vénus. Si on la ſuppoſe être dans la région de Mars, alors les denſités ſeront dans cette proportion :

Sur la ſurface du Soleil	= 1
Dans la région de Mercure	= 4170
Vénus	= 8910
La Terre	= 12300
Mars	= 14400
Jupiter	= 1310
Saturne	= 15

§. XIII. Si la plus grande denſité eſt ſuppoſée être autour de Jupiter, l'atmoſphére ſolaire en devient encore beaucoup plus uniforme depuis Mercure juſqu'à Saturne ; & cette poſition me paroît la plus probable : car comme un grand nombre de phénomenes, communs à toutes les Planetes, me paroiſſent pouvoir ſe déduire de l'atmoſphére ſolaire, c'eſt très-à-propos que les denſités de cette atmoſphére peuvent, dans toute l'étendue des régions planétaires, n'être pas exceſſivement inégales, comme elles le ſont dans l'atmoſphére de la Terre ſous de médiocres différences de hauteur. Que l'on prenne dans notre at-

mosphére seulement la hauteur d'un demi-diametre de la Terre par-dessus la surface de la Terre que nous habitons, on verra que l'air y doit déja être d'une rareté inconcevable.

§. XIV. Après avoir exposé ce qui regarde l'atmosphére solaire, je crois devoir dire ici, qu'il ne me paroît pas que cette atmosphére mûë autour de l'axe du Soleil, puisse faire toutes les fonctions que l'on attribue aux Tourbillons déférants, & que ce n'est pas elle par conséquent, qui retient les Planetes dans leurs Orbites : car dans un Tourbillon déférant, la densité de sa matiére doit être égale à la densité des corps, qui y nagent, comme M. Newton a fait voir : mais l'atmosphére solaire est, sans doute, par-tout incomparablement plus rare, que ne sont les corps célestes mûs autour du Soleil. Il y a une autre circonstance, qui me paroît démontrer entiérement, que cette atmosphére n'a pas l'usage des Tourbillons déférants ; c'est que les viteſſes de la matiére, & du corps emporté par le Tourbillon, doivent être égales. Or, par la regle de Kepler, le tems périodique d'une Planete, qui seroit près la surface du Soleil, seroit le tour environ dans trois heures, pendant que la matiére de l'atmosphére, qui touche le Soleil, a besoin de 25 jours & demi pour faire sa révolution, de même que l'atmosphére de la Terre, près sa surface, fait la sienne dans 24 heures de tems. Je n'entre pas ici dans l'examen, si cet argument n'est pas contraire au systême des Tourbillons en général, que je ne veux pas réfuter.

Il y a donc une autre cause qui retient les planetes dans leurs Orbites, & qui contre-balance leur force centrifuge : cette cause, quelle qu'elle soit, pousse les corps vers le centre du Soleil, puisque les plans des Orbites passent par ce centre. Si l'on trouve que les Tourbillons déférants puissent rendre cet office aux Planetes & à la Terre, je ne m'opposerai point qu'on établisse de tels Tourbillons, qui traversent l'atmosphére, & cela ne sera pas contraire à ce que j'ai dit, que l'atmosphére elle-même ne peut pas faire cette fonction : j'avoue pourtant, que même après avoir lû attentivement la Dissertation de M. Jean Bernoulli, que j'ai citée ci-dessus, il me reste encore plusieurs difficultés contre le systême des Tourbillons. Mais la grande pénétration de ce célébre Auteur, & sur-tout l'éminente auto-

rité de l'Académie, dont il a peut-être emporté les ſuffrages juſques dans cette matiére, ne me permettent pas de dire mon ſentiment avec confiance. Je ſouffrirai encore qu'on diſe, que l'atmoſphére mûë autour de l'axe du Soleil, eſt préciſément le Tourbillon déférant des Planetes, s'il paroît aux autres que cela puiſſe être, quoiqu'à moi cela ne me paroiſſe pas. Car l'hypothéſe dont j'ai beſoin pour mon ſyſtême, eſt une choſe dont nous ſçavons par expérience qu'elle exiſte, & n'eſt plus révoquée en doute; ſçavoir, *qu'il y a une cauſe, que j'appellerai* peſanteur ſolaire, *qui contre-balance la force centrifuge, & qui pouſſe continuellement les Planetes & la Terre vers le centre du Soleil.*

§. XV. En cas qu'on voulût déduire la *peſanteur ſolaire* (comme quelques-uns l'ont fait par rapport à celle qui ſe fait vers le centre de la Terre) de la force centrifuge d'une matiére ſubtile mûë très-rapidement, & cela d'autant plus que la matiére eſt plus ſubtile & plus rare; j'ai cru, auſſi-bien que quelques amis à qui j'avois marqué mon ſentiment, qu'on pouvoit faire quelque changement dans les ſyſtêmes de Deſcartes & de Huguens. Mais je n'avois pas encore lû alors avec aſſez d'attention, ce que quelques Sçavans ont publié pour accommoder & accorder la deſcente verticale des corps vers le centre de la Terre, avec l'hypothéſe d'un Tourbillon ſimple mû autour de l'axe de la Terre. Je ne laiſſerai pas de dire ici mon ſentiment ſur cette matiére. J'ai donc penſé, ſi l'on ne pourroit pas admettre pluſieurs Tourbillons d'une matiére ſubtile, & même un nombre preſque infini, mûs autour de differens axes, tous paſſans par le centre du Soleil. Car Deſcartes a déja conçû dans d'autres occaſions, la matiére ſubtile ſe traverſer librement, & cela d'un ſens contraire: outre cela, j'ai conſidéré que tous les Phyſiciens ſont en ces tems-ci d'accord, que toutes les Planetes ont une peſanteur mutuelle qui pouſſe l'une vers l'autre: quand même on ne voudroit donc accorder qu'un Tourbillon autour de chaque Planete pour produire la peſanteur, on ne pourra pourtant nier que tous ces Tourbillons ne ſe traverſent librement, & que la même choſe arriveroit, ſi ces corps céleſtes étoient mille fois plus nombreux. Mais il y a encore une autre raiſon, qui m'induiſoit à croire, que ce mouvement compoſé de pluſieurs Tourbillons en tout ſens, n'étoit ni abſurde, ni impoſſible;

c'eſt que les Phyſiciens conviennent, que la lumiére n'eſt autre choſe qu'un mouvement très-rapide de petites ſphéres extrêmement ſubtiles : cependant il eſt ſûr par l'image renverſée des objets, qui ſe fait dans les chambres obſcures, que tous les rayons de la lumiére, de quelque côté qu'ils viennent, quoiqu'ils ſe coupent en un point, ne laiſſent pas de ſe traverſer librement ſans ſe confondre; & que chaque rayon fait le même effet que s'il étoit ſeul. Tout cela me portoit à croire que l'on pouvoit, ſans abſurdité, ſuppoſer un grand nombre de Tourbillons d'une matiére ſubtile gravifique, ſe traverſant librement & ſur différens axes, qui paſſent tous par le centre du Soleil : & de cette maniére il n'y auroit aucune propriété connue de la peſanteur, ſoit de celle qui ſe fait vers le centre de la Terre, ſoit de celle que j'appelle ſolaire, qui ne coulât très-naturellement de cette hypothéſe. Mais comme cela n'appartient proprement pas à notre propos, je ne m'y arrêterai pas davantage.

§. XVI. Je viens à notre propos principal. Le mouvement de l'atmoſphére ſolaire fait d'abord, en ne faiſant point d'attention à la *peſanteur ſolaire*, que les corps tendent à faire leur courſe, ou dans l'Equateur du Soleil, ou dans un plan parallele : & ſi ces corps marchent obliquement, il arrivera que peu à peu ils s'accommoderont à ladite direction, mais pourtant ſans la prendre jamais parfaitement, ſinon après un tems infini. Les corps s'approcheront d'autant plus vîte de leur direction naturelle, que la matiére qui les environne eſt plus denſe; que la différence des vîteſſes des corps & de la matiére eſt plus grande; que les corps ſont d'une matiére plus rare; & enfin, d'autant que ces corps ſont plus petits.

La *peſanteur ſolaire* contraire & égale à la force centrifuge des corps céleſtes, fait d'ailleurs que ces corps ne peuvent ſe mouvoir que dans des plans qui paſſent par le centre du Soleil.

Il paroît donc, en conſidérant l'action de l'atmoſphére, & la *peſanteur ſolaire* enſemble, que la direction naturelle & immuable des corps qui ſe meuvent autour du Soleil, doit être telle, qu'elle ſatisfaſſe aux deux points que nous venons d'expoſer; ce qui ne peut ſe faire ſans que les Orbites ſoient dans l'Equateur ſolaire. Si elles ne ſont pas réellement dans cet Equateur, qui eſt leur ſituation naturelle & immuable, elles s'en approchent,

& cela fort ſenſiblement, lorſqu'elles en ſont beaucoup éloignées ; mais au contraire avec une extrême lenteur, lorſque les mêmes Orbites ſe confondent preſque avec ledit Equateur ; auſſi-bien n'y arrivent-elles tout-à-fait qu'après un tems infini. C'eſt-là la nature des corps mûs dans des milieux, ſoit réſiſtans, ſoit déférants. Ainſi, par exemple, les corps, qui, projettés dans le vuide, décrivent une parabole, font dans les milieux réſiſtans une courbe, laquelle approche d'abord fort vîte d'une ligne verticale, ſans pourtant jamais l'atteindre tout-à-fait.

§. XVII. Je me perſuade donc qu'aux tems fort reculés, les corps qui ſe meuvent autour du Soleil, ont décrit des Orbites, faiſant avec l'Equateur ſolaire, des angles beaucoup plus grands qu'ils ne font à préſent, & que ces angles ont varié beaucoup plus entre les différentes Orbites, que dans nos tems : mais que ces Orbites ont été réduites peu à peu dans les bornes étroites où elles ſont à préſent, & qu'après un tems infini, elles ſe réüniront entiérement dans un même plan, qui ſera celui de l'Equateur ſolaire. Cela étant, nous avons ſatisfait en même tems aux deux points expoſés §. VI. qui devoient faire le ſujet de notre Diſcours. Voici le précis de mon explication. L'action de l'atmoſphére ſolaire, jointe à la *peſanteur ſolaire*, fait que les corps mûs autour du Soleil, tendent à ſe mouvoir dans le plan de l'Equateur ſolaire, & qu'ils s'en approchent de plus en plus. Ces approchemens étant fort ſenſibles, lorſque les Orbites font un grand angle avec l'Equateur ſolaire, & le Monde ayant été créé depuis très-long-tems, cela fait que les Orbites ne peuvent qu'être preſque dans le plan dudit Equateur, & enfin la raiſon pour laquelle ces Orbites n'y ſont pas entiérement, eſt que cela ne peut ariver qu'après un tems infini.

§. XVIII. On auroit tort d'objecter ici, qu'il paroît par les plus anciennes obſervations, que les Orbites n'ont point changé de déclinaiſon : car il eſt à préſumer que la matiére de l'atmoſphére eſt ſi ſubtile, que les Orbites planétaires étant proches de l'Equateur ſolaire, un tems de pluſieurs ſiécles n'y puiſſe produire un changement ſenſible. Il n'eſt pas ſûr d'ailleurs, qu'on n'eût obſervé aucun changement, ſi l'on avoit été auſſi exact du tems d'Hipparque à faire les obſervations Aſtronomiques, qu'on l'eſt à préſent. On peut alleguer ici l'exemple de

l'écliptique, dont la déclinaiſon a été obſervée il y a deux mille ans par Pythée de 23° 49′ 10″, qui aujourd'hui n'eſt que de 23° 29′; ſur quoi mérite d'être lû ce qu'il y a dans *l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris, pour l'année* 1716, *p.* 48. Je ne ſçais pas aſſez quel fond l'on peut faire ſur les obſervations des anciens Aſtronomes: cependant je ne crois pas qu'il y ait perſonne, qui ſoûtienne encore les corps céleſtes n'être ſujets à aucuns changemens: car le monde n'eſt pas depuis l'éternité, ni ne durera éternellement, ni ne demeurera enfin toujours dans le même état, tant qu'il dure. On donne un mouvement aux nœuds & aux aphélies, *ce qu'auſſi-bien demande cette même théorie que je viens d'expoſer:* pourquoi ne voudroit-on pas accorder que les Orbites planétaires puiſſent varier auſſi en s'approchant inſenſiblement de l'Equateur ſolaire? Je ne crois pourtant pas que les Orbites prennent jamais des déclinaiſons contraires, après être paſſées par le plan dudit Equateur ſolaire, mais qu'elles reſteroient toujours dans cet Equateur, ſi elles y étoient une fois, & que c'eſt-là leur aſſiette naturelle & immuable: peut-être que les aphélies & les nœuds ont de même leurs limites, leſquelles s'ils avoient atteints, ils ne ſouffriroient plus aucun changement; & c'eſt ſans doute là la raiſon pourquoi ils ſe meuvent ſi lentement: car tout ce qui eſt près de ſon état, aſymptote & invariable, ne peut plus ſouffrir de changemens fort ſenſibles; & ce qui tend depuis ſi long-tems vers ſon point d'invariabilité, ne peut qu'en être fort près. Les variations des Orbites que la Lune décrit, ſont d'une autre nature, & doivent ſe déduire d'une autre origine: car ces Orbites lunaires ont leurs limites de part & d'autre, qu'elles reprennent toujours. Mais ſans doute que les périodes de ces variations & excurſions, ont auſſi leurs inégalités moindres à préſent, qu'elles n'ont été autrefois, & qui enfin s'évanoüiront entiérement, de même que les irrégularités dans les Orbites planetaires. On peut noter ici que la Lune, quand même elle eſt ſuppoſée immédiatement environnée de l'atmoſphére ſolaire, n'en eſt pas traînée vers l'Equateur ſolaire: car autant qu'elle y eſt pouſſée depuis un nœud juſqu'à l'autre, autant en eſt-elle repouſſée dans ſon retour au premier nœud: mais je ne doute pas, que les Orbites lunaires ne s'approchent plutôt de l'Equateur de la Terre, s'il

eſt vrai que l'atmoſphére de celle-ci aille juſqu'à la Lune, ou ſi elle y a encore une denſité ſenſible, ce que j'ai pourtant de la peine à croire, préſumant que l'atmoſphére de la Terre finit avant que d'atteindre à la Lune, vû l'extrême rareté qu'elle doit déja avoir dans les hauteurs médiocres, comme j'ai dit §. VII. De-là on peut tirer la raiſon pourquoi les Orbites lunaires ne ſont fort proches ni de l'Equateur ſolaire, ni de celui de la Terre.

[Ce que j'ai allégué dans le préſent article ſur les variations des nœuds & des aphélies, comme conformes à notre théorie, mérite bien quelque éclairciſſement : le préſent ſyſtême en ſera rendu plus univerſel & plus plauſible. Diſons d'abord un mot ſur les *nœuds ſolaires ;* j'appellerai tels dans la ſuite les interſections de l'Equateur ſolaire avec les Orbites planetaires. On voit aſſez, ſans autre explication, que l'atmoſphére ſolaire doit néceſſairement faire avancer ces *nœuds ſolaires :* elle fera avancer de même les aphélies, ce qu'on voit plus diſtinctement en s'imaginant les Orbites être extrêmement excentriques. Les nœuds & les aphélies étant donc mobiles par rapport à l'Equateur ſolaire, ils le ſeront auſſi par rapport à l'écliptique, auquel nous les rapportons. Ainſi toutes les Orbites planetaires doivent être regardées comme mûës en avant dans l'ordre des ſignes céleſtes, & tant les nœuds que les aphélies, nous paroîtroient ſe mouvoir en cet ordre, ſi l'écliptique, ou l'orbite de la Terre ne varioit pas elle-même : mais les variations que l'orbite de la Terre ſubit pareillement, peuvent faire paroître les mouvemens des autres Orbites, tout autres qu'ils ne ſont, & même quelquefois contraires, ſelon les circonſtances, ce qu'il ne ſera pas difficile de comprendre pour ceux qui veulent ſe donner la peine de conſidérer cette affaire avec attention. C'eſt auſſi ſans doute le mouvement de l'Orbite de la Terre, qui fait que l'Equateur coupe continuellement en d'autres points l'écliptique ; d'où il faut tirer le mouvement des points équinoctiaux, qu'on croit faire le tour dans 25000 ans, ou environ.]

§. XIX. Il n'en eſt pas de même des atmoſphéres de Jupiter & de Saturne, dans leſquelles je ne doute pas que les denſités décroiſſent moins vîte, que dans celle de la Terre : car quoique l'on poſe dans les atmoſphéres de Saturne & de Jupiter, que

que les denſités décroiſſent géométriquement, pendant que les diſtances vont en progreſſion arithmétique, comme cela eſt ſuppoſé ordinairement dans l'atmoſphére de la Terre, il ſe peut pourtant que pendant qu'il faut une élévation d'une lieuë pour faire diminuer de la moitié la denſité de l'air, il faille une élévation incomparablement plus grande pour obtenir un effet ſemblable dans les atmoſphéres de Saturne & de Jupiter, & que de cette maniére les Satellites de l'une & l'autre Planete ſoient encore environnées d'une matiére aſſez denſe, & cela d'autant plus facilement, que les Satellites ne ſont pas extrêmement éloignés de leurs Planetes par rapport aux diamétres de celles-ci. On voit par-là, pourquoi tant les Satellites de Jupiter que ceux de Saturne, (en exceptant ſeulement de ceux-ci le dernier, ou le plus haut,) ſont preſque dans des mêmes plans de part & d'autre, quoique les deux plans ſoient fort différens entre eux, puiſqu'ils font un angle d'environ 31 degrés : & pourquoi les plans que les Satellites affectent, ſont préciſément ceux des équateurs de leurs Planetes principales.

Quant au cinquiéme Satellite de Saturne, il eſt très-remarquable, qu'il s'écarte ſeul de la regle générale : car pendant que les quatre autres Satellites, de même que l'anneau, font tous leurs revolutions dans le plan de l'équateur de Saturne, ou peu s'en faut, l'Orbite du dernier Satellite fait, avec cet équateur, un angle d'environ 15 ou 16 degrés, comme le célebre M. Caſſini l'a démontré dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'année* 1714, *p.* 375. Cette exception paroîtra peut-être au premier abord contraire à notre théorie : mais après avoir tout bien conſidéré, j'en ai été confirmé dans mon opinion. Car j'avois déja commencé à croire, que l'atmoſphére de Saturne ne s'étend pas juſqu'à la région du cinquiéme Satellite, ou qu'elle n'y eſt plus d'aucun poids, à cauſe de ſa trop grande ſubtilité. Ce qui m'avoit déja induit auparavant à ce ſentiment eſt, que le mouvement journalier des corps céleſtes, me paroiſſoit dépendre de l'atmoſphére dans laquelle les corps nagent ; me perſuadant que la Lune ne montre toujours une même face à la Terre, que parce que l'atmoſphére de la Terre ne va pas juſqu'à la Lune : & réfléchiſſant enſuite ſur ce que le cinquiéme Satellite de Saturne montre pareillement à ſa Planete

principale la même face, je ne pouvois plus douter que ce Satellite ne soit placé hors de l'atmosphére de Saturne, & que par conséquent il ne sçauroit avoir aucune tendance vers l'équateur de Saturne. Voila sans doute la vraie raison de sa trop grande déclinaison avec ledit équateur; cela étant, la conjecture de Mrs Huguens & Newton, qui croyoient que tous les Satellites tournoient toujours le même côté à la Planete principale, est mal fondée, étant persuadé que tous les autres Satellites ont un mouvement journalier, puisque leur coincidence, ou presque-coincidence avec l'équateur de leur Planete, montre qu'ils nagent dans l'atmosphére.

§. XX. Je n'ai pas voulu omettre ces remarques sur les Satellites, parce qu'elles confirment notre système général. Je reviens aux atmosphéres; & comme c'est d'elles que j'ai tiré la solution de notre Probléme, il ne sera pas hors de propos d'expliquer méchaniquement leur action. Ce que je dirai de l'atmosphére du Soleil, pourra de même être appliqué aux autres atmosphéres.

Les Orbites des Planetes coupent l'équateur du Soleil en deux points, ou *nœuds solaires*: considérons une Planete se trouvant dans un de ces nœuds; en partant de-là elle se meut sous une direction oblique à l'équateur du soleil, mais en même tems elle acquiert par l'action de l'atmosphére solaire, qui se meut plus vîtement que ne fait la Planete, un fort petit mouvement parallele à l'équateur: & comme les deux mouvemens se font du même côté, dans quelque endroit que la Planete se trouve, il est clair qu'il en résulte un mouvement composé, qui devient continuellement plus parallele à l'équateur. (On remarquera ici, que le mouvement de l'atmosphére solaire est tantôt commun avec le cours des Satellites, & tantôt contraire, ce qui est la raison pour laquelle les Satellites ne s'approchent point de l'équateur solaire, mais de celui de leur Planete.) L'approchement des Planetes vers l'équateur Solaire, est le plus sensible dans les nœuds solaires, & dans les points de la plus grande déclinaison il est nul, parce que la tangente de l'Orbite y devient parallele avec l'équateur. Les positions de diverses Planetes étant posées semblables, elles s'approcheront d'autant plus vîte de l'équateur solaire, qu'elles en sont plus éloignées;

qu'elles ont un plus petit diametre, & une moindre denſité ; que la matiére de l'atmoſphére qui environne les Planetes, eſt plus denſe ; & enfin d'autant plus vîte que l'excès de la vîteſſe de la matiére, par-deſſus celle des Planetes, eſt plus grande. Comme on ne ſçauroit définir toutes ces circonſtances dans différentes Planetes, il eſt impoſſible de marquer quelles Planetes s'approchent plus vîte de l'équateur ſolaire.

§. XXI. Après avoir allegué pluſieurs raiſons pour prouver que les Planetes tendent vers l'équateur du Soleil, & qu'elles s'en approchent de plus en plus ; il ſera bon d'examiner ici, par les obſervations Aſtronomiques, quelle eſt l'inclinaiſon des Orbites par rapport audit équateur : pour la connoître, il faut ſçavoir l'endroit des nœuds, ou interſections des Orbites planetaires avec l'écliptique, & enfin la ſituation de l'équateur ſolaire par rapport à l'écliptique. Selon Kepler, le nœud aſcendant de Saturne eſt maintenant au 22° 49′ du *Cancer*, & l'inclinaiſon de ſon orbite avec l'écliptique de 2° 32′ : le ☊ de *Jupiter* au 5° 31′ du Cancer, & l'inclinaiſon de 1° 20′ : le ☊ de Mars au 17° 50′ du Taureau, & l'inclinaiſon de 1° 50′ : le ☊ de Vénus au 14° 47′ des Gémeaux, & l'inclinaiſon de 3° 22′ : le ☊ de Mercure au 14° du Taureau, & l'inclinaiſon de 6° 54′. Dans toutes ces déterminations, les Aſtronomes de notre tems s'accordent à fort peu près : mais ils ſont fort différens ſur la poſition de l'équateur ſolaire : auſſi-bien les obſervations dont on ſe ſert pour cet effet, ne ſont pas d'une nature à pouvoir la déterminer au juſte. Dans l'*Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année* 1701, l'équateur ſolaire eſt déduit faire un angle avec l'écliptique de 7° 30′, & dans les Mémoires de la même année, il eſt dit, que le pole qui regarde le Septentrion répond au huitiéme degré des Poiſſons. En ſuivant ces hypothéſes, l'équateur ſolaire eſt coupé par l'orbite . . . . . .

de Saturne, ſous un angle de	5°	58′
Jupiter	6	21
La Terre	7	30
Mars	5	49
Vénus	4	10
Mercure	2	56

C'eſt ici l'orbite de la Terre, qui fait le plus grand angle avec l'équateur ſolaire; ſçavoir de 7° 30′.

[Il eſt facile de voir quelle eſt la méthode de trouver les inclinaiſons des orbites avec l'équateur ſolaire ; elle ne différe pas de celle de *trouver les inclinaiſons que les Orbites ont entre elles*, expoſée ci-deſſus à la remarque du §. IV. Car connoiſſant le nœud ſolaire de l'écliptique, & les nœuds des orbites planetaires avec l'écliptique, la diſtance du nœud ſolaire aux autres nœuds, donne un côté dans le triangle ſphérique à réſoudre : les angles que l'équateur ſolaire, & les orbites planetaires font avec l'écliptique, ſont les deux angles connus dans le même triangle ; d'où l'on trouve le troiſiéme angle, qui eſt l'angle de l'inclinaiſon des orbites avec l'équateur ſolaire.]

§. XXII. Mais comme la poſition de l'équateur ſolaire eſt fort incertaine ; de telle maniére que, ſelon quelques-uns, ſon inclinaiſon avec l'écliptique ne ſurpaſſe pas deux degrés, on pourroit peut-être ſans abſurdité, feindre une telle poſition, que ſon inclinaiſon moyenne avec toutes les orbites planetaires, fût la moindre, à laquelle condition l'on peut ſatisfaire en eſſayant un grand nombre de poſitions : ainſi, par exemple, dans la précédente hypothéſe, l'inclinaiſon moyenne des orbites avec l'équateur ſolaire, eſt de 5° 11′ : mais ſi l'on ſuppoſoit que cet équateur fît avec l'écliptique un angle de 3° 22′, & que ſon Pole Boreal répondît au 20° des Poiſſons, alors l'équateur ſolaire ſeroit coupé par l'orbite

de Saturne ſous un angle de	1°	51′
Jupiter	2	7
Mars	2	4
La Terre	3	22
Vénus	0	20
Mercure	4	34

& l'inclinaiſon moyenne des orbites (qui a été tantôt de 5° 11′) ne ſeroit plus que de 2° 23′. Je ne ſçais ſi on ne pourroit pas préférer cette poſition de l'équateur ſolaire, quoiqu'appuyée ſur une pure conjecture, & trouvée *à poſteriori*, aux autres poſitions, fondées ſur les taches du Soleil, en attendant que les Aſtronomes nous donnent une méthode Aſtronomique plus exacte.

§. XXIII. En expliquant ci-deſſus méchaniquement l'action de l'atmoſphére ſolaire ſur la Terre & ſur les Planetes, j'ai conſidéré la matiére de l'atmoſphére comme mûë avec plus de vîteſſe que les corps qu'elle environne: ce n'eſt pas que notre ſyſtême le demande ainſi, mais parce que cela me paroît d'ailleurs probable.

Or ſoit, ſi on le veut, que la matiére ne ſe meuve pas plus vîte, & même qu'elle ſe meuve plus lentement, elle ne laiſſera pas de faire le même effet ſur les orbites, en les approchant de l'équateur ſolaire. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à réſoudre le mouvement de la matiére en deux; l'un paralleſe, & l'autre perpendiculaire à la direction de la Planete; & on voit aſſez que ce dernier agiſſant toujours vers l'Equateur, ne ſçauroit manquer de pouſſer la Planete vers ce côté.

§. XXIV. Des Planetes venons aux Cometes: je dis que les plans des Orbites de celles-ci ne changeront jamais ſenſiblement leur inclinaiſon avec l'Equateur ſolaire, quelque grande qu'elle ſoit, ou parce qu'elles ſont preſque toujours poſées entiérement hors de l'atmoſphére ſolaire, (comme vraiſemblablement la Lune l'eſt hors de celle de la Terre, & le cinquiéme Satellite de Saturne hors de celle de Saturne) ou parce qu'elles ne ſe laiſſent point détourner de leur route, à cauſe de la trop grande ſubtilité de la matiére de l'atmoſphére, qui les environne pendant leur révolution preſque toute entiére. Il eſt vrai que les Cometes étant près de leur périhélie, elles doivent s'approcher un peu de l'Equateur ſolaire: mais ce tems eſt à peine comparable avec le reſte du tems de la révolution, & il paroît par les exemples allégués ci-deſſus §§. XI. & XII. ſur les denſités de l'atmoſphére ſolaire, que la denſité commençant une fois à décroître, elle décroît ſi vîte qu'elle ſe perd d'abord preſque toute entiére; tout cela montre pourquoi les Cometes, dont la diſtance au Soleil eſt pendant preſque tout le tems de la révolution comme infinie, ne tendent pas ſenſiblement vers l'Equateur du Soleil. Je croirois pourtant facilement, que les Orbites des Cometes depuis tout le tems de leur exiſtence ſe ſont approchées un peu dudit Equateur: ce qui me fait pancher davantage à cette opinion, eſt que dans le grand nombre des Cometes marquées dans les Ephémérides, il m'a paru que l'in-

clinaiſon moyenne de leurs Orbites, par rapport à l'Equateur ſolaire, ne manqueroit pas d'être à fort peu près de 45°, ſi elles ne s'en étoient actuellement un peu approchées : j'ai donc ramaſſé les obſervations de pluſieurs Cometes qui ont paru depuis quelques ſiécles; & pour m'épargner la peine du calcul, j'ai ſuppoſé que ladite inclinaiſon moyenne par rapport à l'Equateur ſolaire, eſt la même que par rapport à l'écliptique, leurs plans ne différant gueres, & les différences de ces deux eſpeces d'inclinaiſon ne pouvant manquer de ſe détruire à peu près de part & d'autre : ce qui fait auſſi qu'on n'a pas beſoin d'être fort ſcrupuleux ſur la juſteſſe des obſervations, puiſque leurs erreurs ſe détruiront de même fort probablement. Voici donc le Catalogue des Cometes.

De la Comete de l'an 1337, l'inclin. à l'éclipt.	32°	11′	0″
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	40
1694	11	46	0

L'inclinaiſon moyenne eſt de 43° 39′. Il eſt donc clair que les Cometes n'ont preſque point de liaiſon du tout avec l'Equateur ſolaire, & qu'elles ne s'en approchent qu'inſenſiblement, & avec une extrême lenteur.

§. XXV. Cette différence entre les Cometes & les Planetes, connuë par les obſervations, & ſi conforme à notre théorie, m'engage à en expliquer une autre, qui ſemble confirmer entiérement notre hypothéſe. Elle conſiſte dans les excentricités des Cometes & des Planetes. C'eſt aſſûrément une choſe merveilleuſe, que les Cometes ayent toutes une excentricité preſque infinie, & les Planetes preſque nulle; & je ne vois pas qu'on puiſſe donner une raiſon ſuffiſante & méchanique de ce fait, en n'employant que la ſimple hypothéſe des gravitations ou attractions mutuelles : mais en joignant à cette hypothéſe celle de l'action de l'atmoſphére ſolaire, on peut expliquer ſi clairement ce point, qu'il paroit que la choſe n'auroit pas pû être autrement.

Faiſons abſtraction pour un moment de l'atmoſphére ſolaire, & poſons la peſanteur ſolaire par-tout réciproquement proportionnelle aux quarrés des diſtances. Qu'on conçoive un corps devoir être projetté dans une direction perpendiculaire au rayon tiré du Soleil au corps : ſi la projection ſe fait avec la vîteſſe que le corps pourroit acquerir en tombant vers le Soleil d'une ſeconde hauteur égale à la premiére, le corps décrira un cercle; ſi la vîteſſe initiale eſt moindre, il décrira une ellipſe, dont l'aphélie eſt à l'endroit de la projection; & ſi elle eſt plus grande, le corps décrira encore une ellipſe, mais dont le périhélie eſt à l'endroit de la projection : tout cela ſe démontre dans la méchanique. Si la projection eſt tout-à-fait caſuelle, comme elle l'eſt à notre égard, & qu'on ſuppoſe que tous les degrés de vîteſſe juſqu'à l'infiniment grande, arrivent avec une facilité égale, il eſt probable, & même certain, que l'excentricité de l'ellipſe que le corps projetté décrira autour du Soleil, doit être infinie. Mais comme il n'y a pas dans la nature des degrés actuellement infiniment grands, la propoſition doit être changée, de maniére qu'on diſe que l'excentricité doit être fort probablement très-grande, & preſqu'infinie. Et quand le mouvement ſe fait dans un vuide ou preſque vuide, les ellipſes décrites une

fois, continueront toujours ou fort long-tems. Ceci montre, à mon avis, fort exactement pourquoi les Cometes décrivent des ellipſes preſque paraboliques, puiſqu'elles ont dû vraiſemblablement en décrire dans le tems de leur origine, & qu'elles ne changent pas ſenſiblement comme étant preſque entiérement hors de l'atmoſphére ſolaire. Mais ſi nous nous ſervons du même raiſonnement pour les Planetes qui nagent dans l'atmoſphére du Soleil, nous voyons bien qu'à la vérité elles ont pû d'abord faire des ellipſes fort excentriques, mais qu'elles ont dû néceſſairement s'approcher peu à peu des Orbites circulaires, & qu'elles en décriront un jour de plus exactes, ce que je démontre ainſi. Quoique les tems périodiques de la matiére qui compoſe l'atmoſphére ſolaire, croiſſent à meſure qu'elle s'éloigne de l'axe du Soleil, il eſt pourtant à préſumer que les vîteſſes ne diminuent point, mais qu'elles croiſſent auſſi, comme j'ai marqué §. VIII : car ſi le mouvement de chaque couche ſe faiſoit librement, les vîteſſes croîtroient exactement en raiſon des diſtances de l'axe du Soleil : au contraire la vîteſſe de la Planete eſt d'autant plus grande, qu'elle eſt plus proche du Soleil : (je ferai ici abſtraction du changement de la vîteſſe moyenne de la Planete, d'autant plus que la Planete tend de plus en plus à prendre une vîteſſe immuable.) Donc la Planete doit néceſſairement être retardée par l'atmoſphére, lorſqu'elle eſt près de ſon périhélie ; & au contraire avancer, lorſqu'elle eſt près de ſon aphélie. Chacun de ces deux points fait, comme on le démontre dans la méchanique, que la Planete décrit une orbite continuellement plus circulaire, & moins excentrique ; de maniére qu'il n'eſt plus ſurprenant que les Orbites planétaires ſoient à préſent preſque circulaires ; il eſt à croire qu'avec le tems elles deviendront encore plus circulaires, ſans pourtant qu'elles le ſoient jamais parfaitement, ſinon après un tems infini. Comme il y a au reſte pluſieurs circonſtances qu'on ne ſçauroit définir dans les Planetes, & qui concourent à rendre les diminutions des excentricités plus ſenſibles, on ne ſçauroit marquer quelle Orbite planetaire devroit être en vertu de cette théorie, plus ou moins excentrique : ces diminutions dépendent à peu près des mêmes points qui font diminuer les inclinaiſons des Orbites par rapport à l'Equateur ſolaire, & que j'ai expoſés §. XX.

cela

cela me confirme dans ma conjecture que j'ai alléguée §. XXII. sur la position de l'Equateur solaire : car suivant cette position, l'inclinaison de l'Orbite de Vénus avec l'Equateur solaire est presque nulle, de même que son excentricité est presque nulle, & l'inclinaison de l'Orbite de Mercure avec le même Equateur est la plus grande de toutes, comme aussi son excentricité est la plus grande.

§. XXVI. Ne vaut-il pas mieux employer ces principes, que de recourir à une volonté immédiate du Créateur, comme le font par rapport à plusieurs phénomenes ceux qui veulent tout déduire de la simple gravitation mutuelle des corps mûs dans un vuide ; & peut-il se faire que la volonté de Dieu n'ait pas tout son effet ? qu'il ait voulu que les orbites planetaires fussent dans un même plan, sans qu'elles le soient parfaitement; qu'elles fussent circulaires sans qu'elles soient tout-à-fait telles ? & ainsi de plusieurs autres points, auxquels il faut rapporter que la Terre & toutes les Planetes se meuvent d'un même sens, & nommément de celui duquel le Soleil se tourne autour de son axe ; qu'il en est de même dans les Mondes de Saturne & de Jupiter, lesquelles choses sont telles, que si elles étoient encore cachées, notre théorie nous les diteroit, pendant que M. Newton même, le plus grand Philosophe de notre siécle, déclare dans son *Optique*, qu'on n'en sçauroit donner aucune raison méchanique.

§. XXVII. Disons encore deux mots sur le mouvement diurne des Planetes : je suis porté à croire que c'est aussi l'atmosphére qui le produit : ce qui m'y engage, est que la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne, (dont les plus grandes inclinaisons avec les Equateurs de la Terre & de Saturne me font croire que les atmosphéres de ces deux corps n'agissent pas sur la Lune & ledit Satellite) n'ont point de mouvement diurne pareil à celui des Planetes, marque que le mouvement diurne, & la presque-coincidence des Orbites avec leur Equateur correspondant ont une même cause. Mais je ne vois point d'autre maniére d'expliquer le mouvement des Planetes autour de leur axe par l'action de l'atmosphére solaire, qu'en disant que la matiére de l'atmosphére (dont les vîtesses augmentent en s'éloignant de l'axe du Soleil, comme j'ai dit §. VIII.) fait un plus

grand effort sur l'hémisphére de la Planete opposée au Soleil, que sur celui qui regarde le Soleil, ce qui peut faire que les Planetes roulent dans le même sens de leur mouvement progressif. La raison d'ailleurs, qui fait que les axes des Planetes ne sont pas tout-à-fait paralleles à l'axe de l'atmosphére solaire, consiste peut-être dans l'hétérogenéité de la matiére qui compose les Planetes; car le centre de gravité de chaque Planete tâche de s'éloigner du Soleil le plus qu'il peut, & cet effort joint au premier, pourroit produire l'obliquité des axes, & faire, s'il agit seul, que les corps montrent toujours la même face au centre de la révolution, comme font la Lune & le cinquiéme Satellite de Saturne.

§. XXVIII. Voilà ce que j'avois à dire sur le problême proposé par l'Académie. Il y a long-tems que j'ai fait ces méditations, mais j'ai été obligé de les mettre par écrit fort à la hâte. J'espere donc, s'il y avoit quelques erreurs de calcul ou de position dans les nombres, sur lesquels les Astronomes conviennent, ou qui s'en déduisent facilement, qu'on me les pardonnera; la hâte m'a obligé à la briéveté, sans cela j'aurois pû alléguer plusieurs autres remarques, & étendre davantage celles que j'ai alléguées, & donner de cette maniére un plus grand volume à la présente Dissertation. Je me flatte pourtant que ce que j'ai dit suffira pour l'intention que l'Académie a eûë dans son Problême.

DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ *PROBLEMATIS*

AB

INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA,

QUÆ PARISIIS FLORET,

ITERUM PROPOSITI.

Quelle eſt la cauſe Phyſique de l'inclinaiſon des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de ſon axe ; Et d'où vient que les inclinaiſons de ces Orbites ſont différentes entre elles.

SIVE

Quænam eſt cauſa phyſica inclinationis planorum, in quibus Planetæ Orbitas ſuas perficiunt ad planum Æquatoris, vertigini Solis circa axem ſuum reſpondentis ; Et quî fit ut inclinationes iſtarum Orbitarum ſint inter ſe diverſæ.

Authore DAN. BERNOULLI, *Acad. Petrop. & Bonon. Socio, in Acad. Baſilienſi Anat. & Bot. Profeſſore.*

DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ,

PROBLEMATIS

AB

INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA,

QUÆ PARISIIS FLORET,

ITERUM PROPOSITI.

SYMBOLUM.

Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces est fecisse.

---

§. I. DUABUS constat partibus Problema ab illustri Academia propositum; altera Orbitarum cœlestium ad Æquatorem Solis inclinationem respicit; altera inclinationis in singulis Planetis diversitatem. Utraque nobis simul erit pertractanda; neque enim commodè ab invicem separantur.

§. II. Patet autem ex ipsis, quæ problema definiunt verbis, id ab Academia in antecessum poni, esse aliquid, quod Orbitas Planetarum ad Æquatoris solaris planum trahat; & in hoc quicquid sit, latere rursùs rationem, ob quam istæ Orbitæ non perfectè cum eodem plano coincidant. Id mihi quoque fuit semper visum admodùm probabile.

Nimis enim, ut alias non dicam rationes, Planetarum Orbitæ ad Æquatoris solaris planum accedunt, quàm ut id fortuito concursui tribui posse videatur; aut si hoc alicui dubium videri possit, id saltem omni exceptione majus erit, Orbitas Planetarum commune aliquod affectare planum, cùm aliàs fieri vix potuisset, ut omnes intra tam angustos continerentur limites: veri-

ſimile autem eſt, iſtud ipſum, quod Planetis omnibus fere eſt commune, planum, quodque procul dubio continuè appetunt, eſſe planum Æquatoris ſolaris, cùm in hoc ſolo ratio iſtius rei aliqua ſufficiens eſſe poſſit. Hoc igitur poſito, indicandum erit, quare Orbitæ Planetarum ad Æquatoris ſolaris planum acclinent, & quid porrò cauſæ in hac re latere poſſit, quòd Orbitæ eædem nec inter ſe, nec cum Æquatoris plano conveniunt perfectè.

§. III. Priùs verò quàm huic operam demus quæſtioni ſolvendæ, è re noſtra erit, ne in vacuum diſſeruiſſe videamur, ut id ipſum, quod modò aſſumpſimus de communi Orbitarum planetariarum plano, à quo non ſine ſpeciali cauſa aliquantulùm recedant, nunc diſertiùs oſtendamus. Rem ita inſtituam, ut inquiram in duas Orbitas cœleſtes, maximè ad ſe inclinatas, ſeu maximo ſe decuſſantes angulo; (per inclinationem enim hìc intelligo angulum inclinationis;)poſteaque calculo ſubducam, quanta ſit probabilitas, ut reliquæ Orbitæ omnes intra terminos duarum dictarum Orbitarum cadant. Ita eluceſcet, tantillam eſſe hanc probabilitatem, ut *moraliter impoſſibile* dicendum ſit, id ſine efficiente ratione fortuitò ita contigiſſe.

§. IV. Poſtquam ſingulas Orbitas cum ſingulis comparavi, deprehendi maximam inclinationem habere Orbitam Mercurii ad Orbitam Terræ ſeu ad eclipticam; angulum enim inclinationis inter ſe formant 6° 54′; Orbita autem Saturni ad Orbitam Mercurii inclinat 6° 24′, & Orbita Jovis ad Orbitam Mercurii 6° 8′, reliquæ omnes multò minùs ad ſe invicem inclinant. Loquor hìc de Orbitis Planetarum primariorum. Fingo jam ſuperficiem ſphæricam zonâ quâdam ſeu zodiaco latitudinis 6° 24′ (quanta nempe eſt inclinatio Orbitæ Mercurii ad eclipticam) cinctam, quæ partem totius ſuperficiei ſphæricæ continebit, præter propter decimam-ſeptimam. Supereſt igitur, ſi Orbitas Planetarum caſu in cœlo locatas putemus, ut definiamus quanta ſit probabilitas, quâ omnes intra zonam datam decimam-ſeptimam ſuperficiei ſphæricæ partem exæquantem, contineantur. Zona ipſa autem poſitione datâ non eſt, niſi unam Orbitam jam locatam cenſeamus, adeo ut quinque tantùm planetariarum Orbitarum poſitiones caſuales cenſendæ forent, ſi caſu res contigiſſet. Ita autem ſecundùm regulas cognitas invenitur numerus

casuum locationis intra definitos terminos obtinendæ, ad numerum casuum contrariorum, ut 1 ad $17^5 - 1$, seu ut 1 ad 1419856.

§. V. Videbitur fortasse aliquibus calculus aliter instituendus. Mihi quoque cùm hac de re primùm cogitarem, alia succurrit methodus; illam tamen quam modò exposui, maximè puto plausibilem. Nolo autem in illa suffulcienda esse prolixior, ne nimis ab instituto nostro præcipuo divertam. Ut verò nunc planè appareat, quàm ridiculum foret, propinquas positiones Orbitarum planetariarum casui tribuere, mutabimus quæstionem positionum multiplicium in aliam positione unicâ circumscriptam. Dico igitur, faciliùs casu contingere, ut duæ Orbitæ angulo se intersecent intra quartam minuti secundi partem: Quis verò, si v. g. factum à natura fuisset, ut ecliptica ad Æquatorem Terræ quartâ tantùm parte unius minuti secundi inclinaret: quem angulum, ponam, arte humanâ accuratè potuisse observari: quis, inquam, hanc positionem puro casui fuisset tributurus? Si verò præterea animum attendamus ad Satellites tam Jovis quàm Saturni, quorum pariter Orbitæ (excepto extremo Saturni Satellite, qui ab regula generali ob specialem, quam ipsa theoria nostra indicabit, rationem, recedit) in eodem fere plano utrobique conveniunt, nihil ampliùs eâ de re nos dubitare sinet. Qui secùs sentit, is omne ratiocinium, quod dicitur *ab inductione* rejiciat. Nunc eò, unde discessimus, revertimur.

§. VI. Diximus planum esse, quod Orbitæ Planetarum appetant, inter ipsas Orbitas medium; & verosimillimum esse, planum istud coincidere cum Æquatore Solis, cùm, quia, quantum ex observationibus à maculis solaribus desumptis judicare licet, parum differt planum Æquatoris Solis ab Orbitis Planetarum, tum quòd in Æquatore Solis facillimè ratio istius rei sufficiens excogitari possit, & denique esse rationem particularem, quominus Orbitæ Planetarum nec inter se nec cum Æquatore Solis perfectè conveniant. In his consistit ambobus articulis desiderata problematis solutio. Igitur ut votis Academiæ satisfiat, id mihi incumbere sentio, ut priùs ostendam, quâ ratione Orbitæ Planetarum ad Solis Æquatorem tendere possint, & quî fieri possit, quominus in eo sint omnes perfectè positi.

§. VII. Nullum esse corpus cœleste, quod non suam habeat atmosphæram circumfusam, mihi persuadeo. Et quamvis Huge-

nius expresse negaverit Lunam atmosphærâ cingi, suamque sententiam multis rationibus firmare allaboraverit, neminem tamen nunc ampliùs in ea stare sententia puto : plurima enim phænomena contrarium probant. Materia quidem harum atmosphærarum in diversis corporibus diversa esse potest, in aliis nempe densior, in aliis rarior : verosimile tamen est, in singulis atmosphæris similes esse affectiones. Igitur è re nostra erit, ut hìc indicemus affectiones præcipuas atmosphæræ Terram ambientis, easdemque applicemus atmosphæræ solari : in hac enim veram problematis Academici solutionem quærendam esse, rebus omnibus bene ponderatis, planè sum certus.

Aër, atmosphæram componens terrestrem, corpus fluidum est, versùs centrum Terræ gravitans, elasticum, & sic in diversis à centro Terræ distantiis inæqualitet densum. Densitas ejus ita celeriter decrescit, ut in regione Lunæ, si eò usque se expandit, incredibilis debeat esse raritatis; singulis enim milliaris Germanici altitudinibus fit circiter altero tanto rarior, sic ut posità densitate aëris in superficie Terræ = 1, sit ejus densitas in regione Lunæ minor futura quàm $\frac{x}{150000}$, attamen in infinitum se expandat atmosphæra necesse est, nisi ab alio fluido elastico coërceatur : coërcebitur autem, ut ego conjicio, alicubi ab atmosphæra solari, & talibus circumscribetur terminis, in quibus utriusque atmosphæræ elasticitas æqualis sit. Igitur dubium est, an ad regionem Lunæ usque extendatur, nec-ne. Id ego non crediderim ob stupendam omnique opinione majorem, quam ibi debeat habere aër raritatem : tum etiam ob magnam Orbitæ Lunæ ad Æquatorem terrestrem inclinationem mediam, non futuram, ut infrà probabile faciam, si Luna vortici aëris circa axem Terræ moti immersa esset, & denique ob id, quòd Luna similem nobis perpetuò ostendat faciem. Aëris terrestris densitas porrò diminuitur à calore, augeturque à frigore. Denique aër in superficie Terræ eadem velocitate vel proximè tali circa ejusdem axem movetur, atque superficies ipsa, aliàs enim ventum continuum, eumque vehementissimum, ab Oriente versùs Occidentem essemus percepturi : id perspicuum est, quòd punctum in Æquatore à vertigine Terræ intra minutum secundùm spatium plus quàm mille quadringentorum pedum conficiat,

conficiat, ventus autem impetuoſiſſimus vix quinquaginta pedes eodem tempore percurrat: imò non-ſolùm in ſuperficie maris aër, eâ quâ dixi velocitate ſimul cum Terra movetur, ſed & in locis altiſſimis, hiſque in omnes plagas apertis, veluti in cacumine montis Pici in inſula Teneriffa. Facile etiam demonſtratu eſt, totum hoc fluidum Terram ambiens unà cum Terra intra 24 horas circulum fuiſſe abſoluturum, niſi in extima ſuî ſuperficie motus à fluido ſolari inhiberetur. Facit autem iſta motûs versùs circumferentiam inhibitio, ut fluidum aliâ lege circumagatur, quam quidem pro omnibus denſitatum in fluido diminutionibus acutiſſimè definivit cel. Joh. Bernoullius, in eleganti Diſſertatione, quam Academia præmio anni 1730 affecit, digna profectò honorificâ iſtâ remuneratione.

§. VIII. Ex hiſce atmoſphæræ terreſtris affectionibus colligere licet, Solem pariter fluido cingi aëri noſtro analogo; quod versùs centrum Solis gravitet, elaſticitate præditum ſit, quæ probabiliter à calore Solis acuto intenditur, à diminuto relaxatur: diverſas pariter fluidum habebit denſitates in diverſis à Sole diſtantiis: & ſi quidem calor uniformis totam animaret atmoſphæram ſolarem, ſique uniformis quoque eſſet gravitatio, reſponderent utique denſitates applicatis in logarithmica, cùm diſtantiæ à Sole exprimuntur per abſciſſas: quia verò & calor & gravitatio decreſcunt, dum diſtantiæ à Sole augentur, neceſſe eſt aliam legem ſequantur denſitatum variationes, quam infrà paucis perpendemus. Fluidum ſolare etiam expandetur uſquedum termini ipſius ab alio fluido coërceantur, pariter atque atmoſphæra terreſtris ab ſolari continetur. Denique id præcipuè ad rem noſtram pertinet, fieri non poſſe, quin fluidum circa axem Solis circumagatur, & quidem ſingulas partes unà cum Sole intra 25 $\frac{1}{2}$ dierum ſpatium revolutionem ſuam fuiſſe abſoluturas, niſi motus in peripheria inhiberetur; ob hanc autem inhibitionem tempora periodica materiæ versùs extrema creſcent: nec tamen ita creſcent ut velocitates diminuantur: quin potiùs velocitates augeri exiſtimo.

§. IX. Venio ad id quod dixi de diverſis fluidi denſitatibus, in diverſis locis cognoſcendis: non puto autem, illas rectè cognoſci poſſe, ſed tantùm aliqualiter, quia hypotheſes accuratæ problema definientes non habentur. Ponamus gravitationem

corporum versùs centrum Solis rationem sequi reciprocam duplicatam distantiarum ab eodem centro : vim autem centrifugam fluidi gravitatem ejus notabiliter non diminuere. Fingamus porrò densitates fluidi ubique proportionales esse, ponderibus atmosphæræ superincumbentis divisis per respondentes caloris mensuras : calorem autem unà cum gravitatione æquali ratione diminui versùs peripheriam putabimus : ita quoque elasticitatum mensuras à ponderibus superincumbentibus desumemus. His factis positionibus, designabimus radium Solis per r, distantiam dati loci à centro Solis per x : densitatem ut & elasticitatem atque calorem fluidi in superficie Solis faciemus $= 1$: densitatem ejusdem in assumpto loco $= D$, elasticitatemque $= E$. Ita erit per assumptas hypotheses (quòd densitas ubique proportionalis sit ponderi atmosphæræ superjacentis, seu elasticitati, diviso per calorem, id est per $\frac{rr}{xx}$) $D = \frac{Exx}{rr}$. Præterea si atmosphæram cogitatione in strata circa centrum Solis concentrica dividamus infinita, patet fore decrementum elasticitatis dE, dum altitudo x quantitate infinitè parvâ dx crescit, proportionale ponderi strati, quod habet altitudinem minimam dx; sed pondus hoc proportionale est altitudini dx, multiplicatæ per densitatem D, atque per gravitatem $\frac{rr}{xx}$. Igitur assumptâ litterâ n pro aliqua constante, erit $-dE = \frac{nrrD\,dx}{xx}$; si in ista æquatione substituatur pro D valor antea determinatus, fit $dE = -nE\,dx$, vel factâ debitâ integratione, indicatoque numero, cujus logarithmus est unitas per c, $E = c^{n(r-x)}$. Ex ista æquatione consequens est elasticitates in atmosphæra solari recedendo à Sole decrescere eodem modo, ac si constantes ubique forent gravitatis ac caloris gradus. Quâ hypothesi uti solent (minùs tamen accuratè, observante id quoque Newtono) ad variationes densitatum in atmosphæra terrestri sub diversis altitudinibus calculo subducendas. Jam si in prima æquatione substituatur valor inventus pro E, orietur talis æquatio

$$D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}}.$$

§. X. Sequitur ex ista æquatione, maximam aëris Soli cir-

cumfusi denſitatem non eſſe in ſuperficie Solis, ſed in loco alio à Sole fortaſſe longè diſſito, cujus rei ratio phyſica eſt, quòd ab ingenti calore, qui prope Solem eſt, atmoſphæra admodùm rarefit. Locus autem quo maxima eſt denſitas, diſtat à centro Solis quantitate $\frac{2}{n}$, nec poteſt valor litteræ n definiri quandiu in nullo atmoſphæræ loco, realis ejus denſitas experimento obſervari poteſt.

§. XI. Ponamus autem, exempli causâ, maximam denſitatem eſſe in regione Veneris, quæ centum quinquaginta præter propter radiis Solis à Sole diſtat, erit $\frac{2}{n} = 150r$, ſeu $n = \frac{1}{75}r$; & ſic æquatio ſpecifica denſitatum hæc foret $D = \frac{xx}{c\ (x-r) : (75r)\ rr}$, eſſentque denſitates ipſæ fere ut ſequitur

In ſuperficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 2200
Veneris	= 3000
Terræ	= 2600
Martis	= 1300
Jovis	= 0,40
Saturni	= 0,000006

§. XII. In iſta hypotheſi denſitates atmoſphæræ ſolaris in regionibus Mercurii, Veneris, Terræ & Martis eſſent ſatis æquales: circa Jovem autem, & præſertim Saturnum, raritas nimia foret, quàm ut ullum effectum habere poſſit: quapropter conjecturæ locus eſt, regionem maximæ denſitatis in atmoſphæra ſolari magis diſtare à Sole quàm Orbitam Veneris. Sin autem in Orbita Martis maximæ denſitatis locum eſſe ponamus, habebunt denſitates rationem circiter ſequentem;

In ſuperficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 4170
Veneris	= 8910
Terræ	= 12300
Martis	= 14400
Jovis	= 1310
Saturni	= 15

§. XIII. Atque si maxima densitas in regione Jovis constituta ponatur, multò uniformior atmosphæra solaris invenietur à Mercurio usque ad Saturnum; hæcque positio mihi videtur omnium probabilissima: quia enim plurima phænomena systematis planetarii ab atmosphæra solari deduci posse mihi videntur omnibus Planetis communia, commendabile id admodum est, quòd atmosphæræ solaris densitates per totam systematis planetarii extensionem esse possint non multùm admodùm inæquales, cùm in atmosphæra terrestri sub mediocribus distantiarum augmentis non possint non supra modum esse inæquales; in nostra atmosphæra, si locum sumas unicâ terræ semi-diametro à superficie elevatum, ea jam esse debet aëris raritas secundùm plerorumque authorum sententias, quam ne cogitatione quidem assequi possumus.

§. XIV. Expositis his, quæ ad atmosphæram solarem pertinent, monendum hìc esse duco, non fungi, ut mihi videtur, hanc atmosphæram circa axem Solis motam omnibus officiis, quæ vorticibus tribui solent deferentibus, nec adeoque hanc esse quæ Terram Planetasque primarios in Orbitis suis contineat. Nam in vortice deferente materiæ densitas debet esse æqualis densitati corporum, quæ illi innatant, ut rectè monuit Newtonus: atmosphæram autem solarem incomparabiliter rariorem ubique puto, quàm sunt corpora circa Solem lata. Sed & aliud est, quod, ut videtur, planè evincit, non esse hanc atmosphæram idem quod vortices deferentes, nempe quòd velocitates tum corporis tum materiæ vorticosæ debeant esse æquales; sed secundùm regulam Kepleri Planetæ in superficie Solis constituti tempus periodicum debet esse præter propter trium horarum, cùm ibidem atmosphæra certè periodum absolvit intra 25 dies cum dimidio, non secus ac terrestris atmosphæra intra 24 horas semel revolvitur in vicinia Terræ: quod tamen argumentum an non simul contra vorticum deferentium, quos nolo hìc refutare, hypothesin sit, non satis perspicio. Igitur aliam conjicio esse causam, quæ corpora circa Solem lata in Orbitis suis contineat, & ubique eorumdem vim centrifugam coërceat: hæc autem causa, qualiscumque sit, corpora trudit versùs centrum Solis, quia plana Orbitarum per centrum Solis transeunt. Si vortices deferentes id Planetis Terræque officium facere possint, per me licebit hujusmodi vortices præter atmosphæras finge-

re; neque id pugnabit cum eo, quòd atmoſphæra naturam vorticum non habeat, quamvis fatear, non potuiſſe me omnem, quem antea habui, mihi ſcrupulum eximere, perlectâ etiam attentiſſimè diſſertatione Bernoullianâ, hanc in rem conſcriptâ, quam ſuprà laudavi. Vetat autem tum viri celeberrimi perſpicacia, tum potiſſimùm Academiæ, cujus approbationem neſcio annon hac quoque in parte habuerit, ſumma auctoritas, ne cum fiducia ſententiam dicere audeam. Licebit quoque, (ſi id commodè fieri poſſe videatur, mihi autem non videtur,) atmoſphæram circa axem Solis latam cum vorticibus deferentibus confundere: hypotheſin enim, quâ ad ſequentia ſtabilienda opus habeo, experientia demonſtrat, & à nemine in dubium vocatur, eſſe nempe aliquid, quod *gravitatem ſolarem* deinceps dicam, vi centrifugæ contrarium, quod Planetas Terramque versùs centrum Solis urget.

§. XV. Si verò gravitas ſolaris inſtar gravitatis terreſtris à vi centrifuga materiæ rapidiſſimè motæ, & quidem eò rapidiùs, quo rarior eſt atque ſubtilior materia, petenda ſit, tum mutatis paulò ſententiis Carteſii atque Hugenii rem alio modo conſiderari poſſe, mihi olim & amicis, quibus ſententiam meam perſcripſeram, viſum eſt. Nondum autem tunc omni attentione perlegeram, quæ ab auctoribus doctiſſimè tradita ſunt, ad conciliandum deſcenſum corporum gravium versùs centrum Terræ cum vortice ſimplici circa axem moto. Cogitavi nempe, annon plures materiæ ſubtilis vortices, imò quaſi infinitos circa diverſos axes per centrum Solis tranſeuntes fingere liceret: motus enim contrarios in materia ſubtili nequaquam ſe impedientes in aliis occaſionibus jam concepit magnus Carteſius: præterea conſideravi, id omnibus nunc in conceſſis eſſe, quòd ſingula corpora cœleſtia ad ſe invicem gravitant; etiamſi igitur vel ſimplex vortex ſtatuatur circa quodlibet corpus, negari tamen non poteſt, hos vortices liberrimè ſe transfluere, idemque futurum fuiſſe, ſi vel millies hæc corpora cœleſtia fuiſſent multiplicata.

Sed aliud inſuper eſt argumentum, quo inducebar ut crederem, hujuſmodi multiplicem vorticum motum non eſſe in ſe abſurdum aut impoſſibilem. Scilicet demonſtratum eſt apud philoſophos, lumen aliud non eſſe niſi motum longè rapidiſſi-

mum globulorum admodùm ſubtilium : interim certum eſt ex contrario, qui in cameris obſcuris fit, imaginum ſitu ratione objectorum depictorum, radios luminis ex omni plaga in puncto ſe decuſſantes, minimè confundi, & quemlibet eundem edere affectum, ac ſi ſolus fuiſſet : putabam igitur non abſurdum futurum, ſi plures ponerentur vortices, ſuper diverſis axibus per centrum Solis tranſeuntibus liberrimè ſe transfluentes. Et ita certè nulla foret gravitatis, ſive ſolaris, ſive terreſtris, affectio, quæ non commodiſſimè indè deduci poſſet : quia verò hæc propriè non pertinent ad inſtitutum noſtrum, eorum expoſitioni diutiùs non immorabor.

§. XVI. Venio ad rem. Facit primò motus atmoſphæræ ſolaris, ſi ab gravitate versùs centrum Solis animum abſtrahamus, ut corpora ſive in plano Æquatoris, ſive in plano parallelo progredi tentent, atque ſi obliquè incedant, fit, ut ſenſim ad dictam vergant directionem, nec tamen niſi poſt tempus infinitum eam perfectè aſſequantur : vergent autem eò citiùs, quò denſior eſt materia, quâ corpus circumdatur, quò major eſt celeritatum corporis & materiæ differentia, quò rarius eſt corpus, & quò minoris voluminis. *Gravitas* autem *ſolaris* vi centrifugæ Planetarum Terræque contraria & æqualis, facit, ut hæc corpora aliter moveri non poſſint, quàm in plano per centrum Solis tranſeunte. Apparet igitur ex utraque actione tum atmoſphæræ, tum gravitatis ſolaris conjuncta corpora ita motum iri, ut utrique ſatisfiat, quod aliter eſſe nequit, quàm cùm in Æquatore Solis moventur, ſi modò ad ſtatum durationis, ſeu, ut dicitur, *permanentiæ* jam reducta ponantur.

Ad hunc quidem ſtatum corpora citò vergunt, cùm ab eo ſunt remotiora ; at cùm eum tantùm non attigerunt, poſſunt diutiſſimè in eadem ſemper ad ſenſus permanere motûs directione, nec enim verum & ultimum *permanentiæ* ſtatum niſi poſt tempus infinitum aſſumunt. Hæc eſt notiſſima corporum quæ in mediis reſiſtentibus aut deferentibus feruntur, affectio. Ita corpora, quæ in vacuo projecta ab gravitatis actione parabolam deſcribunt, in fluido curvam faciunt, quæ citiſſimè à motûs initio ad lineam verticalem convergit, eamque numquam planè attingit.

§. XVII. Puto itaque à remotiſſimis temporibus corpora,

quæ circa Solem feruntur, longè majori angulo inclinata fuisse ad Æquatorem Solis, in diversisque Planetis admodùm magis diversam habuisse, quàm nunc habent inclinationem. Ea verò ab atmosphæra solari sensim in arctos, qui nunc sunt, limites fuisse coacta, & post tempus infinitum, manentibus reliquis esse in eodem Æquatore coïtura. Quæ si ita sint, apparet, utrique desiderato §. VI. indicato simul nunc esse satisfactum. Facit nempe actio atmosphæræ cum gravitate solari conjuncta, ut corpora circa Solem mota planum Æquatoris solaris appetant: faciunt cita corporum convergentia, cùm obliquitates magnæ sunt, & longæva mundi creatio, ut eadem corpora nunc fere sint in Æquatoris istius plano: denique, quòd in eo non perfectè posita sint plano, in causa est tempus infinitum, post quod demum talis communis positio oriri possit.

§. XVIII. Huic nostræ sententiæ non repugnat, quòd ex antiquissimis observationibus loca Planetarum non fuisse mutata videntur. Probabile enim est, materiam usque adeò esse subtilem, ut cùm Æquatori solari vicina sunt corpora cœlestia, nullam in illis mutationem notabilem facere possint tempora plurimorum sæculorum; neque præterea certum est, si Hipparchi temporibus observationes astronomicæ eâ accuratione, quâ nunc solent, fuissent institutæ, nullam differentiam sese fuisse manifestaturam. Huc pertinet exemplum eclipticæ, cujus obliquitas ad Æquatorem ante bis mille circiter annos à Pythea observata fuit 23° 49′ 10″, quæ hodie 23° 29′ statuitur, quâ de re legi merentur, quæ exstant in Hist. Acad. Reg. Sc. Paris. ad an. 1716, pag. 48. & seqq. Equidem non satis perspectum habeo, quantùm observationibus veterum Astronomorum fidi possit; neminem autem esse puto, qui sidera cœlestia nullis mutationibus obnoxia statuat. Nec enim mundus est ab æterno, nec in æternum durabit, nec utique donec durabit, in eodem constantissimè statu perseverabit. Moveri censentur Nodi Apheliaque, idque certè postulat eadem nostra, quam huc usque tradidimus theoria. Quidnî ergo etiam inclinationes Orbitarum ad planum Æquatoris solaris mutari poterunt? non puto tamen Orbitas, quæ semel ad unam partem inclinatæ fuerunt, transire posse ad inclinationes contrarias, sed esse in his statum aliquem durationis, ad quem tendunt, qui aderit simul ac ad Æquatorem pervenerint.

Fortaſſe etiam Aphelia & Nodi ſuos habent limites, quos ſi attigerint, nullas ampliùs variationes habitura ſint: hæcque veroſimiliter ratio eſt, quòd tam lentè moveantur: quicquid enim ſtatui durationis proximum eſt, lentiſſimas ſubit mutationes: non poteſt autem non ei eſſe proximum, quod à tam longo tempore ad eundem vergit. Variationes Lunæ aliûs ſunt indolis, & ex alio etiam derivandæ ſunt fonte: habent enim hæ ſuos ultra citraque terminos ad quos uſque recurrunt. Puto tamen periodos, quas variationes Lunæ habent, ſuas quoque pati inæqualitates, nunc minores, quàm olim fuerunt, & tandem prorſus abituras, hacque in re cum Planetis primariis convenire.

Interim notari meretur, Lunam parum aut nihil ad Æquatorem Solis ab atmoſphæra ſolari appelli: quantum enim appellitur, dum ab uno Nodo ad alterum movetur, tantum repellitur dum ab hoc ad primum regreditur. Nullum autem dubium eſt, quin potiùs ſenſim ad Æquatorem terreſtrem Orbitæ ejus ſint acceſſuræ, ſi modò atmoſphæra Terræ in regione Lunæ aliquam reſiduam habeat denſitatem perceptibilem, quod tamen vix credo, quin potiùs totam atmoſphæram terreſtrem priùs terminari puto, quàm ad regionem lunarem aſcenderit. Suprà enim §. VII. jam monuimus, atmoſphæram Terræ nimis rareſcere, quàm ut in mediocribus elevationibus ampliùs eſſe poſſit perceptibilis. Inde intelligitur, cur Orbitæ lunares nec Æquatori Solis, nec Æquatori Terræ ſint admodùm vicinæ.

§. XIX. Alia res eſt in atmoſphæris Jovis & Saturni, in quibus, ut non dubito, denſitates lentiùs decreſcunt. Etiamſi enim in illis, ut in atmoſphæra terreſtri proximè fit, denſitates in ratione geometrica decreſcere ponantur, dum altitudines arithmeticè progrediuntur; fieri tamen poteſt, ut cum ſingulis milliaribus in terreſtri atmoſphæra denſitates dimidiantur, in atmoſphæris Joviali & Saturnia incomparabilitermajor ad id requiratur elevatio, & ſic utrobique in Satellitum regione atmoſphæra notabilem ſuperſtitem habeat denſitatem, idque eò faciliùs, quòd hi Satellites à Planetis ſuis ratione habitâ ad diametros horum Planetarum, non ſint admodùm remoti.

His præmonitis, quivis jam rationem percipit, quòd Satellites Jovis æque ac Saturni (ſi modò in hoc extremum Satellitem excipias) ſint proximè in communibus planis, quamvis plana ambo

ambo ſint inter ſe valde diverſa : angulum enim faciunt circiter 31 graduum, planum autem ab utraque parte affectant Æquatoris Planetæ primarii. Quod verò ad quintum Satellitem Saturni attinet, res mira eſt, quòd à regula generali recedat. Dum enim reliqui quatuor Satellites æquè ac annulus in plano Æquatoris Saturnii proximè ſiti ſunt, ſolus extremus ab hoc plano 15 aut 16 gradibus declinat, utì id demonſtravit Cel. Caſſini in comment. Acad. Reg. Sc. Pariſ. an. 1714, pag. 375.

Videbitur id fortaſſe primo intuitu theoriæ noſtræ contrarium; mihi verò poſtquam omnia attentè conſideraſſem, admodùm placuit iſtud phænomenon, cùm de illo cogitare inciperem. Jam enim mihi perſuaferam, atmoſphæram ſaturniam non ſe extendere ad regionem quinti Satellitis, aut ſaltem notabilem ibi denſitatem non habere amplius ; idque ideò menti infixum tenebam, quòd ab atmoſphæris corporum motum horum circa axem proprium pendere crederem, & cùm Luna faciem eandem ſemper Terræ obvertat, confirmatus fui in ſententia, atmoſphæram Terræ ad Lunam non pertingere. Tum protinùs in mentem venit, quòd quintus quoque Satelles Saturnius eandem ſemper Saturno faciem oſtendat, indicio eſſe, eum pariter ab actione atmoſphæræ ſaturniæ liberum, nec proinde ad Æquatorem Saturni appelli. Quibus ita penſitatis, magnâ animi voluptate intellexi, me jamjam veram penetraſſe rationem, quâ extremus Saturni Satelles, iſque ſolus, tum in ſyſtemate ſaturnio, tum in joviali atque ſolari à plano corporis, circa quod volvitur, tantùm declinat. Tum quoque intellexi, omni jam fundamento deſtitui conjecturam Hugenii atque Newtoni, Satellites ſingulos, Lunæ inſtar, Planetis ſuis primariis invariatam manifeſtare faciem, remque aliter eſſe jam pro demonſtrato habeo, reliqui enim Satellites omnes ſuis involuti ſunt atmoſphæris, quia minimo angulo Æquatorem Planetæ primarii ſecant.

§. XX. Hæc de Planetis ſecundariis. Videntur autem ſententiæ noſtræ admodùm favere atque adeò opportunè monita. Revertor ad atmoſphæras corporum cœleſtium, & quoniam ab his petii ſolutionem Problematis, earum actionem breviter ad regulas revocabo mechanicas. Quod autem de atmoſphæra ſolari dicam, ad reliquas pertinebit omnes. Orbitæ Planetarum

in duobus interſecant locis Æquatorem Solis, quos vocabo *Nodos ſolares*. Putemus aliquem Planetam in alterutro nodo poſitum, & inde curſum ſuum pergere; dum verò ſic in directione ad Æquatorem ſolarem obliquè movetur, ſimul ab atmoſphæra celeriter circumacta, motum acquirit eidem Æquatori parallelum, ſed incomparabiliter priori minorem; & quia directiones in utroque motu conſpirant, ubicunque Planeta poſitus ſit, apparet motum compoſitum inde continuè fieri magis Æquatori parallelum.

(Notetur in Planetis ſecundariis actionem atmoſphæræ Solaris curſui Satellitum modò ſecundum, modò contrarium eſſe, quæ ratio eſt, quòd Satellites non vergunt ad Æquatorem Solarem, ſed ad Æquatorem Planetæ ſui primarii.) Hicque Planetarum ad Æquatorem acceſſus maximè ſenſibilis eſt in Nodis, in locis maximi ab Æquatore receſſûs nullus eſt, quia ibi tangentes ſunt Æquatori parallelæ. In ſimilibus autem ratione diverſorum Planetarum locis acceſſus ad Æquatorem eò ſenſibiliores erunt, quò magis Orbitæ tangentes ab Æquatore reclinant, quò minores habent diametrum & denſitatem Planetæ, quò majoris eſt denſitatis materia atmoſphæræ circumfuſæ, & quò major eſt differentia inter celeritatem præfatæ materiæ ac Planetæ; quæ omnia, quia ratione diverſorum Planetarum definiri nequeunt, conjicere non poſſumus, quinam Planetæ citiùs convergant ad Solis Æquatorem.

§. XXI. Poſtquam multis rationibus probabile fecimus, quòd Planetæ ad Æquatorem Solis tendant, & poſt longa tempora viciniùs ad eandem ſint appropinquaturi, erit è re noſtra, ut videamus ex obſervationibus aſtronomicis, quamnam actu habeant Orbitæ ad eundem Æquatorem inclinationem. Id verò cognoſcitur ex ſitu Nodorum, ex inclinationibus Planetarum ad eclipticam, & ex ſitu Æquatoris ſolaris ratione eclipticæ. Secundùm Keplerum, eſt nunc Nodus aſcendens Saturni in 22° 49′ Cancri, ejuſque inclinatio maxima ad eclipticam 2° 32′: Jovis ♃ in 5° 31′ Cancri, ejuſque inclinatio 1° 20′: Martis ♂ in 17° 50′ Tauri, atque ejus inclinatio 1° 50′: Veneris ♀ in 14° 49′ Geminorum, inclinatio 3° 22′: Mercurii ☿ in 14° 47′ Tauri, inclinatio 6° 54′; atque in his determinationibus recentiores etiam Aſtronomi proximè conveniunt: ſed major inter illos diſ-

ſenſus eſt, in definiendo Æquatoris ſolaris ſitu; nec certè obſervationes hanc in rem inſtitutæ ejus ſunt indolis, ut accuratè definiri queat. In Hiſt. Acád. Reg. Sc. Pariſ. ad annum 1701, ſtabilitur inclinatio ejus ad eclipticam 7° 30′, & in commentariis ejuſdem anni polus Æquatoris ſolaris versùs Boream reſpondere dicitur 8° Piſcium. Secundùm has hypotheſes interſecatur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	5°	58′
Jovis	6	21
Martis	5	49
Terræ	7	30
Veneris	4	10
Mercurii	2	56

Inclinatio maxima pertinet ad Orbitam Terræ, quæ cum Æquatore Solis angulum facit 7° 30′.

§. XXII. Quia verò incerta admodùm eſt poſitio Æquatoris ſolaris, ita ut non defuerint qui illum cum ecliptica angulum facere affirmarent duobus gradibus vix majorem; non abſurdum erit, ejus axi talem affingere poſitionem, ut inclinatio Æquatoris media ad Orbitas Planetarum minima ſit, cui conditioni tentando ſatisfieri poteſt. Ita in præcedente hypotheſi inclinatio media Orbitarum eſt 5° 11′. At ſi Æquatorem Solis eclipticam ſecare ponamus ſub angulo 3° 22′, & polus Æquatoris Boream reſpiciens ſtatuatur in 20° Piſcium, tunc interſecabitur Æquator ſolaris ab Orbita

Saturni, ſub angulo	1°	51′
Jovis	2	7
Martis	2	4
Terræ	3	22
Veneris	0	20
Mercurii	4	34

Et ſic fit inclinatio Orbitarum media, quæ anteà fuit 5° 11′, tantùm 2° 23′. Hanc igitur axis poſitionem, etſi tantùm argumento quod dicunt à poſteriori indicatam, fere prætulerim aliis, quæ obſervationibus macularum innituntur, donec certior methodus aliquando ab Aſtronomis pro illius poſitione determinanda excogitetur.

§. XXIII. Cùm suprà actionem atmosphæræ solaris, quâ Terra & Planetæ ad Æquatorem Solis sollicitantur, mechanicè explicarem, materiam atmosphæræ celeriùs circumagi considerari, quàm corpora eidem immersa, neque verò id posui ceu aliquid, quod in theoria nostra aliter esse nequeat: visum mihi potius est aliundè probabile. Sit verò, si ita videbitur, nec majori velocitate moveatur atmosphæra, imò feratur minori quàm Planeta; nihilominùs hunc sensim ad Æquatorem solarem reducet. Quod ut appareat, motus atmosphæræ resolvi potest in duos alios, quorum unus sit motui Planetæ parallelus, alter ad priorem perpendicularis: hic verò, quia semper versùs Æquatorem agit, non potest non Planetam ad eundem sollicitare.

§. XXIV. A Planetis veniamus ad Cometas. Dico autem, hos inclinationem suam ad Solis Æquatorem, quantacumque sit, non posse sensibiliter mutare, quia fere semper sunt aut planè positi extra atmosphæram Solis (prouti verisimiliter Luna est respectu atmosphæræ terrestris, & quintus Satelles Saturni ratione atmosphæræ saturniæ) aut ob nimiam atmosphæræ raritatem ab illa parùm in motu suo perturbari possunt. Equidem cùm Cometæ sunt circa perihelium, aliquantulum ad Æquatorem Solis accedent: sed tempus id vix est comparabile cum reliquo revolutionis tempore. Apparet autem ex exemplis suprà §§. XI. & XII. allatis, pro densitatibus atmosphæræ solaris, quòd cùm densitas ista crescere desiit, deinde tam citò decrescat, ut fere mox omnis evanescat; quod confirmat, Cometas, quorum distantia à Sole per totum fere revolutionis tempus quasi infinita est, parùm ad Æquatorem Solis appelli. Interim tamen facilè mihi persuaderi patiar, Orbitas Cometarum ad Æquatorem aliquantulùm accessisse. Quod ad hanc me procliviorem facit opinionem, hoc est: in magno quorum Ephemerides habentur, Cometarum numero, visum fuit, inclinationem mediam ad Æquatorem Solis probabiliter futuram fuisse 45° proximè nisi ad eundem aliquantulùm accessissent. Igitur catalogum adhibui Cometarum, ut eorundem inclinationem mediam cognoscerem. Hæc autem non potest non eadem esse ad sensum, sive planum Æquatoris solaris, sive eclipticæ consideretur, quia parum differunt hæc ambo plana, & cùm aliqui Cometæ majorem habent inclinationem ad Æquatorem Solis, quàm ad eclipti-

cam, alii habent minorem, eritque inclinatio media proximè eadem. Idem quoque valet ratione ejus, quòd inclinationes in singulis Cometis non accuratè habeantur; errores enim ab utraque parte se probabiliter destruent. Catalogus Cometarum hic est:

Cometæ anni 1337, inclin. ad eclipt..	32°	11′	0″
1472.....	5	20	0
1531.....	17	56	0
1532.....	32	36	0
1556.....	32	6	30
1577.....	74	32	45
1580.....	64	40	0
1585.....	6	4	0
1590.....	29	40	40
1596.....	55	12	0
1607.....	17	2	0
1618.....	37	34	0
1652.....	79	28	0
1661.....	32	35	50
1664.....	21	18	30
1665.....	76	5	0
1672.....	83	22	10
1677.....	79	3	15
1680.....	60	56	0
1682.....	17	56	0
1683.....	83	11	0
1684.....	65	43	40
1686.....	31	21	46
1694.....	11	46	0

Inclinatio media est 43° 39′. Ex qua apparet, Orbitas Cometarum à Plano Æquatoris Solis aut nihil affici, aut si afficiantur, accedere potiùs ad istud planum, quàm recedere.

§. XXV. Quoniam in eo nunc sumus occupati, ut ostendamus differentiam Cometas inter & Planetas, experientiâ confirmatam, ac theoriæ nostræ omninò conformem, lubet hìc adjicere aliam, quæ pariter cum theoria egregiè consentit. Versatur autem in excentricitatibus tum Cometarum tum Planeta-

rum. Res profectò mirabilis est, Cometarum omnium excentricitates esse quasi infinitas. Planetarum autem pene nullas. Cujus rei videant, an rationem mechanicam reddere possint, qui phænomena cœlestia simplici gravitationum attractionumve hypothesi explicare cupiunt. Nos verò cùm gravitationi adjungimus actionem atmosphæræ solaris circa axem Solis motam, rem ita explicabimus, ut videatur, aliter esse non potuisse. Seponamus itaque rationem atmosphæræ, gravitationem autem distantiarum à Sole quadratis reciprocè proportionalem ubique statuamus: sitque nunc corpus in directione ad radium è Sole ad corpus ductum perpendiculari projiciendum. Si projectio eâ fiat celeritate, quam corpus altero tanto à Sole elevatum casu suo versùs Solem ad pristinam usque altitudinem acquirit, movebitur in circulo circa Solem: si minori projiciatur velocitate, movebitur in ellipsi, eritque locus projectionis aphelium; si majori, rursus in ellipsi feretur, sed in quâ locus projectionis sit perihelium. Hæc ex cognitis principiis mechanicis derivantur. Si omninò casualis sit projectionis velocitas, uti ratione nostrum est, & omnes possibiles velocitatis gradus ad infinitesimum usque æquè facilè contingere ponantur, probabile imò certum erit, excentricitatem ellipsis, quam corpus projectum describet, fore infinitam. Quia verò in natura non dantur reapse velocitates infinitæ, res ita immutanda erit, ut dicatur admodum probabile esse, ingentem & tantùm non infinitam fore excentricitatem. Et cùm in vacuo fit motus aut quasi vacuo, ellipses semel descriptæ aut sine fine continuabuntur, aut diutissimè durabunt. Hæc, nî fallor, accuratè ostendunt, quare Cometæ ellipses fere parabolicas describant, quia & probabiliter in origine sua tales describere debuerunt, & easdem ceu ab actione atmosphæræ solaris fere planè liberi, non possunt non diutissimè continuare. Sed cùm idem ratiocinium ad Planetas atmosphæræ actioni involutos applicamus, intelligimus quidem potuisse eos ellipses in ortu suo describere valdè excentricas, sed sensim ad Orbitas circulares vergere debuisse, & aliquando tales propiùs esse describpturos; quod sic demonstro: Materiæ atmosphæricæ velocitas à Sole versùs peripheriam verosimiliter crescit (quamvis etiam tempus periodicum crescat, utì monui §. VIII.) quia in hypothesi, quòd motus cujusvis crustæ liberè fiat, velo-

citates in eâdem ratione cum distantiis ab axe Solis crescere debent. Planetæ autem velocitas eò major est, quò Soli fit propior ; igitur si Planeta velocitatem mediam (ad mediam autem aliquam velocitatem constantem necessariò vergere debet) jam conservare ponatur, fieri non potest, quin in perihelio ab atmosphæra retardetur, in aphelio acceleretur ; utrumque autem, quod ex mechanicis demonstratur, facit, ut corpus Orbitam magis circularem, minusque excentricam describat, ita ut mirum non sit, Planetas, Orbitas circa centrum Solis nunc fere circulares describere ; perfectè autem circulares non nisi post tempus describent infinitum. Quia porrò multa concurrunt, quæ in Planetarum corporibus definiri nequeunt, ad diminutionem excentricitatis sensibiliorem faciendam, dici non potest, quisnam Planeta vi istius theoriæ probabiliter magis minus-ve excentricus esse debeat. Concurrunt autem eadem fere, quæ in inclinatione Orbitarum ad Æquatorem Solis, quæ §. XX. recensui ; ita ut confirmer in positione, quam §. XXII. à posteriori dedi Æquatori solari. Quia pro ista positione inclinatio Orbitæ Veneris ad Æquatorem Solis fere nulla est, prouti quoque excentricitatem ejus fere nullam esse, nôrunt Astronomi : in Mercurio verò & inclinatio ad Æquatorem Solis, & excentricitas maxima est.

§. XXVI. An-non meliùs nos huic philosophandi methodo, quæ ubique naturæ phænomenis convenit, committemus, quàm ut protinus Deum, ut dicunt, ex machina accersamus, & ejus voluntati immediatè tribuamus, quod ex legibus à summo rerum Creatore omnibus corporibus præscriptis consequitur : anque fieri potest, ut voluntas Dei non plenum suum habeat effectum ? ut Orbitas coincidere voluerit, nec perfectè coincidant ; ut circulares circa Solem voluerit, nec perfectè tales sint, & quæ sunt hujusmodi alia. Ad ea quoque pertinet, quòd motus Terræ omniumque Planetarum ad communem tendant plagam, & quidem quòd ad eandem versùs quam Sol motu suo circa axem movetur ; quòd eadem motuum affectio etiam in systemate joviali saturnioque sit : quæ omnia talia sunt, ut si adhuc lateant, ex theoria nostra prævideri possint, & quorum tamen vel ipse Newtonus philosophator acutissimus, rationem mechanicam excogitari posse nullam affirmat, in tractatu suo optico,

§. XXVII. Denique nec id omittere debeo, quod ad motum Planetarum circa axem ſuum pertinet. Viſum enim fuit hunc quoque à motu atmoſphæræ ſolaris, qualem hactenus adhibuimus, illuſtrari. Fingamus vorticem, cujus partes ſingulæ eodem tempore revolvantur, eique corpus immerſum homogeneum, quòd ſimul motu cum fluido communi feratur; corpus id eandem perpetuo vorticis axi faciem obvertet; ita enim apparet contingere, cùm quælibet corporis particula ad fluidum pertinere putatur. Sed ſi tempus periodicum à centro versùs peripheriam creſcit in vortice, tum corpus circa axem feretur, motu vortici contrario, quod percipimus cùm corpus alternatim liqueſcere in ſuamque ſe figuram reſtituere conſideramus. Attamen axis corporis axi vorticis parallelus manebit: ſed ſi corpus heterogeneum ſit, ſique corpus in plano ad axem vorticis non perpendiculari incedat, variis modis fieri poteſt, ut axis corporis axi vorticis non ſit parallelus. Hæc ſi ita ſint, ratio non difficulter percipitur motuum, quos Planetæ, ipſaque Terra circa axem habent. Contrarii erunt vertigines motibus circa Solem, quia tempora periodica in atmoſphæra ſolari, creſcentibus diſtantiis à Sole, ſimul creſcunt. [* At ſi ponamus inſuper centrum corporis, quod anteà communi velocitate cum materia ferri finximus, tardiùs procedere ſimulque velocitates materiæ creſcere versùs extrema, in qua nos ſtare utraque ſententia teſtantur §§. VIII. & XX. videmus fieri ſic poſſe, ut vertigines Planetarum cum motu ſuo revolutionis conſpirent, quia hemiſphærium Planetæ à Sole averſum majorem impetum recipit à materia atmoſphæræ quàm hemiſphærium Solem ſpectans.] Axis quoque corporum, quomodò poſſit eſſe obliquus ad axem Solis intelligitur, nec difficile eſt videre tempora vertiginum augeri maximam partem ab aucta differentia temporum periodicorum materiæ, ubi hæc extremitates Planetarum radit. Hæc differentia eò major erit, quò major eſt diameter Planetæ, & quò minus à Sole diſtat; cui proprietati non malè reſpondent tempora vertiginum in Venere, Terra, Marte & Jove (in Mercurio & Saturno adhuc latent); attamen non à Solis Planetarum diametris eorundem definiri vertiginum tempora, nec theoria poſtulat, nec obſervatis aſtronomicis probabile fit. Hæc ita in corporibus vortici immerſis: ea verò quæ à vortice non afficiuntur

ideò

* *Author poſtquam ſe præmio donatum fuiſſe accepiſſet, verba quæ ſunt intra parentheſin quaſi à ſcriba omiſſa, reſtituenda miſit.*

ideò faciem immutatam centro, circa quod feruntur, obvertunt, quia centrum gravitatis locum à centro revolutionis remotissimum appetit, quæ ratio est, quòd Luna Terræ & extremus saturnius Satelles Saturno invariatam faciem ostendat. Atmosphæra autem solaris in Satellitibus non potest revolutionem, sed tantùm levem aliquam titubationem producere.

§. XXVIII. Hæc sunt quæ à longo quidem tempore in argumentum ab Academia propositum meditatus sum, sed quæ non-nisi festinanter in chartam conjicere licuit. Spero adeoque, si qui errores fortasse in numeros, de quibus Astronomi inter se conveniunt, aut qui facillimo calculo inde deduci possunt, irrepserint, hos mihi facilè condonatum iri. Brevis ubique fui, quia festinare debui: alia multa nova potuissem superaddere, tumque etiam allata magis extendere, & sic majus volumen hisce nostris disquisitionibus conciliare. Puto tamen hæc pro desideratis Academiæ sufficere.

FINIS.

PIECE

QUI A REMPORTE' LE PREMIER

DES PRIX

PROPOSE'S

PAR L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

POUR L'ANNE'E M. DCCXXXVII.

Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.

Avertiſſement de l'Académie.

PLUSIEURS excellentes Piéces que l'Académie a reçûes cette année ſur le ſujet des Ancres, ſont le fruit du delai auquel elle ſe détermina en 1735. Cependant ayant diviſé ce Sujet en trois parties différentes, qui devoient faire l'objet d'autant de Prix, elle n'a pas trouvé des Piéces d'un égal mérite pour tous les trois. La figure des Ancres, comme plus ſuſceptible de l'application de la Géométrie, eſt la partie qui en a fourni davantage, & les meilleures. Celle de la Forge & de la fabrique des Ancres, n'en a donné qu'un petit nombre; & l'épreuve des Ancres n'en a point procuré que l'Académie ait pû couronner ſous ce titre. La Compagnie a donc adjugé le Prix du Sujet, *Quelle eſt la figure la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Ancres ?* à la Piéce N° 5 (de 1737) qui a pour Deviſe,

Hîc teneat noſtras Anchora jacta rates,

& qui eſt de M. *Jean Bernoulli*, Docteur en Droit.

Elle a donné le Prix de la fabrique, *Quelle eſt la meilleure maniére de forger les Ancres ?* au N° 7, dont la Deviſe eſt *Vis unita fortior*, & qui eſt de M. *Treſaguet*, ancien Ingénieur des Ponts & Chauſſées.

A l'égard du troiſiéme Sujet, *Quelle eſt la meilleure maniére d'éprouver les Ancres ?* & qui ne lui a pas paru ſuffiſamment rempli, Elle a jugé à propos de diſtribuer le Prix qu'elle y avoit deſtiné, en égale part à deux Piéces, où elle a trouvé d'ailleurs des Recher-

ches curieuſes & utiles, tant ſur la figure des Ancres, que ſur les autres Sujets, & ſur pluſieurs pratiques qu'elle n'a pas voulu qui fuſſent perdues pour le Public.

L'une, qui eſt le N° 9, & qui a pour Deviſe, *Omnia conando docilis ſolertia vincit*, eſt de M. *Daniel Bernoulli*, Profeſſeur en Anatomie.

L'autre ; N° 11, qui contient trois parties, & qui a trois Deviſes, par ce vers ainſi varié,

Hîc teneat noſtras Anchora { *Firma* / *Ducta* / *Certa* } *rates*,

eſt de M. le Marquis *Poleni*, Profeſſeur de Mathématique à Padouë.

Les deux Piéces qui ont le plus approché du Prix, & c'eſt par rapport à la fabrique ou à l'épreuve des Ancres, ſont le N°. 5 (de 1735) qui a pour Deviſe, N° 154.

Et le N° 13 (de 1737) qui a pour Deviſe, *Si non bene ſaltem voluiſſe decorum eſt*, eſt de M. le Comte de Crequi.

DISCOURS
SUR
LES ANCRES.

QUELLE EST LA FIGURE LA PLUS AVANTAGEUSE QU'ON PUISSE DONNER AUX ANCRES ?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le premier Prix de l'année 1737.

Hic teneat nostras Anchora jacta rates.
Ovid. lib. 1. de Art. am.

§. I.

L'ILLUSTRE Académie Royale des Sciences ayant jugé à propos de proposer une seconde fois le sujet qu'elle avoit déja proposé pour le Prix de l'année 1735 ; elle en a fait trois sujets différens, énoncés en ces termes :

1°. *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres ?*

2°. *Quelle eſt la meilleure maniére de forger les Ancres ?*
3°. *Quelle eſt la meilleure maniére d'éprouver les Ancres ?*

C'eſt principalement ſur le premier de ces trois ſujets que j'ai l'honneur de lui propoſer mes réflexions dans ce petit Diſcours, que j'oſe ſoumettre au jugement éclairé de mes Juges. Je m'attacherai cependant auſſi à expliquer mes penſées ſur le troiſiéme ſujet, en faiſant voir de quelle maniére on pourra faire les épreuves convenables ſur des modeles de petites Ancres, pour en tirer des conſéquences applicables aux grandes.

§. II.

Il y a lieu de croire, que l'Académie en demandant *quelle eſt la figure la plus avantageuſe qu'on puiſſe donner aux Ancres*, veut ſçavoir proprement *quelle eſt la meilleure maniére de ſe ſervir des Ancres, non-ſeulement par rapport à la figure qu'il convient de leur donner, mais auſſi par rapport à d'autres circonſtances auxquelles il eſt bon d'avoir égard ?* Pour me conformer donc le plus qu'il eſt poſſible à ſon intention, je crois devoir conſidérer l'Ancre dans trois tems différens, ſçavoir, lorſqu'elle tombe au fond de la mer, lorſqu'elle y entre, lorſqu'elle y eſt fixée. C'eſt-là l'ordre que je ſuivrai dans cette Diſſertation; j'appuyerai auſſi mes raiſonnemens ſur quelques expériences qui leur ajoûteront beaucoup de poids.

§. III.

Avant que d'entrer en matiére, il faut que j'explique les parties dont eſt compoſée l'Ancre repréſentée dans la Fig. 1.

Fig. 1. *DH* eſt une piéce de fer, qu'on nomme la *verge;* la partie *EDE* ſoudée au bout de la verge, qui fait la croix de l'Ancre, s'appelle la *croiſée; DE*, la moitié de la croiſée, eſt appellée le *bras* ou la *branche;* au bout de la branche eſt ſoudée la patte *F;* je ne conſidérerai au commencement le bras de la croiſée avec ſa patte, que comme une ſeule ligne droite. A l'autre bout *H* de la verge, eſt attachée une piéce de bois perpendiculairement au plan de la croiſée, c'eſt le *jas* ou *jouet* de l'Ancre; *C* repréſente un gros anneau de fer

nommé l'*arganneau*, auquel eſt attaché le *cable*, qui eſt une groſſe corde, par le moyen de laquelle le Vaiſſeau eſt arrêté après que l'Ancre eſt jettée.

Je ne parle pas des *Grapins d'abordage*, autre eſpece d'Ancre que celle que nous avons repréſentée, ayant ordinairement quatre branches, & des crochets en place de pattes; on ne ſe ſert de ces *Grapins* que ſur les Galéres, ou bien pour accrocher un Vaiſſeau ennemi, & je ne crois pas qu'ils faſſent partie du ſujet propoſé; d'ailleurs le plus eſſentiel de ce que je dirai ſur les Ancres, pourra s'entendre auſſi des *Grapins*.

§. IV.

Quand l'Ancre tombe au fond, elle n'y mord pas auſſitôt, ou du moins pas toujours; cela dépend de la ſituation où elle ſe trouve alors, & qui n'eſt pas toujours la même; quelquefois le plan de la croiſée eſt perpendiculaire ſur le fond de la mer, quelquefois il lui eſt parallele ou preſque parallele, & le plus ſouvent il eſt oblique. Toutes ces ſituations ne ſont pas indifférentes ſans doute, & chacun voit que la premiére eſt la plus propre pour faire mordre & enfoncer l'Ancre dans le fond.

§. V.

Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on trouvât un moyen pour faire prendre à l'Ancre, en tombant au fond, telle ſituation qu'on voudroit lui donner; outre qu'on pourroit ſe paſſer alors du *jas*, qui eſt fort embarraſſant, & qui ne ſert tout au plus qu'à empêcher que l'arc de l'Ancre ou la croiſée ne prenne la ſituation parallele au fond.

§. VI.

L'Ancre ayant une fois mordu, il s'agit de la faire entrer auſſi avant & avec autant de force qu'il eſt poſſible, dans le fond; & il eſt à remarquer ici, qu'à meſure qu'elle avance, on conçoit que ſa verge change de direction, & qu'ordinairement elle fait au commencement un angle avec le cable, comme dans la Fig. 2. que cet angle devient de plus en plus obtus, à meſure que le cable eſt tendu plus fort par l'effort que le Vaiſſeau fait pour s'éloigner de l'endroit de l'Ancre Fig. 2.

qui l'arrête, & qu'à la fin le cable étant fortement tendu, il eſt preſque en droite ligne avec la verge comme dans la Fig. 3. Fig. 3. & l'un & l'autre peuvent alors paſſer pour une ſeule ligne droite, qui ſera comme horiſontale, ſi la longueur du cable ſurpaſſe conſidérablement la profondeur de la mer, d'autant que le plus ſouvent on n'eſt pas en état de jetter l'Ancre en des endroits fort profonds. Cependant ſi on avoit l'invention de mettre l'Ancre dans telle ſituation que l'on voudroit, lorſqu'elle eſt au fond, on pourroit, par ce moyen, faire en ſorte que la verge fût dès le commencement en ligne droite avec le cable, ce qui ſeroit encore un avantage conſidérable.

§. VII.

L'invention dont je viens d'inſinuer l'utilité, ne me paroît ni impoſſible, ni même difficile; je vois à vûe de pays pluſieurs moyens pour en venir à bout; mais cette matiére n'étant pas de mon reſſort, je n'oſerois me haſarder à en propoſer un ici, craignant qu'il ne ſe trouvât dans ſon exécution des difficultés auxquelles je n'euſſe pas penſé.

§. VIII.

Voyons maintenant ce qui fait pénétrer l'Ancre plus avant dans le fond, lorſque le Vaiſſeau vient à être entraîné par les vagues, & auſſi par le vent qui donne toujours contre le Vaiſſeau, quand même les voiles ſont *carguées*. C'eſt d'un côté la réſiſtance que le poids de l'Ancre oppoſe à ce que le Vaiſſeau ne ſoit emporté avec trop de facilité, & de l'autre l'obliquité de l'angle ſous lequel l'Ancre a mordu dans la terre.

Il faut ſans doute que l'Ancre ait un certain poids; car il eſt clair, que ſi elle étoit trop legere, outre qu'elle ſeroit ſujette à la rupture, ſon peu de réſiſtance ſeroit aiſément ſurmonté par la force avec laquelle les vents & les vagues pouſſent le corps du Vaiſſeau; cependant elle ne doit pas être trop lourde ou trop peſante non plus, parce qu'on auroit trop de peine à la retirer. Il faut donc un certain milieu, qu'il ſeroit impoſſible de déterminer par le calcul; cela dépend

dépend d'une infinité de circonſtances, qui ne ſont pas déterminées elles-mêmes : il a fallu conſulter pour cela l'expérience, de même que pour la longueur & l'épaiſſeur de l'Ancre. On fait l'épaiſſeur de la plus grande, nommée la *maîtreſſe Ancre*, d'autant de pouces qu'il y a de pieds dans la moitié de la largeur du Vaiſſeau ; pour ce qui eſt de la longueur & du poids de la maîtreſſe Ancre, leur proportion eſt marquée dans la Table qui ſuit, par laquelle il paroît que la longueur de l'Ancre doit être comme la largeur du Vaiſſeau, mais le poids de l'Ancre en raiſon cubique de la même largeur du Vaiſſeau.

Table contenant la longueur & le poids que doit avoir la grande Ancre d'un Vaiſſeau, à proportion de la largeur de ce Vaiſſeau.

Largeur du Vaiſſeau.	Longueur de l'Ancre.	Poids de l'Ancre.
Pieds.	Pieds.	Livres.
8	$3\frac{1}{5}$	33.
9	$3\frac{3}{5}$	47.
10	4	64.
11	$4\frac{2}{5}$	84.
12	$4\frac{4}{5}$	110.
20	8	512.
30	12	1728.
40	16	4096.
50	20	8000.

§. IX.

J'ai dit qu'outre le poids de l'Ancre c'étoit auſſi l'obliquité de l'angle ſous lequel la patte ſe préſente au fond, qui la faiſoit entrer de plus en plus, à meſure que le Vaiſſeau eſt pouſſé. En effet, tout angle n'eſt pas également propre pour cela, & l'on voit d'abord qu'on n'obtiendroit pas cet effet de l'Ancre, ſi on la faiſoit comme elle eſt repréſentée

Fig. 4. dans la Fig. 4. en ſorte que la croiſée avec ſa patte fût en ligne droite perpendiculaire à la verge, parce que la direction de la force avec laquelle la verge eſt tirée, ſeroit perpendiculaire à la direction de la croiſée, & qu'ainſi cette force ne contribueroit en rien pour faire entrer l'une des pattes dans le fond.

D'un autre côté l'on voit auſſi que ſi la croiſée étoit trop oblique, c'eſt-à-dire, ſi elle faiſoit un angle trop aigu

Fig. 5. avec la verge, comme dans la Fig. 5. il arriveroit que la patte ne mordroit pas aſſez dans le fond, & qu'en avançant elle friſeroit ſeulement la ſurface de la terre, ou tout au plus elle ne feroit que des ſillons ou des rayons pareils à ceux que fait le ſoc d'une charrue en remuant la terre; le *Vaiſſeau chaſſeroit ſur ſon Ancre*, comme les Marins s'expriment, parce que la réſiſtance de l'Ancre ne ſeroit pas ſuffiſante pour l'arrêter.

§. X.

Cherchons donc l'Angle le plus favorable, c'eſt-à-dire, celui ſous lequel la patte entre le plus profondément, & avec le plus de facilité & de force.

Pour cet effet, nous n'avons qu'à déterminer généralement la force avec laquelle la patte entre dans le fond ſous un angle variable, & égaler enſuite cette force à un *maximum*, ce qui nous donnera le ſinus de l'angle le plus avantageux.

Fig. 6. Soit pour cette fin dans la Fig. 6. CA le cable, FG le fond de la mer conſidéré comme preſque parallele à la direction de la verge & du cable CB; AB la verge, NBE la croiſée. Ayant tiré HI perpendiculaire ſur BN, ſoit nommée cette HI (ſinus de l'angle cherché HBI) $= m$; (co-ſinus du même angle) $= n = \sqrt{(1 - mm)}$; HB (ſinus total) $= 1$; enfin, la force avec laquelle le cable eſt tiré $= f$. Cette force f étant appliquée obliquement à la branche BN, ne ſera pas toute employée ſuivant la direction BN; je la décompoſe donc ſuivant BI & HI, dont la premiére eſt dans la direction de BN, & la ſeconde per-

pendiculaire à cette même direction ; maintenant je dis, $HB(1).BI(m)::f$ (toute la force avec laquelle le cable eſt tendu,) . mf, qui ſera la partie de cette force employée ſuivant la direction BN ; mais cette force mf n'eſt pas toute employée non plus à faire entrer l'Ancre dans le fond, & nous avons déja dit, que ſi la direction BN étoit fort oblique, l'ancre ne mordroit point. Il faudra donc derechef décompoſer cette derniére force ſuivant NL parallele, & ML perpendiculaire au fond de la mer ; de ces deux forces, ce n'eſt que la derniére qui fait entrer l'Ancre dans le fond : or, cette force eſt $= mnf$; car prenant $MN = HB = 1$, ML ſera $= HI = n$ & $NL = BI = m$, & j'aurai cette analogie, $MN(1).ML(n)::mf$ (toute la force ſuivant BN) à la force réſultante ſuivant $ML = mnf$.

Ainſi cette force mnf, ou (diviſant par la conſtante f) mn doit être un *maximum*, ce qui nous donne [en mettant pour n ſa valeur $\sqrt{(1-mm)}$ & puis en différenciant $m\sqrt{(1-mm)}$] cette équation, $dm\sqrt{(1-mm)} - \frac{mmdm}{\sqrt{(1-mm)}} = 0$, ou bien $mm = 1 - mm$, & partant $m = \sqrt{\frac{1}{2}}$, comme auſſi $n = \sqrt{(1-mm)} = \sqrt{\frac{1}{2}}$: le triangle rectangle HIB ſera donc iſoſcéle, & par conſéquent l'angle cherché HBI égal à un demi-droit.

§. XI.

Le calcul que nous venons de faire ſuppoſe,

1°. Que le fond de la mer eſt horiſontal ; ce n'eſt pas que nous le croyons tel par-tout, ce qui ſeroit abſurde, mais au moins il ſera tel le plus ſouvent, & nous n'avons pas plus de raiſon de lui donner une autre ſituation, n'y ayant aucune certitude.

2°. Que le cable eſt horiſontal auſſi, ce qui n'eſt pas vrai à la rigueur ; mais j'ai déja inſinué ci-deſſus, qu'il peut paſſer pour tel lorſqu'il eſt bien tendu & aſſez long, par rapport à la profondeur de la mer. On voit donc qu'il eſt bon de faire les cables auſſi longs qu'il eſt poſſible, ſelon *que les*

autres circonſtances le permettent, afin qu'ils approchent d'autant plus d'être horiſontaux.

Il y a encore une autre raiſon pour laquelle on doit faire les cables auſſi longs que l'on peut ; c'eſt afin qu'ils prêtent mieux aux bouffées des vents, de même qu'aux ſecouſſes des vagues, & qu'ils ſoient moins ſujets à ſe rompre ; parce que les extenſions étant moins bruſques dans une longue corde que dans une courte, elles prêtent plus aiſément à la violence ſubite des bouffées & des ſecouſſes.

Quand je parle d'extenſion, ce n'eſt pas que je veuille dire par-là que les cables s'étendent réellement en longueur, mais c'eſt qu'un cable bien long, qui, comme l'on ſçait, eſt fort peſant, ne ſçauroit jamais être ſi bien tendu, qu'il ne lui reſte encore quelque courbure, & que par conſéquent les bouffées & les ſecouſſes ne le puiſſent tendre encore davantage ; c'eſt cette tenſion que j'ai appellée *extenſion*, & c'eſt dans ce ſens qu'on pourroit dire d'une chaîne de fer ſuſpendue horiſontalement par les deux bouts, qu'elle s'étend, quoique le fer ne ſoit pas extenſible, parce que les deux points de ſuſpenſion s'éloignant l'un de l'autre, la chaîne paroît s'allonger.

§. XII.

Je dis qu'il eſt bon de faire les cables auſſi longs qu'il eſt poſſible, ſelon *que les autres circonſtances le permettent ;* car on penſe bien qu'on ne peut pas les faire auſſi longs que l'on veut à l'indéfini. On a ſur un Vaiſſeau grand nombre de cables, & ces cables, ſi on les faiſoit trop longs, ne laiſſeroient pas que d'embarraſſer, tant par rapport au volume qu'au poids.

Mais il me vient une idée, qui peut-être n'eſt pas à rejetter, pour faire prêter un cable d'une longueur donnée autant que prêteroit un autre bien plus long, voici donc à quoi je penſe : c'eſt de partager le cable en pluſieurs parties, longues chacune de 20, 30 ou 40 pieds, & de joindre ces parties, par des reſſorts de fer aſſez forts, comme ſeroit, par exemple, le reſſort *BC* (Fig. 7.) entre les deux cordes *BA* & *CD*, lequel ſe dilateroit lorſqu'une grande force viendroit ſubitement à

Fig. 7.

tendre la corde totale *AD*, par-dessus la tension qu'elle souffroit déja auparavant. On voit donc que par la dilatation de plusieurs ressorts mis entre deux, de distance en distance par toute la longueur du cable, cette longueur pourroit, en s'allongeant considérablement, donner au cable la qualité de parer les plus violentes extensions, & de résister ainsi à la rupture par les dilatations & resserremens alternatifs des ressorts, selon la violence plus ou moins grande des bouffées & des secousses.

Je suis persuadé que si on exécutoit cette idée, on s'en trouveroit fort bien; car je ne crois pas que de cette maniére on courût aucun risque de perdre jamais d'Ancre, ce qui seroit un avantage très-essentiel, vû que l'expérience ne nous montre que trop, combien il arrive souvent à un Vaisseau de perdre sa maîtresse Ancre; or cette Ancre une fois perdue, le Vaisseau est fort mal, parce qu'un pareil accident n'arrive que dans le tems de grosses tempêtes.

§. XIII.

Nous avons supposé encore jusqu'ici, que la patte étoit en ligne continuée avec la croisée, ce qui pourtant n'est pas nécessaire; car il suffit que la ligne de direction du plan de la patte fasse avec le fond l'angle trouvé de 45 degrés, & le bras de la croisée pourra avoir telle figure, & faire tel angle avec la patte que l'on voudra.

Il ne convient pas même que le bras considéré comme une ligne droite, soit dans la même direction avec la patte; en voici la raison: il faut, comme nous avons dit ci-dessus, que l'épaisseur, la longueur & le poids de l'Ancre gardent une certaine proportion avec la largeur du Vaisseau. Or cette proportion ne pourroit pas subsister, si chaque bras de la croisée étoit dans la même direction que sa patte; je veux dire, que si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & le poids qui sont requis, sa longueur deviendroit trop petite, ou bien si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & la longueur requises, elle deviendroit trop pesante, ce qu'il faut éviter avec soin, parce que la maîtresse Ancre est déja si lourde d'elle-même,

qu'on ne peut la retirer qu'avec beaucoup de peine, & que pour cette raiſon on ne ſe réſoud à la jetter que dans la derniére néceſſité, comme dans un tems d'orage ; ajoûtez à cela, qu'il ne convient pas de charger le Vaiſſeau au-delà du néceſſaire.

Il faut donc, pour garder la juſte proportion marquée dans la Table, que chaque bras de la croiſée (conſidéré toujours comme rectiligne) faſſe un angle avec la direction de ſa patte, comme dans la Fig. 8, où l'on voit que les lignes *DC*, *EC*, qui marquent les directions ou les prolongations des pattes *DE*, ne concourent qu'au point *C*, qui eſt au-deſſus du ſommet *B* de la verge *AB*.

Fig. 8.

§. XIV.

L'angle de 45 degrés que nous avons trouvé ci-deſſus, eſt à la vérité le plus avantageux pour faire entrer la patte dans le fond ; mais il ne le ſera pas pour l'y faire demeurer quand elle y eſt fixée une fois, & pour empêcher que le Vaiſſeau ne chaſſe ſur ſon Ancre : car alors plus le plan de la patte approchera d'être perpendiculaire ſur la ſurface du fond de la mer, plus auſſi y tiendra-t-elle ferme, parce qu'elle trouve plus de réſiſtance, & ces réſiſtances ſont comme les quarrés des ſinus de l'angle que fait la patte avec le fond. Car d'abord la patte rencontre plus de matiére qui réſiſte ſous un angle plus approchant d'un droit que ſous un plus petit en raiſon des ſinus de ces angles, & puis chaque particule de cette matiére réſiſte davantage ſous le premier de ces angles, que ſous l'autre encore en raiſon de ces mêmes ſinus ; d'où il réſulte, comme j'ai dit, que les réſiſtances totales ſont en raiſon doublée des ſinus de l'angle de la patte avec le fond.

§. XV.

Ce que je viens de dire eſt aiſé à vérifier par une expérience, il n'y a qu'à faire deux couliſſes d'inégale largeur *ABCD*, *abcd* (*Fig. 9 & 10* ;) rempliſſez l'une & l'autre de terre graſſe d'égale conſiſtance ; plantez-y les petites planchettes *EF*, *ef*, parfaitement égales entre elles, mais

Fig. 9. & 10.

inégalement inclinées sur la direction de leur coulisse ; aux centres G, g, de ces planchettes, attachez des ficelles GHP, ghp, que vous ferez passer par-dessus les poulies H, h ; & au bout de ces ficelles suspendez des poids P, p, que vous augmenterez successivement, jusqu'à ce qu'ils commencent à vaincre la résistance de la terre grasse, en faisant avancer les planchettes ; vous trouverez alors que le poids P sera au poids p, comme le quarré du sinus de l'angle EFC, au quarré du sinus de l'angle efc.

Ayant donc égard à cela, il sera bon de faire l'angle en question un peu plus grand que de 45 degrés.

§. XVI.

Je ne me suis pas fort étendu dans les réflexions que j'ai faites jusqu'ici, en considérant l'Ancre dans le tems où elle tombe au fond de la mer, & dans celui où elle y mord, parce que ce n'est pas là le principal de la question ; il est bien plus essentiel d'examiner quelle figure il convient de donner à la branche de l'Ancre, pour en avoir le plus d'avantage qu'il est possible, lorsqu'elle est une fois fixée ; & c'est à quoi je vais m'appliquer avec plus de soin dans la suite de ce Discours.

§. XVII.

Mais avant que de continuer, il faut que je m'explique sur quelques termes dont je me servirai, & qui sans cela pourroient causer de l'équivoque.

Que l'on conçoive donc (*Fig.* 11.) l'Ancre dans une situation horisontale, dont la projection de la croisée soit $ACBDA$, & celle de la verge soit DE ; que l'on conçoive aussi un plan vertical & parallele à la verge, lequel coupe la croisée, & que la section fasse un parallélogramme rectangle $HFGI$; car c'est sous cette forme que je veux que le contour de la croisée soit construit, comme la plus commode pour en faire le calcul ; cela bien entendu, j'appellerai le côté horisontal GF ou IH *l'épaisseur de la croisée* ; le côté vertical GI ou FH sa *largeur* ; l'arc ADB sa *longueur*, & l'aire de la section $HFGI$ sa *grosseur* ; enfin, j'entendrai

Fig. 11.

par la *surface intérieure de la croisée*, la surface dans laquelle est situé le côté *G I* du rectangle vertical *HG*, laquelle surface je nommerai dans la suite aussi, *surface concave de l'Ancre*; mais pour le présent je fais abstraction de sa concavité.

Après cette explication, je retourne à mon sujet.

§. XVIII.

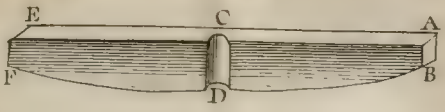
Pour que la figure de l'Ancre soit la plus avantageuse, il faut qu'elle lui donne deux avantages ou deux qualités les plus favorables, l'une pour résister le plus qu'il est possible à être cassée, & l'autre pour être le moins sujette à se plier ou à changer de figure; la figure par le moyen de laquelle on obtient le premier avantage, regarde la grosseur de l'Ancre, & celle qui doit procurer le second avantage, regarde la surface intérieure de l'Ancre. Nous chercherons premiérement la premiére de ces deux figures, puis l'autre, & enfin nous verrons comment il faut les combiner ensemble pour en avoir les deux avantages à la fois.

Je dis d'abord qu'il ne faut pas que la branche de la croisée ait par-tout une égale grosseur, parce qu'elle ne résisteroit pas également par toute sa longueur à être cassée; elle se casseroit plus aisément, par la nature du levier, vers le sommet de la croisée, que vers ses extrémités; par conséquent elle ne seroit pas forte à proportion de la matiére qui la compose; il y auroit donc de la matiére employée inutilement vers les extrémités, ou trop peu de matiére vers le sommet. Il faut donc distribuer la matiére en telle façon, que la branche soit par-tout également forte: c'est par cette raison que l'on fait les arcs des arbalêtes plus minces vers leurs extrémités, que vers le milieu.

Or, Galilée a déja démontré que, dans une poutre horisontale, insérée par un des deux bouts dans un mur, & portant un gros poids attaché à l'autre, la force pour résister est uniforme dans toute la longueur de cette poutre, lorsque les *EF*, *EF* (*Fig.* 12.) qui représentent les grosseurs de la poutre, sont par-tout proportionnelles aux appliquées correspondantes *DE*, *DB* de la parabole Apollonienne *A BC*, c'est-à-dire,

Fig. 12.

Fig. 3



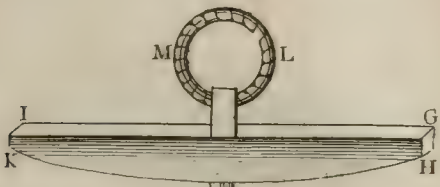


Fig. 2

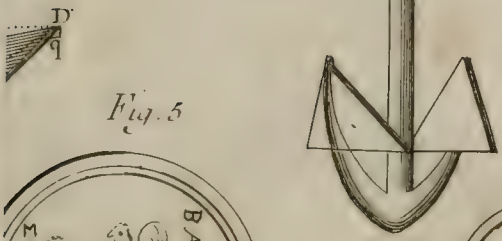


Fig. 5

Fig. 6

Fig. 10

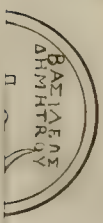


Fig. 9

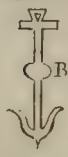
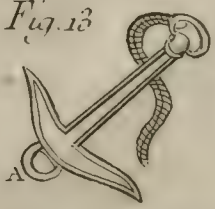


Fig. 13



Pl. 1. du Mem. 4. pag. 158.

Fig 1

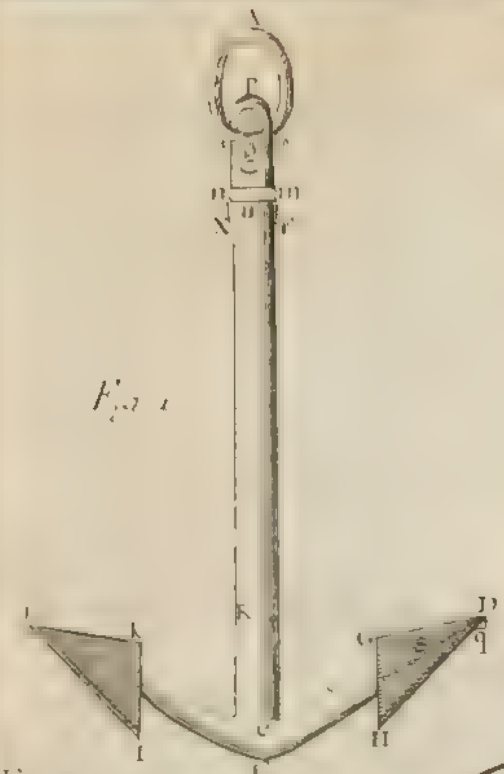


Fig 2

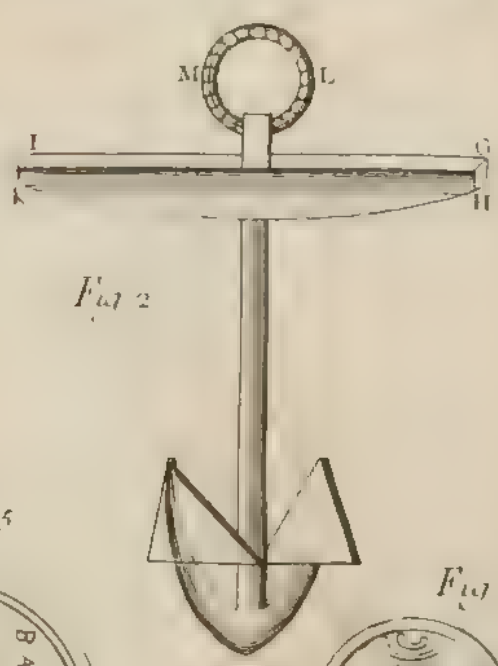


Fig 3

Fig 4

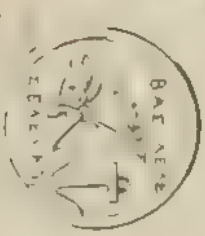


Fig 5

Fig 6

Fig 7

Fig 8

Fig 9

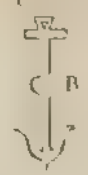


Fig 10

Fig 11

Fig 12

Fig 13

Fig. 1

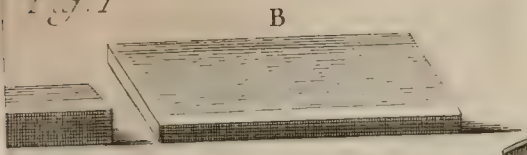
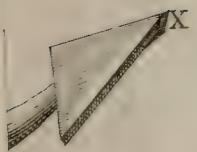


Fig. 2

Fig 3



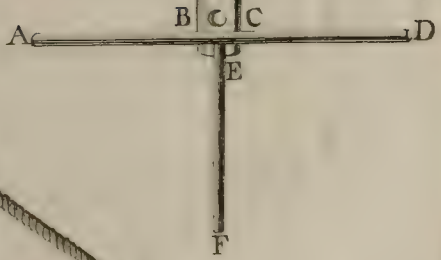
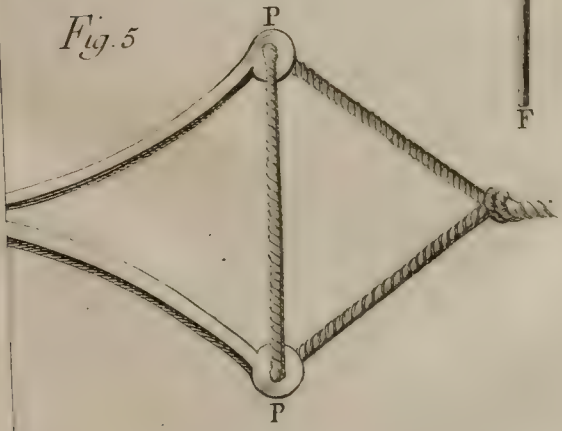


Fig. 5



Pl 3 du Mem 4 pag 138

Fig 1

Fig 2

Fig 3

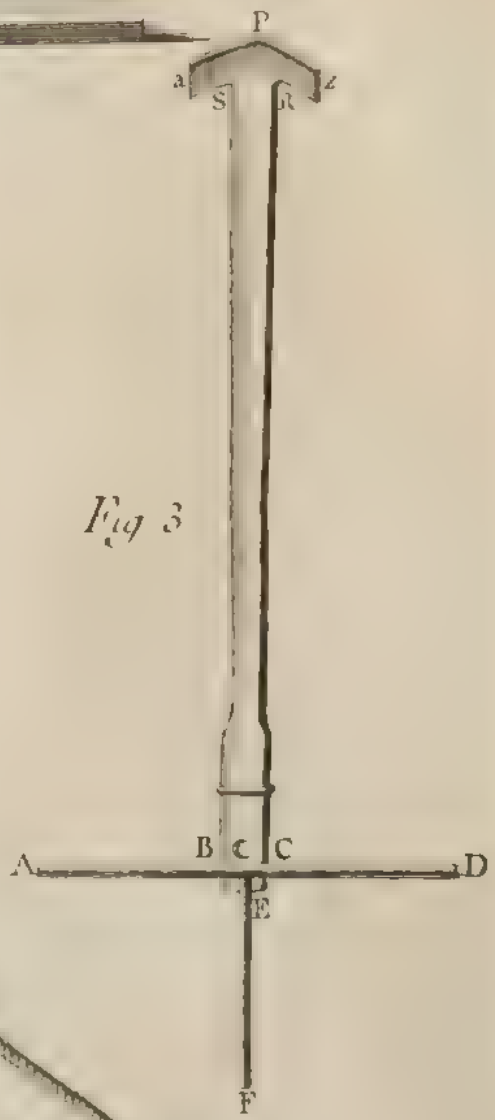


Fig 4

Fig 5

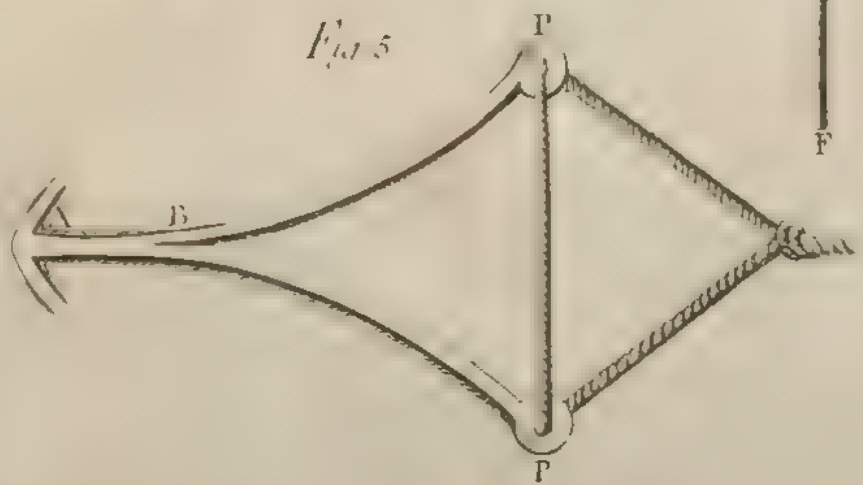
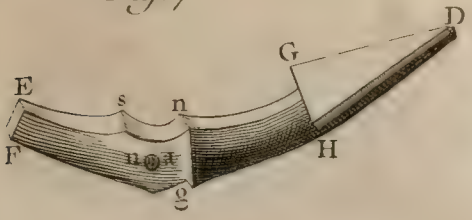


Fig. 7



ig. 6

Fig. 8

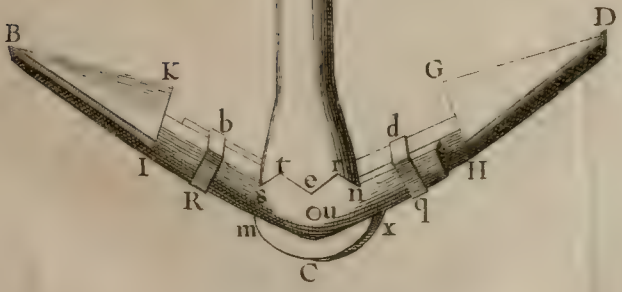


Fig 7

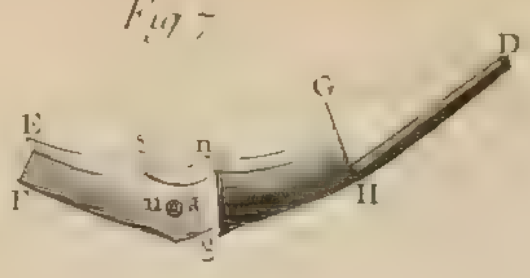


Fig 6

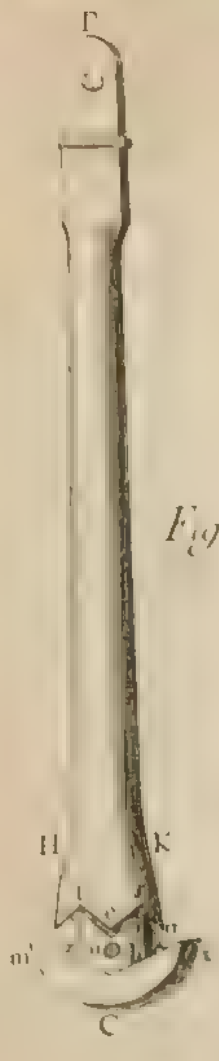


Fig 8

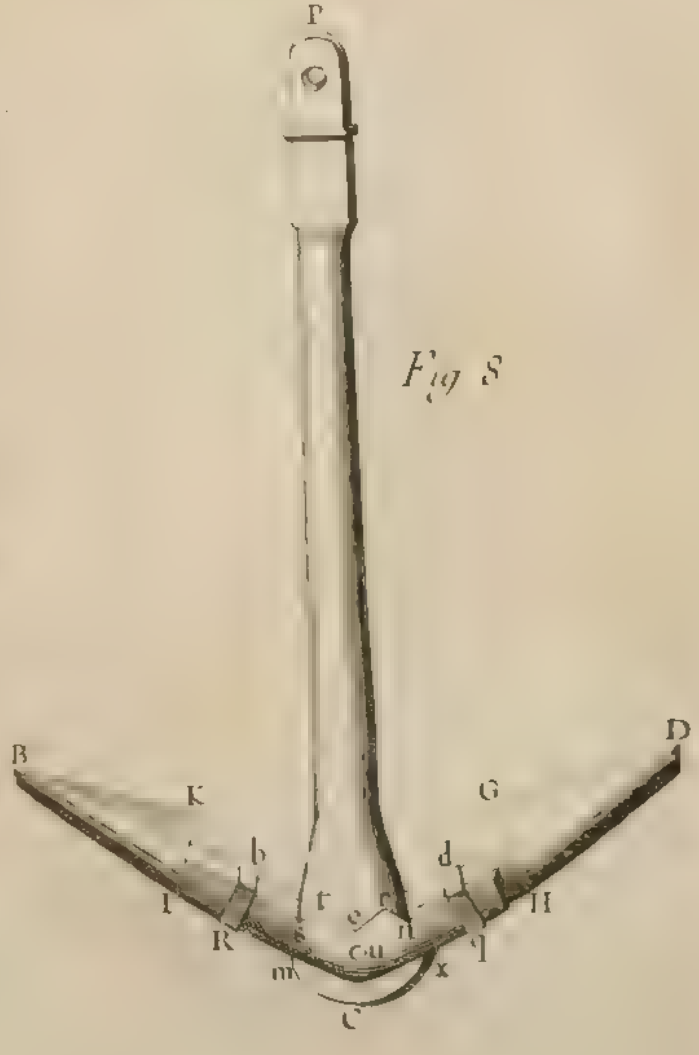


Fig. 10

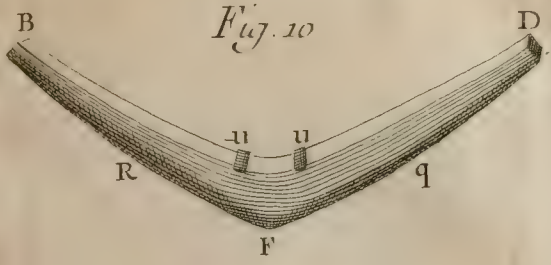


Fig. 11

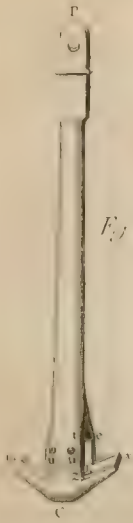


Fig. 9
C

Fig. 10
B
D
R
q
F

Fig. 11
B
D
R
C

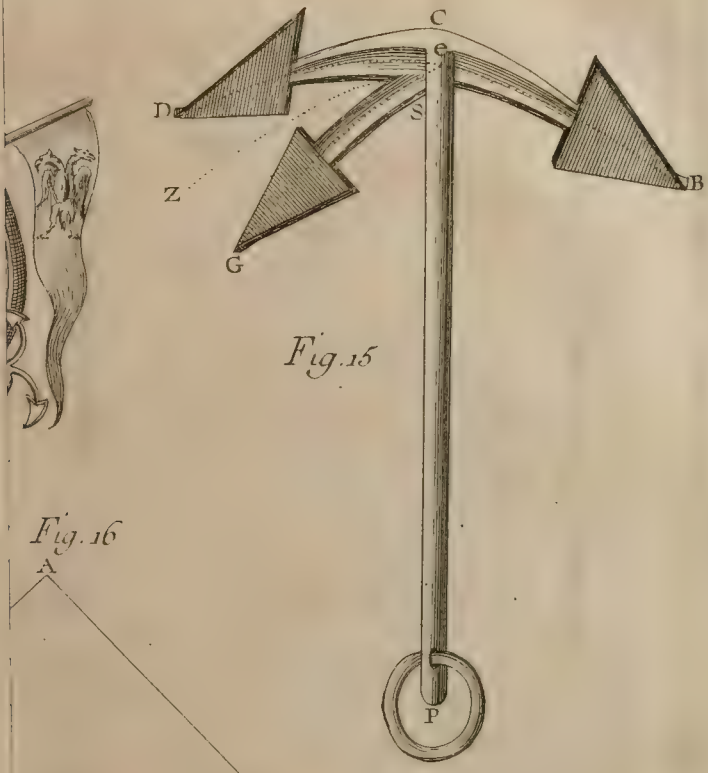


Fig. 15

Fig. 16

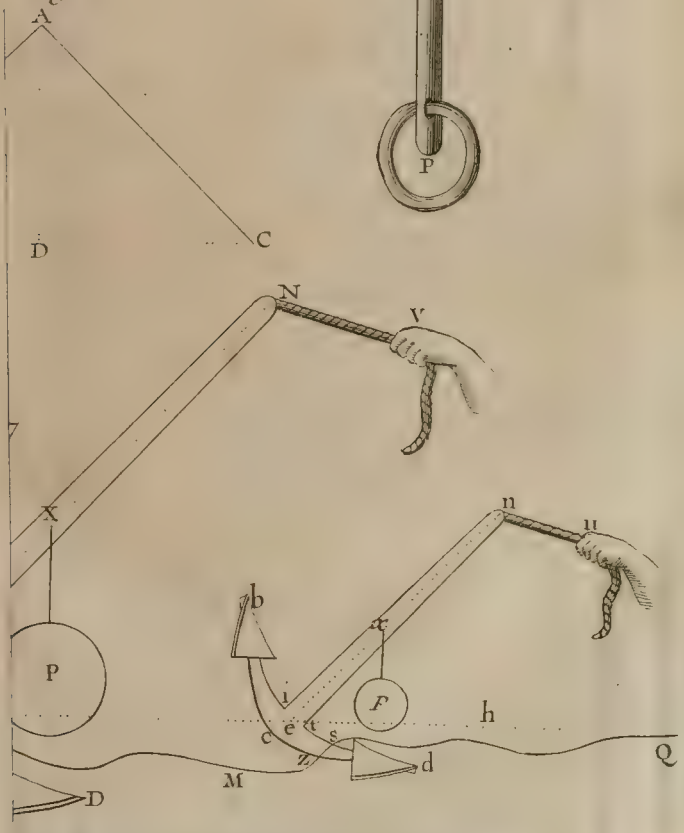


Fig 14

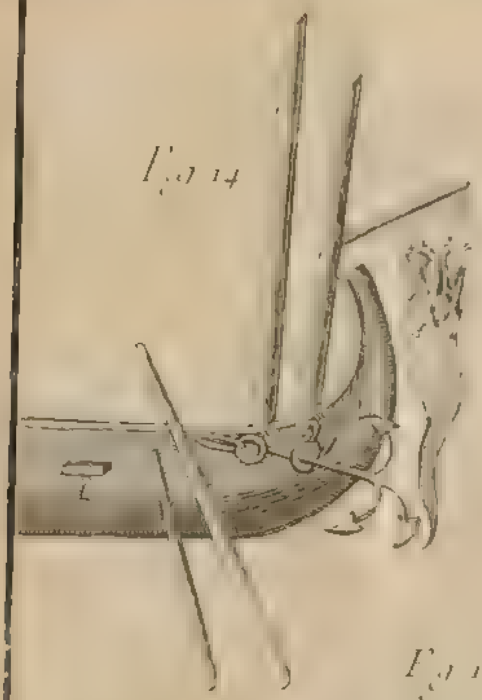


Fig 15

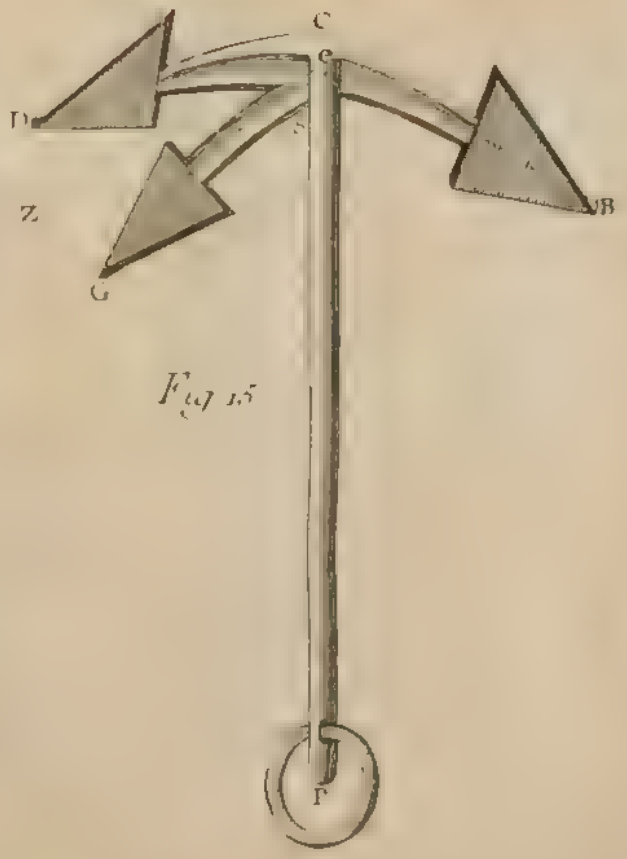


Fig 16

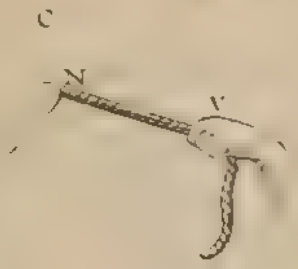
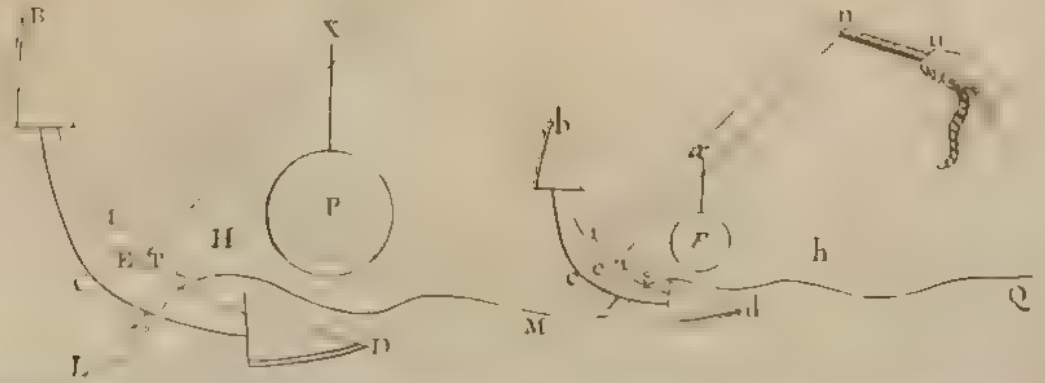


Fig 17



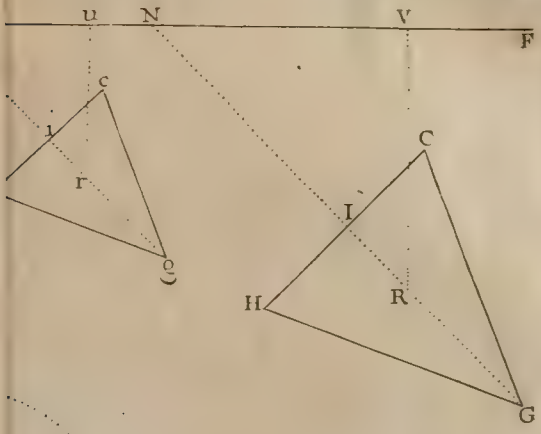


Fig. 18

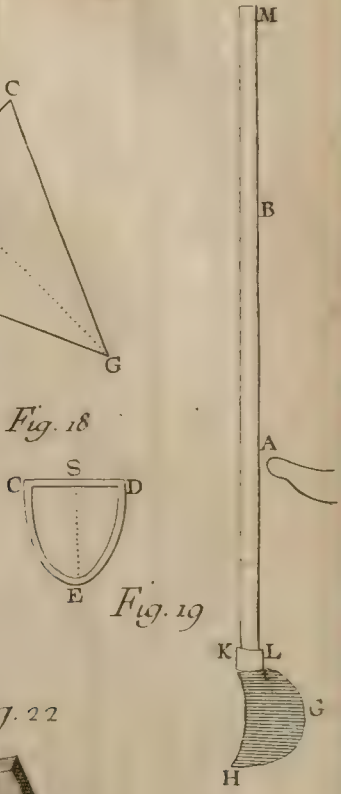
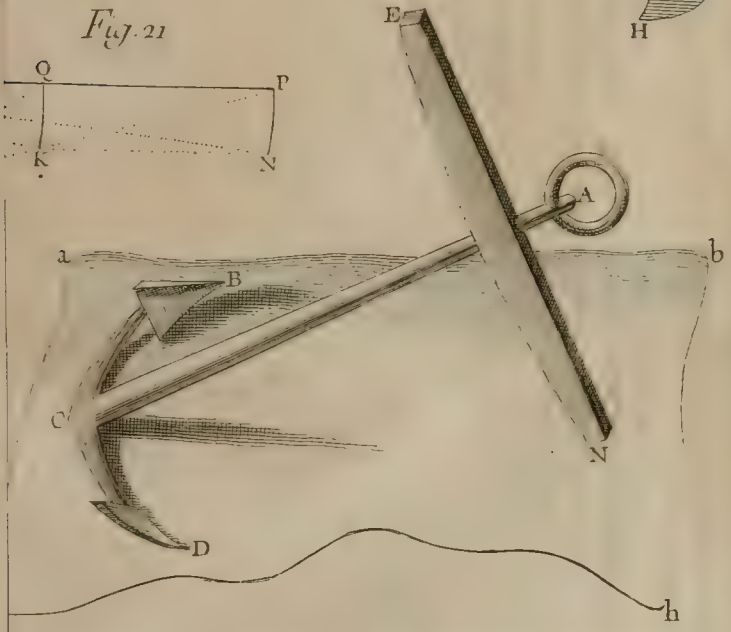


Fig. 19

Fig. 22

Fig. 21



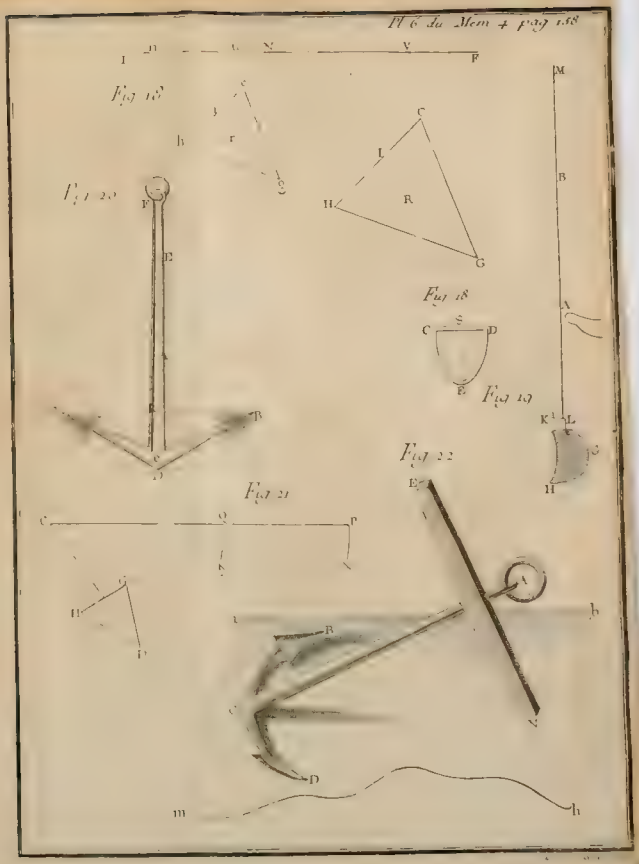

Pl 6 du Mém 4 pag 158
Fig 16
Fig 20
Fig 18
Fig 19
Fig 22
Fig 21

Fig. 23

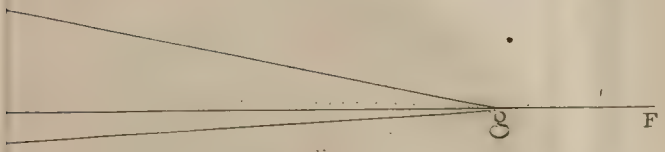


Fig. 24

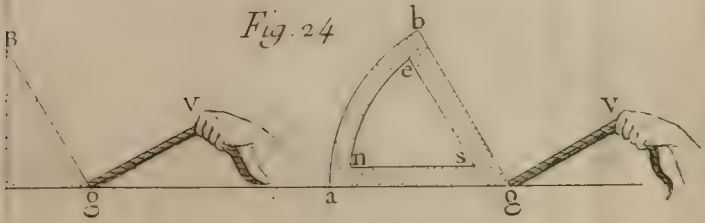


Fig. 25

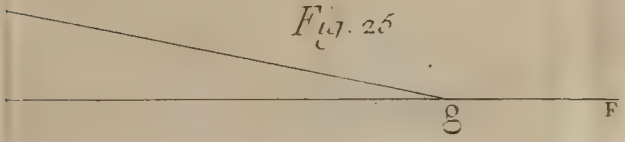


Fig. 26

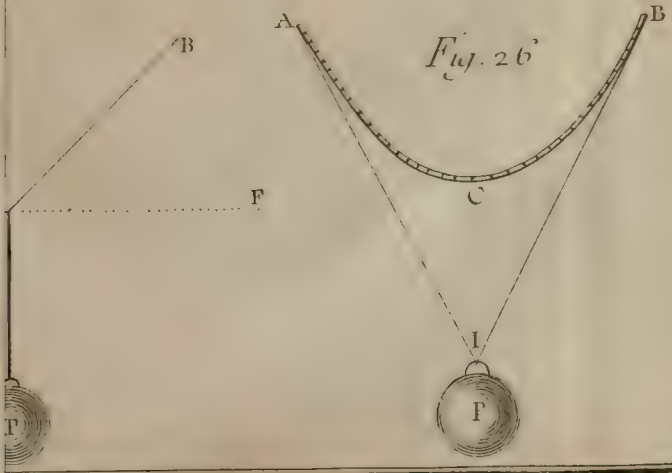


Fig 23

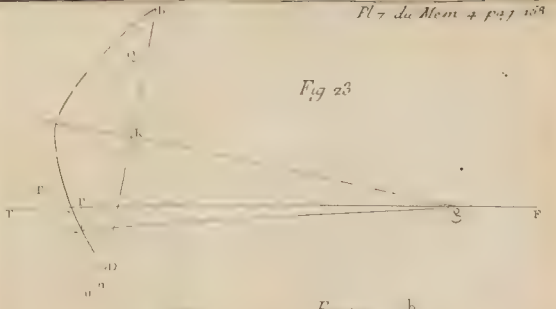


Fig 24

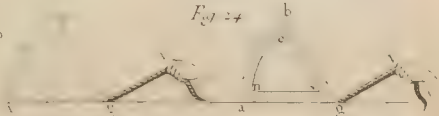


Fig 25

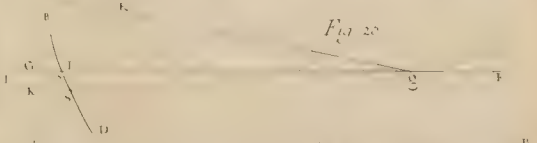


Fig 26

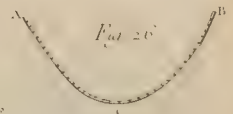
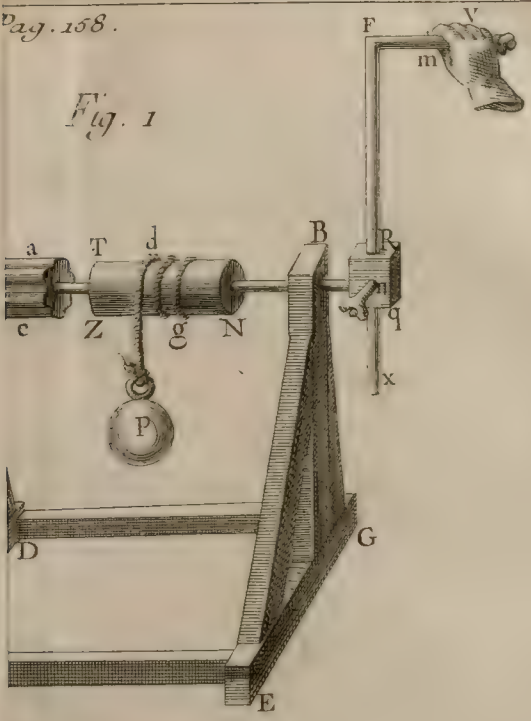


Fig 27

Pag. 168.

Fig. 1



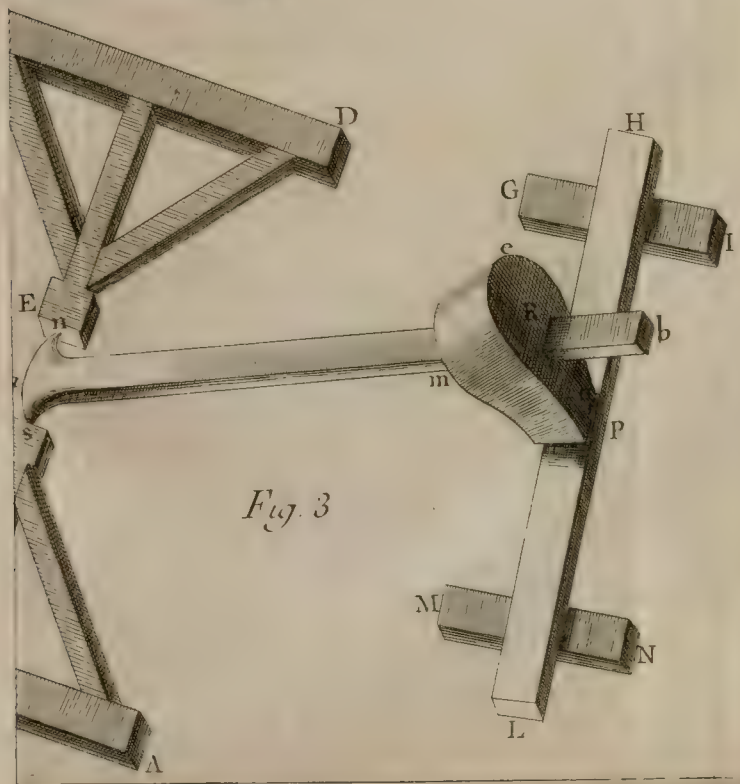
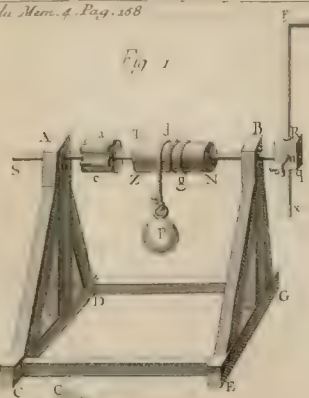


Fig. 3

Simonneau Sculp.

Pl. 8. du Mem. 4. Pag. 168

Fig 1



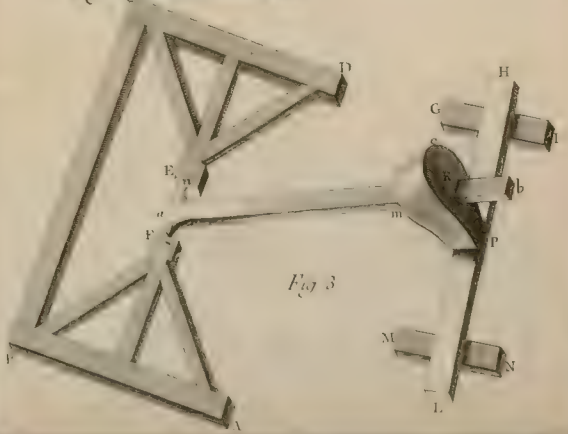


Fig 3

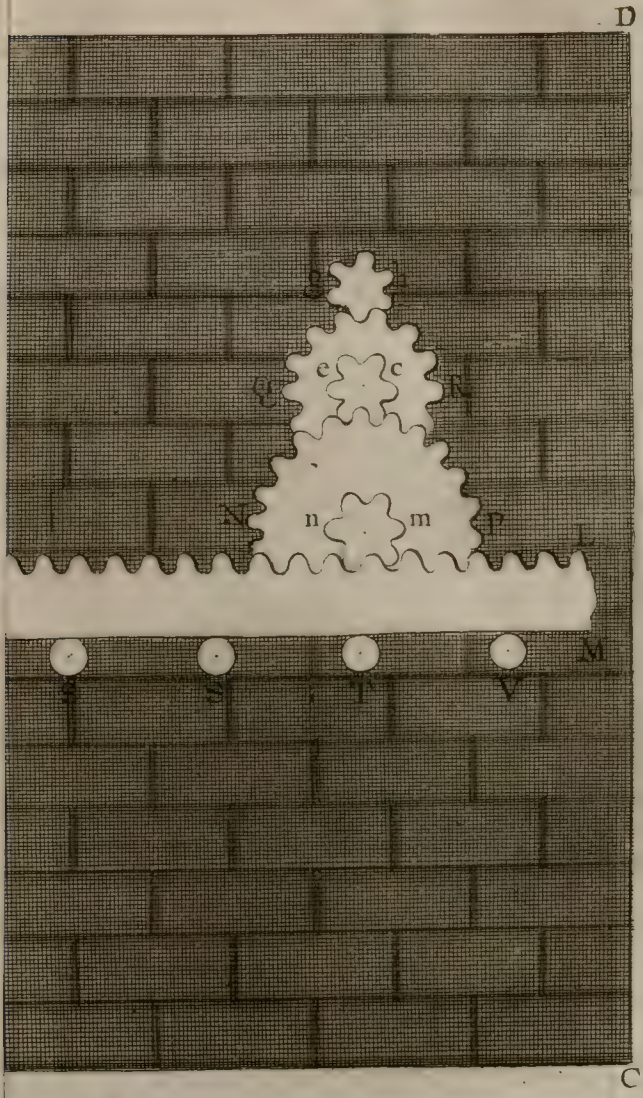


Fig. 2

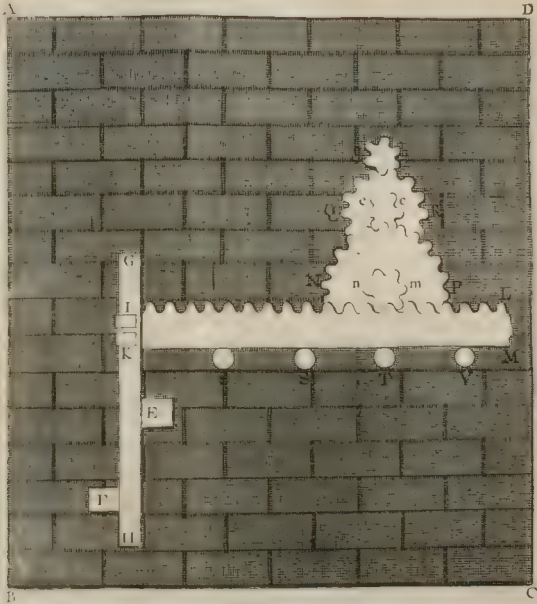


Fig 2

c'eſt-à-dire, lorſque *AEH* eſt elle-même une parabole : ſuppoſé que la largeur, qui, dans la poſition que donne Galilée à la poutre, eſt horiſontale, ſoit égale dans tous les points *F,F.*

§. XIX.

Ainſi il eſt à remarquer que cette derniére propoſition n'eſt vraye, que pour le cas où l'Ancre, ou la poutre (pour me ſervir du même terme dont ſe ſert Galilée) chargée à l'extrémité d'un poids attaché, faiſant abſtraction de ſa propre peſanteur, eſt également large par toute ſa longueur, c'eſt-à-dire, lorſque la ſurface intérieure de la croiſée, conſidérée comme plane, eſt un parallélogramme rectangle ; car ſi ſa largeur eſt variable, la courbe (dont les appliquées repréſentent les épaiſſeurs de la poutre) changera de nature ſuivant la loi des largeurs, de ſorte que l'équation générale de cette courbe pour des largeurs quelconques, contiendra trois indéterminées, dont l'une, par exemple, celle qui dénote la largeur variable de la poutre, ſera arbitraire, pourvû que les aires des ſections tranſverſales, c'eſt-à-dire, les rectangles *GH* (*Fig.* 11.) ſoient proportionnelles aux appliquées de la parabole.

* Pour trouver cette équation générale, ſoit *DFAMN* (*Fig.* 13.) la poutre qui réſiſteroit par-tout également à une puiſſance qu'on appliqueroit en *D*, ſuivant la direction *DC*, & ſoit *DeF* la courbe des épaiſſeurs, dont nous cherchons l'équation, ou la courbe, dont les appliquées *be* marquent les épaiſſeurs de la poutre ou du bras de la croiſée ; ſoit l'aire du rectangle *ec* la ſection tranſverſale de la poutre, enſorte que *be* étant ſon épaiſſeur, *bc* ou *ed* ſoit ſa largeur aux points *b* ou *e* ; cette droite *bc* étant préſentement variable, ſera l'appliquée d'une courbe *DcM*, qui terminera la ſurface intérieure de la croiſée, & qu'on pourra appeller *courbe des largeurs*, laquelle, de même que la courbe des épaiſ- Fig. 13.

* Pour éviter la confuſion, il eſt bon de faire remarquer que, ſuivant l'idée de Galilée, il faut conſidérer la projection de la poutre comme faite ſur un plan vertical, parallele à la longueur de la poutre *DA*, enſorte que l'épaiſſeur ſe change ici en largeur, & réciproquement la largeur en épaiſſeur.

ſeurs DeF, aura pour axe la droite DA. Nommons toute la longueur $DA=a$, $Ab=y$, l'épaiſſeur $be=t$, la largeur $bc=z$, & la puiſſance qu'on ſuppoſe être appliquée en $D=p$.

La nature de la courbe DeF ſera telle, que pour chaque point b le moment de la puiſſance en D, c'eſt-à-dire, p multiplié par la diſtance $a-y$, ſera égal au moment de la force avec laquelle la poutre réſiſte à la rupture dans l'endroit du rectangle ec; or cette réſiſtance abſoluë étant proportionnelle à la multitude des fibres qui devroient être rompues à la fois, & par conſéquent proportionnelle à l'aire du rectangle ec qui eſt $=zt$, il eſt viſible, par la nature du levier, que la réſiſtance abſolue zt multipliée par la diſtance du centre de gravité à la baſe bc, qui eſt comme l'appui de ce levier, exprime par-tout le moment de la réſiſtance; mais la diſtance du centre de gravité à la baſe d'un rectangle étant au milieu, on voit bien qu'elle ſera toujours proportionnelle à t, donc le moment de la réſiſtance ſera exprimé par $zt\times t=ztt$; il me vient donc cette équation pour la courbe DeF, $ztt=p(a-y)$ contenant trois indéterminées y, t, z, deſquelles par conſéquent il y en aura une d'arbitraire, par exemple z, laquelle étant enſuite déterminée par une autre circonſtance que nous n'avons pas encore tirée en conſidération pour ce ſujet, il n'y aura qu'à ſubſtituer la valeur de z en y ou en t, pour avoir l'équation à la courbe DeF dans chaque cas particulier.

§. XX.

Pour la ſimplicité, nous avons conſidéré juſqu'ici la ſurface intérieure de l'Ancre comme plane, & nous le pouvions ſans que cette ſuppoſition entrât pour rien dans le calcul par rapport au ſujet dont il s'agiſſoit; car l'on ſçait que le moment d'une puiſſance eſt le même dans un levier droit & dans un levier courbe, ſi ſa diſtance à l'appui eſt la même dans l'un & l'autre levier. Cependant il y a une autre circonſtance à laquelle nous n'avons pas encore fait attention, & qui ne permet pas que la ſurface intérieure de l'Ancre ſoit plane; c'eſt que de cette maniére on n'obtiendroit pas le

ſecond avantage requis dans l'Ancre, dont nous avons parlé ci-deſſus (*Art. XVIII.*) car dans ce cas la branche ne ſeroit pas dans une diſpoſition convenable pour conſerver ſa figure, quand le cable commence à ſe bander fortement, quoique d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſez forte pour réſiſter à la rupture ; c'eſt ce qui nous conduit à la conſidération de cette autre qualité que doit avoir l'Ancre, & qui eſt bien la principale : car il ne ſuffit pas que ſes dimenſions ſoient dans la juſte proportion, pour qu'elle réſiſte uniformément à la rupture par toute la longueur de ſa croiſée, mais il faut de plus lui donner une certaine courbure, qui faſſe que la croiſée ne ſoit pas pliable ou ſujette, je ne dis pas à la rupture, mais à changer de figure, par la forte preſſion exercée contre la ſurface intérieure de la branche enfoncée dans la terre, laquelle preſſion lui arrive par l'oppoſition de la terre, qui doit arrêter l'Ancre, ou la tenir immobile, lorſque le cable bandé fait tout ſon effort pour l'entraîner.

§. XXI.

Après d'aſſez longues méditations, & pluſieurs tentatives que j'ai faites, pour découvrir en quoi pourroit conſiſter le principe de la recherche de la plus avantageuſe courbure qu'il faut donner à la croiſée, pour que ſa branche enfoncée ne ſe plie en aucun endroit, quelque grand que ſoit l'effort du cable bandé, pourvû que d'ailleurs l'Ancre ſoit aſſez robuſte, pour n'être point rompuë entiérement ; j'ai enfin réuſſi dans mon entrepriſe, ayant trouvé le véritable & unique fondement de cette recherche, puiſqu'il me paroît au-deſſus de toute exception, tellement qu'après avoir communiqué mon idée à un de mes amis, bon connoiſſeur en fait de méchanique, il approuva fort ma théorie, dont il ſe ſervira peut-être lui-même, ſuppoſé que l'envie lui prenne de travailler auſſi ſur le ſujet en queſtion. Voici donc ma théorie : d'abord je me figure la branche enfoncée de la croiſée, comme étant faite de matiére parfaitement flexible, excepté ces deux extrémités, ſçavoir, la patte & le ſommet de la croiſée, que je conſidére comme deux points fixes,

auxquels ſeroit attachée la branche flexible en forme de linge ou de voile, qui ſe courbe, comme on ſçait, d'une certaine façon que la nature elle-même preſcrit par la loi des preſſions exercées ſur la ſurface du linge ou de la voile, par le poids d'une liqueur ou par la force du vent. Ainſi quand la branche flexible eſt tirée fortement par le cable attaché à la verge de l'Ancre, on voit bien que la réſiſtance de la terre, contre laquelle la ſurface intérieure de la branche fléxible eſt preſſée, doit faire le même effet que fait le poids d'une liqueur, ou l'impétuoſité du vent, c'eſt-à-dire, que la branche fléxible prendra d'elle-même une certaine courbure ſelon l'exigence de la loi des preſſions. Or, il eſt viſible que cette courbure une fois priſe ſera permanente, quoique la branche ſoit encore fléxible; donc à plus forte raiſon, ſi nous ſuppoſons que dans cet état l'Ancre reprenne ſa roideur ou ſa dureté, on ne pourra nier que la courbure des branches de la croiſée ne ſoit préciſément celle que nous cherchons, pour que les branches ne ſoient point pliables, puiſqu'elle auroit été engendrée par les preſſions mêmes qui donnent l'équilibre à toutes les parties de la branche fixée en terre, de ſorte que ſi une ſeule partie venoit à être déplacée de ſa ſituation, tout cet équilibre ſeroit troublé dans le moment, ce qui ſeroit contre la loi des preſſions, qui ont produit la courbure dans la ſurface concave de la branche, pendant qu'elle étoit encore, comme nous l'avons ſuppoſé, dans l'état de fléxibilité.

§. XXII.

De tout ceci, nous voyons que la courbure que l'on doit donner à chaque demi-croiſée, ou plutôt à ſa ſurface concave, eſt du genre des lingiéres ou des voiliéres; or cette courbe deviendra de différente nature, ſelon que la ſurface concave ſera uniformément ou non-uniformément large. Pour la déterminer généralement, j'employerai le principe ordinaire pour la recherche des courbes fléxibles par la preſſion des fluides, lequel conſiſte en ce que la force d'un fluide qui heurte obliquement contre les élémens d'une courbe, eſt

conſtamment en raiſon doublée du ſinus de l'angle, que fait la courbe avec les paralleles à l'axe ; d'autant que nous avons dit ci-deſſus (*Art. XIV.*) que les réſiſtances que ſouffre la branche de l'Ancre par l'oppoſition de la terre où elle eſt enfoncée, ſont en cette raiſon-là. Cherchons donc maintenant cette courbe.

§. XXIII.

L'on ſçait qu'un fil tiré ou pouſſé par une infinité de forces, ſuivant les directions perpendiculaires à la figure courbe qu'il prend, demeurant en équilibre, il faut que la courbure de ce fil [c'eſt-à-dire, l'angle de contact] ſoit par-tout proportionnelle à la force qui la cauſe ; car (*Fig.* 14.) en concevant la courbe comme un polygone infinilatéral *a b c d e f*, où les forces ſont appliquées aux angles *b*, *c*, *d*, &c. ſuivant les directions normales à la courbe, on voit par le principe de Statique, que la force en *b* eſt à la force en *c*, en raiſon compoſée de la force en *b* à la tenſion ſuivant *b c*, & de la tenſion ſuivant *c b* (égale à la premiére) à la force en *c* ; la premiére raiſon du ſinus de l'angle *a b c*, ou de l'angle du contact *a b r*, qui eſt ſon complément à deux droits au ſinus total, & la ſeconde du ſinus total au ſinus de l'angle *b c d* ou *b c s*, donne *ex æquo directo*, que la force en *b* eſt à la force en *c*, comme le ſinus de l'angle *a b r* eſt au ſinus de l'angle *b c s*, ou (à cauſe de l'infinie petiteſſe de ces angles) comme l'angle *a b r* à l'angle *b c s* ; donc les courbures en *b* & en *c* ſont reſpectivement comme les forces ; & ainſi de toutes les autres *d*, *e*, &c. *C. Q. F. D.*

C'eſt par ce principe que l'on a déterminé les courbes des voiles, celles des linges & toutes celles qui ſont faites par les preſſions des fluides ſur des matiéres parfaitement fléxibles, leſquelles preſſions, comme on ſçait par la nature des fluides, s'exercent toujours en directions normales à la courbe ; ainſi la choſe eſt trop connuë pour m'y arrêter plus long-tems.

§. XXIV.

Il faut donc voir quelle courbe en réſultera, lorſque les preſſions (en donnant d'abord à la ſurface concave de la

croiſée une largeur uniforme par toute ſa longueur) ſeront proportionnelles aux quarrés des ſinus de l'angle que fait la courbe *ABC* (*Fig.* 15.) avec les paralleles à l'axe, c'eſt-à-dire, à $\frac{dy^2}{ds^2}$, en nommant *AD*, *x*; *DB*, *y*, & l'arc *AB*, *s*. Fig 15. En général dans toutes les courbes l'angle de contact (en faiſant *ds* conſtante) eſt $= \frac{-ddy}{dx}$; cet angle de contact eſt donc, (ſuivant la théorie expoſée dans l'article précédent) proportionnel à la force qui preſſe, & qui elle-même eſt proportionnelle à $\frac{dy^2}{ds^2}$. Nous aurons donc $\frac{dy^2}{ds^2}$ multiplié encore par la longueur de l'élément *ds*, c'eſt-à-dire, $\frac{dy^2}{ds} = \frac{-ddy}{dx}$, ou (pour obtenir l'homogénéïté) $= \frac{-addy}{dx}$; ce qui donne $\frac{dx}{ds} = \frac{-addy}{dy^2}$; en intégrant, il provient $\frac{x}{ds} = \frac{a}{dy} + \frac{c}{ds}$, ou bien (en réduiſant les fractions en entiers, & mettant pour ds^2 ſa valeur $dx^2 + dy^2$), on aura $(x-c)^2 \times dy^2 = aadx^2 + aady^2$, & par conſéquent $[(x-c)^2 - aa]\,dy^2 = aadx^2$: d'où enfin nous tirerons $dy = \frac{adx}{\sqrt{[(x-c)^2-aa]}}$, qui eſt l'équation pour les chaînettes. Que ſi on fait l'arbitraire $c = 0$, on obtient l'équation ordinaire pour la chaînette, $dy = \frac{adx}{\sqrt{(xx-aa)}}$. *C. Q. F. T.*

Corollaire. Donc la croiſée, qui a ſa ſurface concave partout également large, étant courbée ſuivant la courbure d'une chaînette ordinaire, ne pourra pas être pliée, ni changer de figure par les preſſions oppoſées de la terre où elle eſt enfoncée, quelque grand que ſoit leur reſſort, c'eſt-à-dire, que l'Ancre, ſi elle n'eſt pas aſſez forte, ſe rompra plutôt en piéces que de plier la moindre choſe en aucun endroit.

§. XXV.

J'ai vérifié le calcul que nous venons de faire par l'expérience qui ſuit.

J'ai pris une masse de terre grasse, à laquelle j'ai donné la forme d'un parallelépipede rectangle *ACD* (*Fig.* 16.) aux côtés duquel j'ai appliqué une ficelle dont la longueur égaloit environ la moitié du contour du parallelépipede, en sorte qu'en appliquant un bout au point *B* au milieu de la surface *ABC*, & faisant passer la ficelle par *C* & *D*, l'autre bout vînt atteindre au milieu de la surface opposée, sçavoir vis-à-vis de *B*; cela étant fait, j'ai pris les deux bouts de la ficelle avec les deux mains, & j'ai tiré ainsi la ficelle à travers la terre grasse, suivant la direction horisontale *BA*, en sorte que le mouvement égal des deux extrémités fût toujours parallele aux côtés du parallelépipede, & que la section se fit dans un plan horisontal: à peu près comme on fait lorsqu'on veut couper en deux une piece de savon par le moyen d'un fil d'archal; j'ai continué ce mouvement jusqu'à ce que toute la ficelle, excepté les deux bouts que je tenois avec les mains, ait été cachée dans la terre grasse; ensuite de quoi, ayant séparé la partie supérieure du parallelépipede, j'ai examiné quelle étoit la figure que la ficelle avoit prise, & je l'ai trouvée assez bien la même que celle d'une chaînette d'égale longueur. Fig. 16.

§. XXVI.

Cette expérience demande beaucoup de précaution & beaucoup de délicatesse dans son exécution, par rapport à toutes ses circonstances. Il faut d'abord que la terre ne soit pas trop séche ni trop épaisse, mais elle doit être aisée à manier. Il faut de plus qu'elle soit bien épurée, & qu'elle ne contienne point de grains de sable qui pourroient altérer la figure de la ficelle: il convient aussi de prendre une assez grande quantité de terre, pour que toute la masse ne soit pas entraînée par l'effort avec lequel on tire la ficelle. Au reste, il faut se servir pour cette expérience, de terre grasse, ou de quelqu'autre matiére semblable, & non point de quelque liqueur, telle, par exemple, que l'eau; car si on faisoit l'expérience dans l'eau, la ficelle étant tirée, ne feroit pas, en poussant, reculer les particules de l'eau, elle ne feroit

que fendre l'eau, en ſéparant ſes particules qui s'échapperoient de côté & d'autre, & les directions de leurs réſiſtances ne ſeroient pas normales aux élémens de la ficelle; par conſéquent ce ne ſeroit pas notre cas.

Pour ce qui eſt de la ficelle, il faut qu'elle ſoit ſans aucune roideur, & par-tout également facile à être pliée, elle doit auſſi avoir quelque largeur en forme de ruban; car ſi on ne ſe ſervoit que d'un fil délié, il ne feroit encore que fendre ou ſéparer les particules de la terre graſſe, ſans les pouſſer devant ſoi. Il faut avoir bien ſoin encore que le mouvement de ce ruban ſoit horiſontal & uniforme. Enfin, il faut prendre bien garde qu'en ſéparant la partie ſupérieure de la terre graſſe, cela ſe faſſe avec beaucoup de délicateſſe, pour ne rien changer à la figure que le ruban aura priſe. Sans toutes ces précautions, l'expérience pourroit, en apparence, démentir mon raiſonnement.

§. XXVII.

Il eſt vrai que la ſolution donnée dans l'article XXIV. n'a lieu que lorſque la figure courbe n'eſt qu'une ligne : ou plutôt lorſque la ſurface concave de la croiſée eſt par-tout de la même largeur. Cependant les épaiſſeurs pourront être inégales, & telles qu'on les jugera convenables; car l'épaiſſeur n'entre pour rien dans la réſiſtance, d'autant qu'il eſt viſible que de tout le parallélogramme ec (*Fig.* 13.) ce n'eſt que le côté bc qui eſt expoſé à la réſiſtance.

Que ſi pourtant on trouvoit à propos de faire la ſurface concave inégalement large, en donnant, par exemple, à chaque branche la figure d'un conoïde parabolique courbé en trompe, alors le calcul deviendroit beaucoup plus embarraſſant; car la largeur de la ſection n'étant plus conſtante, comme elle l'étoit auparavant, il faudra encore multiplier par elle le $\frac{dy^2}{ds}$ pour avoir la force qui s'exerce ſur un élément de la courbe conſidérée comme ayant une largeur variable; or cette largeur de la ſection tranſverſale du conoïde parabolique, eſt proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. Nous aurons donc

donc $\frac{-ddy}{dx}$, ou (à cauſe de ds conſtante) $\frac{ddx}{dy} = \frac{dy^2\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$ & (en diviſant par dy) $\frac{ddx}{dy^2}$ ou $\frac{ddx}{ds^2-dx^2} = \frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, par conſéquent $\int\frac{ddx}{ds^2-dx^2}$, ou $\frac{1}{2ds}\left(\int\frac{ddx}{ds-dx} + \int\frac{ddx}{ds+dx}\right) = \int\frac{dy\sqrt{(a-y)}}{bds\sqrt{a}}$, ou négligeant de part & d'autre les ds conſtans, $\frac{1}{2}\left(\int\frac{ddx}{ds-dx} + \int\frac{ddx}{ds+dx}\right) = \int\frac{dy\sqrt{(a-y)}}{b\sqrt{a}}$; le premier membre eſt $= \frac{1}{2}L\,\frac{ds+dx}{ds-dx}$, & l'autre eſt $= \frac{-\frac{2}{3}(a-y)^{\frac{3}{2}}}{b\sqrt{a}} + \frac{2}{3}\frac{a}{b}$.

Je n'acheve pas le calcul, parce qu'il n'aboutit pas à grande choſe; cependant j'ai été bien-aiſe de montrer la maniére dont je m'y ſuis pris pour ce cas, où l'équation differentio-différentielle ſe réduit aux ſimples différentielles du premier degré, parce que cette méthode m'a fait ſonger à un moyen de faire en ſorte que la courbe cherchée devienne algébrique, & même d'une infinité de maniéres. Je vais l'indiquer en peu de mots.

§. XXVIII.

Ce qui eſt cauſe, dans notre dernier cas, que la courbe n'eſt pas algébrique, c'eſt que le premier membre de l'équation n'eſt intégrable que par les logarithmes, & que le ſecond membre l'eſt abſolument. Si donc je puis faire en ſorte que ce ſecond membre ſoit auſſi une différentielle logarithmique, j'obtiendrai ce que je ſouhaite, ſçavoir une équation algébrique: or, je puis ſubſtituer à $\sqrt{(a-y)}$ une quantité qui en faſſe une différentielle logarithmique, & il m'eſt permis de le faire, pourvû que je faſſe variable la largeur de la ſurface concave proportionnellement à cette quantité; au lieu que dans notre dernier cas, elle étoit proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. En effet, nous avons déja dit qu'il n'importoit quelle que fût cette largeur, pourvû qu'on réglât là-deſſus l'épaiſſeur de l'Ancre, afin de ſatisfaire à la premiére qualité

qu'elle doit avoir pour réſiſter uniformément à la rupture, ſuivant la théorie de Galilée. Or nous avons donné dans l'article XIX, une équation générale pour la courbe des épaiſſeurs de l'Ancre, quelle que ſoit ſa largeur, variable ou invariable de ſa ſurface concave. Un exemple ſuffira pour expliquer ma penſée.

§. XXIX.

Poſons que la ſurface concave de l'Ancre, contre laquelle la preſſion s'exerce, ſoit inégalement large; qu'elle ſoit terminée de part & d'autre par une courbe, dont les appliquées à l'axe ſoient proportionnelles à $\frac{1}{aa-yy}$, l'équation pour la courbe cherchée deviendra celle-ci $\frac{ddx}{dy} = \frac{a\,dy^2}{ds(aa-yy)}$, & (en diviſant par $\frac{dy}{ds}$) $\frac{ds\,ddx}{dy^2}$ ou $\frac{ds\,ddx}{ds^2-dx^2} = \frac{a\,dy}{aa-yy}$. Ici on voit que le ſecond membre eſt auſſi une différentielle logarithmique, & qu'il eſt parfaitement ſemblable au premier. En décompoſant donc ces deux membres, on aura $\frac{ddx}{ds-dx} + \frac{ddx}{ds+dx} = \frac{dy}{a-y} + \frac{dy}{a+y}$, &, en intégrant, $L\frac{ds+dx}{ds-dx} = L\frac{a+y}{a-y} + L\frac{b}{a}$ (je prends b pour arbitraire). Donc $\frac{ds+dx}{ds-dx} = \frac{ab+by}{aa-ay}$, &, en multipliant en croix, & rangeant les ds d'un côté & les dx de l'autre, $(aa-ab-ay-by)\,ds = (ay-by-aa-ab)\,dx$. Enfin, après avoir pris les quarrés, & ſubſtitué pour ds^2 ſa valeur dx^2+dy^2, on parvient à cette équation finale $dx = \frac{aa-ab-ay-by}{2\sqrt{(a^3b-abyy)}}\,dy$; qui, dans le cas où $b=a$, donne $dx = \frac{-y\,dy}{\sqrt{(aa-yy)}}$ & $x = \sqrt{(aa-yy)} + c$. D'où l'on voit qu'il y a un cas où la courbe cherchée eſt un cercle.

Il faut noter ici, en paſſant, que ſi l'arbitraire b eſt priſe $=-a$, l'équation qui en viendra, $dx = \frac{a\,dy}{\sqrt{(yy-aa)}}$, eſt encore pour la chaînette, ſi bien que cette fameuſe courbe

peut satisfaire non-seulement dans le cas de l'invariabilité des largeurs, comme nous avons trouvé dans l'article XXIV, mais aussi lorsque l'on fait les largeurs variables en raison de $\frac{1}{aa-yy}$. Chose digne d'attention pour la pratique, à cause de la facilité avec laquelle cette courbe se forme d'elle-même par une chaîne suspendue par les deux bouts.

§. XXX.

Nommons maintenant généralement la largeur indéterminée de la surface concave de la croisée $= z$, & nous aurons $\frac{ddx}{dy}$ (à cause de ds constante) $= \frac{-ddy}{dx} = \frac{zdy^2}{ds}$; multipliant par $ds\,dx$, & divisant par dy^2, il vient $\frac{-ds\,ddy}{dy^2} = z\,dx$; en intégrant, on a $\frac{ds}{dy} = \int z\,dx$: en prenant les quarrés, & multipliant par dy^2, l'on trouve $dx^2 + dy^2 = dy^2\,(\int z\,dx)^2$, ou bien $dx^2 = [\,(\int z\,dx)^2 - 1\,]\,dy^2$, & enfin $\frac{dx}{\sqrt{[\,(\int z\,dx)-1\,]}} = dy$.

Voilà l'équation générale de la courbe, en donnant à la surface concave de l'Ancre une largeur quelconque, constante ou variable, suivant telle loi qu'on voudra, puisque cette loi est arbitraire. Donc si l'on fait z constante, l'équation sera pour la chaînette, ce qui est le cas que nous avons déja eu ci-dessus, (*art. XXIV.*) comme je viens de l'insinuer dans l'article précédent.

Si l'on fait $z = \frac{1}{xx}$, la courbe devient un cercle; car on aura $dy = \frac{x\,dx}{\sqrt{(1-xx)}}$ & $y = -\sqrt{(1-xx)}$.

Pour avoir généralement telle équation qu'on voudra, il n'y a qu'à chercher dans cette équation la valeur de dy, la faire égale à $\frac{dx}{\sqrt{[\,(\int z\,dx)^2-1\,]}}$, on en tirera aisément la valeur de z. Par exemple, si on souhaite que la courbe pour la croisée soit une parabole qui ait pour équation $yy = 2cx$, on aura $dy = \frac{c\,dx}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{dx}{\sqrt{[\,(\int z\,dx)^2-1\,]}}$, par conséquent $\frac{c}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{1}{\sqrt{[\,(\int z\,dx)^2-1\,]}}$, & l'on obtiendra $z = \frac{1}{\sqrt{(2cx+cc)}} = \frac{1}{\sqrt{(yy+cc)}}$.

§. XXXI.

La théorie des Voiliéres fournit auſſi, comme elle le doit, la même ſolution de notre Problême : nous allons la donner en peu de mots, elle ſervira de petite récapitulation de ce que nous venons de dire.

Fig. 17. Soit *HBC* (*Fig.* 17.) la courbure de la ſurface concave de la demi-croiſée, *FeD* la courbe d'égale réſiſtance, c'eſt-à-dire, la courbe dont les épaiſſeurs repréſentent les épaiſſeurs de la poutre qui réſiſteroit par-tout également à une puiſſance qu'on appliqueroit en *D*, ſuivant la direction *DC*; ſoit le rectangle *ec* la ſection transverſale de la poutre, dont *eb* eſt l'épaiſſeur, & *bc* ou *ed* la largeur au point *b* ou *e*; ſoient de plus dans tous les points *B* qui répondent aux points *b* ou *e*, les épaiſſeurs *Bf* de la croiſée proportionnelles aux épaiſſeurs correſpondantes *be* de la poutre, de même auſſi les largeurs de la ſurface concave proportionnelles aux largeurs *ed* ou *bc* de la poutre, en ſorte que les groſſeurs ou les aires des ſections tranſverſales deviennent proportionnelles aux groſſeurs ou aux aires correſpondantes *ec* des ſections de la poutre.

Soient nommées, toute la longueur $AD = a$, $HE = x$, $EB = y = Ab$, $eb = t$, $bc = z$, la puiſſance qu'on ſuppoſe être appliquée en *D*, ſuivant *DC* parallele aux épaiſſeurs $eb = p$.

Nous avons trouvé ci-deſſus (*art. XIX.*) pour la nature de la courbe *FeD* cette équation $zttt = p(a - y)$ contenant trois indéterminées, deſquelles il y en a une d'arbitraire, par exemple *z*. Mais comme la courbure *HBC* de l'Ancre doit être celle que l'Ancre prendroit de ſoi-même, ſi elle étoit parfaitement flexible, & qu'elle fût preſſée contre la matiére du fond plus ou moins dure, dont la réſiſtance s'exerçât principalement ſur l'extrémité *C*, c'eſt-à-dire, ſur la patte dont l'étendue étant conſidérablement plus grande que celle de la ſurface concave du bras enfoncé de la croiſée, il faudra conſidérer cette réſiſtance exercée ſur la patte, comme la puiſſance *p* qui doit ſoûtenir les efforts qui ſe font

également pour plier le bras dans tous les points B, à peu près ſemblable à la réſiſtance des vergues qui ſoûtiennent les voiles pendant que le vent les enfle, & leur donne la juſte courbure : or pour trouver cette courbure dans l'Ancre (conſidérée comme flexible), ſçavoir celle que l'Ancre enfoncée prendroit en appliquant ſa ſurface concave HBC contre la terre intérieure du fond de la mer, il faut former cette équation en conſéquence de la théorie des Voiliéres, $\frac{-ddy}{dy} = \frac{dy^2}{ds^2} \times \frac{zds}{ab} = \frac{zdy^2}{abds}$. Donc $\frac{-ddy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds}$, & leurs intégrales $\frac{1}{dy} = \frac{1}{abds} \int z\,dx$, ou $abds = dy \int z\,dx$.

§. XXXII.

Cette équation renferme encore trois indéterminées y, z & x, deſquelles les deux premiéres ſont contenues déja dans l'équation à la courbe des épaiſſeurs $ztt = p(a - y)$, d'où il paroît que les trois courbes, celle des *épaiſſeurs* de l'Ancre, celle des *largeurs* de la ſurface concave, & celle de la courbure de la ſurface concave elle-même, ſont tellement liées enſemble, que l'une étant priſe à volonté, la nature des deux autres en découle néceſſairement. Donc, puiſque nous avons pris z pour arbitraire, nous pourrons prendre pour elle une telle fonction de x, qui rende la quantité différentielle $z\,dx$ intégrale. Je nommerai donc ſon intégrale X, quelque fonction de x, & j'aurai $abds = X\,dy$ & leurs quarrés $aabb(dx^2 + dy^2) = XX\,dy^2$; d'où je tire $aabb\,dx^2 = (XX - aabb)\,dy^2$ & $dy = \frac{abdx}{\sqrt{(XX - aabb)}}$.

Pour que cette équation devienne algébrique, on pourra choiſir de toutes les X une telle qui rende ſon dernier membre intégrable.

§. XXXIII.

Mais il eſt plus commode de prendre pour HBC telle courbe que l'on veut, c'eſt-à-dire, de regarder les y comme arbitraires, & d'en déterminer enſuite les z.

Je veux, par exemple, que HBC ſoit une parabole, qui

ait pour équation $\frac{yy}{2c} = x$, ou $\frac{y\,dy}{c} = dx$: on aura ds^2 ou $dx^2 + dy^2 = \frac{yy\,dy^2 + cc\,dy^2}{cc}$, dont la différentielle (à cauſe de ds^2 conſtant) doit être égale à zero, d'où on trouvera $d\,dy = \frac{-y\,dy^2}{cc+yy}$. Donc ſi dans l'équation générale $\frac{-d\,dy}{dy^2} = \frac{z\,dx}{ab\,ds}$, trouvée ſur la fin de l'article XXXI. on ſubſtitue les valeurs de $d\,dy$, dx & ds, qui ſont $\frac{-y\,dy^2}{cc+yy}$, $\frac{y\,dy}{c}$ & $\frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, cette équation-là ſe change en celle-ci $\frac{y}{cc+yy} = \frac{zy}{ab\sqrt{(cc+yy)}}$, d'où je tire z ou $bc = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ & l'équation à la courbe des épaiſſeurs de la poutre FeD, que nous avons trouvée être $ztt = p\,(a-y)$, (*Art XIX.*) dégénérera en celle-ci $\frac{abtt}{\sqrt{(cc+yy)}} = p\,(a-y)$, ou $abtt = (pa-py) \times \sqrt{(cc+yy)}$, & t ou eb, ou ſa proportionnelle $Bf = \sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$.

Si l'on veut que HBC ſoit un cercle dans lequel $y = 1 - \sqrt{(1-xx)}$, on aura $dy = \frac{x\,dx}{\sqrt{(1-xx)}}$, $d\,dy = \frac{x\,ddx - x^3 ddx + dx^2}{(1-x)^{\frac{3}{2}}} =$ (à cauſe de ds conſtante) $\frac{-dx\,ddx}{dy} = \frac{-\sqrt{(1-xx)}\,ddx}{x} =$ (en ſubſtituant pour ddx ſa valeur $\frac{-x\,dx^2}{1-xx}$) $\frac{dx^2}{\sqrt{(1-xx)}}$, & $ds\,[=\sqrt{(dx^2+dy^2)}] = \frac{dx}{\sqrt{(1-xx)}}$, par conſéquent l'équation $\frac{-d\,dy}{dx} = \frac{z\,dy^2}{ab\,ds}$ ſera transformée en celle-ci $\frac{-dx}{\sqrt{(1-xx)}} = \frac{z\,x\,dx^2}{1-xx} : \frac{ab\,dx}{\sqrt{(1-xx)}} = \frac{z\,x\,dx}{ab\sqrt{(1-xx)}}$; d'où l'on obtient $z = \frac{ab}{xx}$.

Tout cela eſt conforme à ce que nous avons trouvé dans l'article XXX.

§. XXXIV.

Je crois que les réflexions que nous venons de propoſer, ſatisfont abondamment à notre queſtion, puiſqu'elles enſei-

gnent à conſtruire en pluſieurs maniéres l'Ancre de telle façon qu'elle ait les quatre qualités eſſentielles, ſçavoir, 1°. d'entrer ou de mordre le plus facilement dans le fond ; 2°. d'y demeurer le plus ferme ; 3°. de réſiſter le plus à la rupture ; & enfin, 4°. d'être le moins ſujette à ſe plier ou à changer de figure.

Elle aura les deux premiéres qualités, comme nous avons montré dans les articles X & XV. ſi le plan de la patte fait avec la verge un angle d'un peu plus de 45 degrés.

Pour ce qui eſt des deux autres qualités, elles dépendent de la figure de l'Ancre, & on peut les lui procurer d'une infinité de maniéres ; elle les aura, par exemple, ſuivant ce que nous avons trouvé dans l'article précédent, ſi on donne à ſa ſurface concave une figure parabolique exprimée par cette équation $yy = 2cx$ (en conſidérant la verge comme l'axe de la parabole, & nommant les abſciſſes depuis le ſommet x, & les appliquées y ; pour c elle eſt arbitraire), & ſi de plus on fait les largeurs z de la même ſurface concave proportionnelles à $\frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ (a eſt égal à la longueur de la branche, & b eſt arbitraire), & enfin les épaiſſeurs t de la branche, proportionnelles à $\sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, (p déſigne la force qui s'exerce ſur la patte). Car puiſque $z = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$, & $t = \sqrt{\left[\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}\right]}$, on aura $zt = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}} \times \frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab} = pa - py$; par conſéquent (ſuivant l'article XIX.) la branche réſiſtera le plus qu'il eſt poſſible à la rupture.

De plus, on aura $dx = \frac{ydy}{c}$, $z\,dx = \frac{aby\,dy}{c\sqrt{(cc+yy)}}$; donc $\int z\,dx = \frac{ab}{c}\sqrt{(cc+yy)}$ & $dy \int z\,dx = \frac{ab\,dy}{c}\sqrt{(cc+yy)}$; mais ds étant $= \frac{dy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$, on aura auſſi $abds = \frac{abdy\sqrt{(cc+yy)}}{c}$; ainſi $abds = dy \int z\,dx$, par conſéquent (ſuivant l'article XXXI.) la branche ſera le moins ſujette à ſe plier, ou à changer de figure.

§. XXXV.

Il ne me reſte plus qu'à dire quelques mots ſur le troiſiéme Sujet propoſé par l'Académie, ſuivant ce que j'ai promis dès le commencement de mon Diſcours : car pour ce qui eſt du ſecond Sujet, comme il eſt hors de ma ſphére, je n'entreprendrai point d'en parler ; il faudroit avoir la pénétration & l'expérience de M. de Reaumur, pour connoître à fond la nature intime & les propriétés du fer, la maniére de le manier & de le forger, ſelon qu'exigent les circonſtances, ſans quoi il ſeroit difficile de travailler avec ſuccès ſur cette matiére.

§. XXXVI.

Je ne ſçais ſi j'entre bien dans la penſée de l'Académie, ou ſi en demandant *quelle eſt la meilleure maniére d'éprouver les Ancres ?* elle demande autre choſe que de ſçavoir la *meilleure maniére de connoître la force de l'Ancre*, c'eſt-à-dire, de connoître à quelle force l'Ancre peut réſiſter ſans ſe rompre.

Si c'eſt-là ce que l'Académie veut ſçavoir, il me ſemble qu'il n'y a pas de maniére plus facile & plus ſûre, que de faire cette épreuve ſur une Ancre fabriquée en petit ; je veux dire, de conſtruire une petite Ancre à laquelle on donnera la figure & les dimenſions indiquées ci-deſſus, de ſuſpendre un poids à une de ſes extrémités, & de voir juſqu'à quel point il faudra augmenter ce poids avant que l'Ancre ſe caſſe ; d'où l'on pourra conclure quelle ſera la force d'une grande Ancre ſemblable à la petite, & qui aura par conſéquent toutes ſes dimenſions en raiſon donnée avec celles qui ſont homologues dans la petite.

§. XXXVII.

Je dis qu'on pourra connoître de cette maniére quelle ſera la force de la grande Ancre, parce qu'il eſt aiſé de démontrer que les puiſſances que deux Ancres ſemblables, mais de différens poids, peuvent ſoûtenir, ſeront entre elles comme les quarrés des dimenſions homologues ; car nous avons vû dans l'article XIX, que dans toute Ancre le moment de la force avec laquelle elle réſiſte à la rupture dans un

un endroit quelconque, c'eſt-à-dire, $zt\,t$ doit être égal au moment du poids que l'Ancre peut ſupporter, c'eſt-à-dire, à $p \times (a - y)$; donc $p = \frac{zt\,t}{a-y}$. Mais dans les Ancres ſemblables, les z, les t & les $a-y$ qui ſe répondent, ſont tous en même raiſon, ſçavoir, comme les dimenſions homologues, par exemple, comme les longueurs a des demi-croiſées; ainſi les p ou les poids que deux Ancres ſemblables peuvent ſupporter, ſeront entre eux comme les $\frac{a^3}{a}$, ou comme les $a\,a$; d'où il ſuit, comme j'ai dit, que les puiſſances p auxquelles deux Ancres ſemblables peuvent réſiſter, ſont entre elles comme les quarrés des dimenſions homologues de ces Ancres. De ſorte que ſi je trouve qu'une petite Ancre peſant, par exemple, une livre, puiſſe ſoûtenir un poids de 400 livres attaché à une de ſes extrémités, je conclurai de-là qu'une Ancre ſemblable peſant 8000 liv. pourra ſoûtenir un poids de 160000 livres.

Il s'agit après cela de ſçavoir ſi la force avec laquelle l'Ancre eſt tirée par le Vaiſſeau tourmenté par les vents & les vagues dans les plus groſſes tempêtes, ſurpaſſe celle d'un poids de 160000 liv. & ſi elle ne la ſurpaſſe pas, on pourra dire qu'une Ancre de 8000 liv. eſt capable de réſiſter aux plus groſſes tempêtes. Pour moi, j'avouë que je ne ſçais pas juſqu'où va la force des vents & des vagues, lorſque la mer eſt la plus orageuſe; mais je ne doute pas qu'on n'ait des expériences là-deſſus. On voit bien que c'eſt une affaire de pure expérience; il ſuffit que j'aye fait voir, qu'en conſtruiſant en petit un modele d'Ancre, dont on peut aiſément éprouver juſqu'où va la plus grande force à ſoûtenir, on eſt en état de calculer par ma régle, à combien de force telle grande Ancre que l'on voudra, pourra réſiſter, pourvû qu'on en connoiſſe les dimenſions.

§. XXXVIII.

Ce que j'ai dit dans l'article précédent, que les p, ou les puiſſances auxquelles les Ancres peuvent réſiſter, étoient proportionnelles aux $\frac{zt\,t}{a-y}$, me donne occaſion de faire une

remarque que j'aurois pû faire plutôt, mais qui me paroît trouver ici plus commodément sa place. C'est que sans employer plus de matiére, on peut faire en sorte que les Ancres résistent à une plus grande puissance, en faisant les épaisseurs t plus grandes que les largeurs z, sans pourtant changer les grosseurs zt, ce qui se fera en diminuant les z en même raison que l'on augmente les t; car si je prends t un nombre n fois plus grand pour avoir nt, & z autant de fois plus petit pour avoir $\frac{1}{n}z$, il est visible que j'aurai $\frac{1}{n}z \times nt = zt$; par conséquent l'Ancre dans toute sa longueur conservera ses premiéres grosseurs; donc aussi son poids ou sa masse totale ne changera pas non plus. Cependant la force d'une Ancre dont les largeurs sont $\frac{1}{n}z$, & les épaisseurs nt, sera n fois plus grande que celle d'une autre Ancre de poids égal, mais dont les largeurs seroient z, & les épaisseurs t: ce qui est facile à prouver. Car la force de celle-ci étant simplement exprimée par $\frac{ztt}{a-y}$, la force de l'autre sera $\frac{\frac{1}{n}z \times nntt}{a-y}$, ou $\frac{nztt}{a-y}$; or on voit que $\frac{ztt}{a-y}$ est à $\frac{nztt}{a-y}$ comme 1 à n.

De cette maniére on pourroit augmenter à l'infini la force de résister dans les Ancres sans rien changer à leur poids ni à leur courbure. Mais il y a deux choses à observer, qui empêchent de diminuer trop leurs largeurs : car 1°. la surface concave n'ayant pas une largeur raisonnable, il pourroit arriver facilement, que le Vaisseau vînt à chasser sur l'Ancre qui fendroit la terre comme par un tranchant, à moins que la patte seule ne fût capable de l'arrêter; 2°. l'Ancre étant trop mince selon le plan de la croisée, l'opposition de la terre pourroit la faire plier de côté ou d'autre, comme une lame se plie lorsque de son tranchant elle donne tant soit peu obliquement contre un obstacle. Ainsi il faudra toujours observer un juste milieu pour éviter le trop ou le trop peu : c'est le plus souvent l'expérience qu'il faut consulter sur les circonstances qui ne sont pas essentielles à la question dont il s'agit.

FIN de la Piéce qui a remporté le premier Prix.

MEMOIRE

SUR LA FABRIQUE

DES ANCRES.

Piéce qui a remporté le ſecond des Prix propoſés par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1737.

Par M. TRESAGUET, ancien Ingénieur des Ponts & Chauſſées.

MEMOIRE
SUR LA FABRIQUE
DES ANCRES.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE DE FORGER LES ANCRES?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le second Prix de l'année 1737.

Vis unita fortior.

IL faut néceſſairement connoître la nature du Fer, pour juger ſûrement de la maniére dont il doit être mis en œuvre.

Il ſe tire des Mines en grains de différentes groſſeurs & de différentes figures, depuis une ligne de diametre juſqu'à 12 lignes, & plus. Planche II.

On jette ces grains dans un grand vaiſſeau ou fourneau de maçonnerie rempli de charbon de bois, que deux gros ſoufflets qui agiſſent alternativement par le moyen de l'eau, entretiennent toujours allumé. On y mêle une pierre blanche appellée *caſtine*, partagée en petits morceaux d'un ou deux pouces cubes, pour lui ſervir de diſſolvant. La mine ſe fond en liqueur qui tombe au fond du fourneau, comme ce qu'il y a de plus peſant; la terre & quelques parties hété- Planche III, IV, V & VI.

Planche IV. rogénes mêlées avec les parties du Fer, la caſtine fondue, la cendre des charbons, tout cela ſurnage, & c'eſt ce que l'on appelle le *litier*.

On fait couler ſéparément le Fer dans un moule, par
Planche III. une ouverture qui ſe fait au bas du fourneau, après avoir fait ſortir le litier par une autre au-deſſus ; il s'y congele en ſe refroidiſſant, de ſorte que toutes les petites parties intérieures du Fer ſe rapprochent les unes des autres, à peu près de la même maniére qu'elles l'étoient dans un ſeul grain, mais dans une bien plus grande quantité, ſuivant que l'on en a mis plus ou moins en fuſion, & ordinairement on en raſſemble aſſez pour former un prîme triangulaire de 15 pieds de long, ſur 8 à 10 pouces de côté, ce qui peſe environ 2000 livres, & ce que l'on appelle en Berry une *Gueuſe*.

Cette fonte compoſée de petites parties irréguliéres de métal, qui ſe touchent les unes les autres, laiſſent entre elles de petits eſpaces remplis du reſte de cette matiére hétérogéne, qui ne s'en eſt pû entiérement ſéparer par cette premiére opération.

Planche VII. On diſpoſe un bout de la gueuſe ſur une eſpéce de caiſſe de Fer d'environ 3 pieds de long ſur deux de large, & un de profondeur ; on la couvre de charbon de bois que l'on entretient toujours bien allumé, par le moyen de ſoufflets pareils à ceux du fourneau : le feu amollit cette fonte au point de la faire tomber dans cette caiſſe en petites maſſes, parties par parties, à peu près comme la cire d'Eſpagne ſur du papier. Cette opération différe de la premiére, en ce que les parties hétérogénes mêlées avec le métal, ne ſont pas miſes en aſſez grand mouvement, pour écarter beaucoup les premiéres les unes des autres, mais ſeulement les faire, pour ainſi dire, treſſaillir.

On raſſemble avec un ringard, qui eſt une longue barre de Fer quarrée, tout ce qui eſt tombé dans la caiſſe ; il s'en forme une maſſe que l'on appelle une *Loupe*, laquelle on prend avec de groſſes tenailles pour la porter ſous un gros marteau que l'eau fait auſſi mouvoir. Ce marteau en frappant

dessus, rapproche toutes les parties du métal, & en exprime quelques-unes des hétérogénes qui les tenoient trop éloignées. On forme un parallélepipede, on le reporte au feu, & ensuite sous le gros marteau pour l'allonger, & cela autant de fois qu'il est nécessaire pour le réduire en barre de la longueur & de la forme que l'on veut, platte ou quarrée.

Dans ces derniéres opérations, non-seulement les parties du métal se pressent encore les unes contre les autres, par la force des coups de marteau qui les comprime, mais étant amollies par le feu, elles changent de figure, & s'allongent à peu près dans la même proportion que toute la barre; les parties hétérogénes & liquides qui sont restées entre elles, quoiqu'en petite quantité, leur donnent la facilité de se placer en sorte qu'elles s'engagent tellement entre elles, que leur tissure, difficile à déranger entiérement, les rend seulement pliables, en glissant un peu les unes contre les autres, & c'est en quoi consiste la qualité des Fers doux.

Tout ce qui précéde s'est dit des Fers en général, & ne regarde cependant que ceux provenant de certaines Mines. Il y en a de si chargées de matiéres étrangéres, que l'on ne peut, sans beaucoup de travail & de dépense, les en dégager, ce qui fait que les parties de métal nageant, pour ainsi dire, au milieu des premiéres, ne peuvent, avec les opérations ordinaires, que se rapprocher les unes des autres, sans changer que peu leur figure, ni s'entrelacer comme celles dont on a parlé, de sorte que la moindre force suffit pour les dégager; & c'est de cette sorte qu'est composé le Fer cassant, d'autant plus que les matiéres étrangeres qui s'expriment de tous les Fers, tiennent de la nature du Verre, comme l'expérience nous l'apprend.

On a vû qu'en forgeant une loupe sous le gros marteau, les petites parties de métal prenoient à peu près chacune en particulier, la forme du tout ensemble, ainsi celles d'une barre platte, sont autant de petites lames qui s'arrangent les unes entre les autres, ce que l'on apperçoit même à la simple vûe; de sorte que pour partager ces sortes de barres en deux,

on eſt obligé de les plier pluſieurs fois d'un côté & d'autre, ce qui eſt, pour ainſi dire, les déchirer, plutôt que de les caſſer, par la difficulté d'en dégager les petites lames les unes des autres, & de vaincre pour cela leur frottement.

Il eſt encore à obſerver qu'il faut une force des plus conſidérables pour faire caſſer, & même courber une barre platte ſur le côté, & cela parce qu'il y a beaucoup plus de parties qui réſiſtent à leur ſéparation que de l'autre ſens, & beaucoup plus de frottement. Ces principes bien entendus, il eſt aiſé d'en conclure quelle doit être la véritable maniére de forger les Ancres.

Il faut prendre pour exemple les plus groſſes qui ſe ſont faites.

La longueur d'une Ancre de 6000 livres doit être à peu près de 15 pieds, & ſa groſſeur de 10 pouces.

Pour compoſer une auſſi groſſe maſſe de Fer, on n'a que des loupes de 50 livres peſant ou environ, telles qu'elles ſe tirent d'une gueuſe l'une après l'autre, comme on l'a dit ci-devant.

On ſçait qu'en faiſant chauffer deux morceaux de Fer juſqu'à un certain degré, les appliquant l'un ſur l'autre, & frappant deſſus, ils s'uniſſent de ſorte qu'ils ne forment plus qu'un même corps, c'eſt ce qu'on appelle *ſouder ces Fers l'un à l'autre*. Alors les parties métalliques s'inſinuent les unes entre les autres, facilitées par ce qu'il y a de parties étrangeres preſque liquifiées, & cela d'autant mieux que les parties de Fer de l'une & de l'autre ſont diſpoſées de même ſens & pareillement figurées.

Si l'on faiſoit chauffer deux de ces loupes pour les joindre enſemble, & ainſi conſécutivement juſqu'à ce que cette piéce fût formée des proportions qu'elle doit avoir, on voit que les parties du Fer n'auroient pû acquérir ni la figure, ni la liaiſon qu'ont celles d'une barre platte formée d'une pareille loupe, parce que chacune de ces loupes ne ſera point allongée à beaucoup près; la piéce d'Ancre ne ſe pouvant former de cette ſorte, pour ainſi dire, que par tronçons, ni

s'épure

s'épurer autant qu'il eſt néceſſaire, de ſes parties étrangéres & caſſantes qui reſtent dans les loupes, ne pourroit avoir toute bonne qualité des Fers doux.

Il en ſeroit de même ſi on la formoit de pluſieurs piéces de Fer courtes, quoique plus épurées, mais qui ne peuvent jamais avoir l'avantage de la tiſſure des parties intérieures, outre bien d'autres inconvéniens auxquels ces ſortes de fabriques ſeroient ſujettes, dont le détail eſt inutile à préſent. Planche VIII. Fig. 1.

Il ne reſte donc plus que de la compoſer de barres; mais il y a pluſieurs façons de s'y prendre.

On avoit imaginé de faire un paquet de pluſieurs barres de Fer quarrées, de la longueur que l'on vouloit donner à l'Ancre, entretenues enſemble par des liens de Fer. Ce paquet étoit porté au feu, ou par le milieu, ou par un bout, & chauffé au point néceſſaire; pluſieurs forgerons frappoient deſſus à grands coups, de forts marteaux élevés à tours de bras ſoudoient la ſuperficie de la partie qui avoit été chauffée; mais quelque forte que fût l'impreſſion de tous ces marteaux, elle n'a jamais pû être aſſez grande pour pénétrer juſqu'au centre de la piéce, de ſorte que ce qui étoit ſoudé formoit une eſpéce de croute ou de fourreau dans lequel les barres du milieu étoient renfermées, ainſi que des plumes dans une caſſe d'écritoire; au moyen de quoi, lorſque dans les grands mouvemens d'une Mer agitée, cette croute ſe caſſoit, les barres du milieu n'étant point entretenues enſemble, ne réſiſtoient pas long-tems, tout ſe diſloquoit, s'il eſt permis de le dire ainſi. D'ailleurs, l'uſage eſt de donner aux Ancres une figure pyramidale, en les groſſiſſant depuis le quarré juſqu'à la croiſée, tant les verges que les bras, de ſorte que les barres qui compoſent le paquet étant également groſſes d'un bout à l'autre, pour groſſir la piéce vers la croiſée, on inſéroit de petits bouts de barres entre les grandes, ce que l'on appelloit des *fourrures*, leſquelles non-ſeulement ne tenoient que par un bout, & ne donnoient aucune nouvelle force à l'Ancre, mais encore laiſſoient néceſſairement des vuides préjudiciables entre les grandes barres, parce que Fig. 2. Fig. 4. Planche X. Fig. 1. Planche VIII. Fig. 3.

dans le mouvement, elles ſervoient de point d'appui pour les caſſer.

La maniére ſuivante de forger, de diſpoſer les barres, & de les ſouder, remédie à tous ces défauts; c'eſt ce que l'on croit démontré, tout ce qui précéde étant bien entendu.

On ſuppoſera qu'elles doivent avoir la figure que l'uſage leur donne.

Planche IX. On forge des barres plattes & pyramidales, en ſorte que l'un des bouts eſt plus large & plus épais que l'autre, & que la même proportion ſuive dans toute la longueur; on leur donne moins de longueur que n'en doit avoir la piéce, ſoit que ce ſoit une verge ou un bras que l'on veuille forger; on en fait de deux largeurs différentes ſeulement, mais pluſieurs de différentes épaiſſeurs.

On en arrange d'une même eſpéce les unes à côté des autres ſur le même plan, en ſorte qu'elles ayent enſemble plus que le diametre de la piéce, obſervant de commencer par celles qui ont le plus d'épaiſſeur; ſur celles-là, on en poſe d'autres plus larges & moins épaiſſes, afin qu'elles recouvrent les joints des premiéres, & l'on continue de ſuite juſqu'au centre du paquet que l'on veut former; après quoi on poſe de ſemblables lits de barres, dont les épaiſſeurs augmentent dans la même proportion à meſure qu'elles s'éloignent du centre.

On connoît par le calcul, le plus de groſſeur & le moins de longueur que doit avoir le paquet, pour que la piéce ſe trouve avoir les proportions que l'on veut lui donner, & qu'elle ſoit du poids demandé. On fait le paquet plus court & plus gros que ne doit être la piéce, parce qu'en le forgeant il s'allonge, & diminue de groſſeur; & l'on connoît que toutes les barres ſont également chauffées, & par conſéquent ſoudées, parce qu'elles s'allongent également, ce qui ſe voit aiſément par le bout du paquet. On donne plus d'épaiſſeur aux barres les plus éloignées du centre, parce que le feu agit davantage ſur elles, & en enleve plus de parties, & celles du centre ſont plus minces, parce que le feu y

pénétre moins, & qu'elles ſont ainſi plus aiſées à chauffer.

On lie toutes ces barres enſemble avec des liens ſoudés, de différens diametres, que l'on fait entrer par le petit bout du paquet, & que l'on chaſſe enſuite à grands coups de marteau, juſqu'à ce qu'ils ſoient parvenus à un endroit où toutes les barres ſoient extrêmement en ſerre.

Ce paquet étant fait & bien affermi, on le porte à la forge; on poſe l'endroit que l'on veut chauffer au-deſſus de ce que l'on appelle la *tuyere*, qui eſt l'ouverture par laquelle le vent des ſoufflets ſe communique au foyer, & on le diſpoſe de ſorte que les différens lits des barres ſoient ſitués verticalement. On couvre le tout d'une quantité de charbon de pierre proportionnée à la groſſeur de la piéce, après y en avoir jetté une pellerée d'allumé. Ce charbon, qui doit être d'une pierre aſſez menue, onctueuſe, & non de celles, qui, remplies de ſouffre, s'enflamment d'abord, s'unit le plus que l'on peut, & s'applatit par le deſſus, afin qu'il n'y ait point d'ouvertures qui communiquent du dedans au dehors; on le mouille pour faciliter cette opération, & empêcher que la ſuperficie extérieure ne reçoive l'impreſſion du feu; on eſt attentif, pendant toute la chaude, à ce qu'elle ſe conſerve en cet état & ſans fractures. Le tout reſte ainſi un petit eſpace de tems, ſans faire agir les ſoufflets, pendant quoi le feu s'allume peu à peu, enſuite on donne un vent médiocre, & enfin tout celui des deux ſoufflets qui agiſſent alternativement, comme à toutes les autres forges, & donnent un vent continuel. Par cette gradation de vent, les petites parties de Fer s'ébranlent peu à peu, & celles de la ſuperficie communiquent leur mouvement aux autres, au lieu qu'un vent continu & violent, détacheroit ces premiéres, avant que les plus près du centre fuſſent ſuffiſamment agitées. Les charbons les plus proches de la piéce ſe conſument; elle ſe trouve iſolée au milieu d'une voûte embraſée, dans laquelle le vent circule continuellement, & porte de toutes parts les parties imperceptibles du charbon qu'il détache, leſquelles mettent en mouvement toutes celles du paquet compriſes dans la voûte.

Elles s'insinuent premiérement entre les couches verticales des barres, vis-à-vis desquelles le vent a plus de force à la sortie des soufflets, & pénétrent ensuite dans les joints horisontaux des épaisseurs des barres; si le vent a plus de force dans cet endroit, il trouve aussi plus de résistance dans ces petits passages étroits & détournés, & c'est ainsi que le tout se chausse également.

Pour connoître s'il l'est au degré nécessaire, on perce la voûte joignant le paquet; on le tourne & retourne, si on le juge nécessaire, ce qui est facile, étant isolé, comme on l'a dit, sans rompre la voûte, le charbon n'étant plus adhérant; enfin, lorsque l'on s'apperçoit qu'il est blanc, & au degré nécessaire pour bien souder, on le tire du feu.

On le porte sous un gros marteau de 7 à 800 pesant, qui, tombant d'environ 3 pieds de hauteur, d'où il est encore poussé par un ressort, soude en quatre coups toutes ces barres les unes avec les autres, celles du centre comme celles de la superficie, en sorte qu'elles ne forment plus qu'un seul corps; de maniére que si on le coupoit dans quelque endroit que ce fût, on n'y reconnoîtroit aucunes jointures: on continue de cette sorte partie par partie successivement dans toute la longueur du paquet, jusqu'à ce qu'il soit entiérement soudé.

Une pareille piéce de Fer a certainement toutes les qualités du meilleur Fer, & le plus doux & le moins cassant; ses parties métalliques n'ont pû changer de figure, elles ont été frappées du même sens que lorsque les barres ont été formées, rien n'en a interrompu la tissure, elles se sont même encore allongées, & par conséquent plus engagées les unes dans les autres, le paquet ayant été fait moins long & plus gros que la piéce ne devoit être; elle est plus épurée de cette matiére cassante dont ses parties étoient trop environnées.

Le poids d'une Ancre est déterminé par la force de l'équipage du Vaisseau pour lequel elle est destinée, c'est-à-dire, par le nombre d'hommes qui peuvent servir au Cabestan; étant d'ailleurs d'un Fer de la meilleure qualité qu'elle puisse

être, il s'agit de tirer encore tout l'avantage poſſible de la quantité.

De la maniére dont une Ancre eſt mouillée, le plus grand effort qu'elle fait eſt dans le plan qui paſſe par la verge & les deux bras.

De ce que l'on a dit d'une barre platte, qu'elle étoit infiniment plus difficile à caſſer ſur le côté que ſur le plat, on en doit conclure infailliblement que l'Ancre, pour avoir auſſi toute la force poſſible, doit être platte en ce ſens, & non pas ronde ni quarrée, mais un parallélepipede prolongé, dont les angles cependant doivent être abbattus en rond, tant pour empêcher qu'elle ne coupe les cables, que parce que par le frottement contre les rochers ou autrement, elle pourroit ſouffrir de l'altération dans ſes parties les plus foibles, enfin pour la facilité de la manœuvre.

Elle auroit plus de force, moins elle auroit de longueur, parce que ſes parties groſſiroient à proportion.

Enfin, quoique l'uſage ſoit établi de les faire pyramidales, peut-être parce qu'elles ont plus de grace, c'eſt-à-dire, plus foibles vers l'organneau, ainſi que les bras vers les pattes, il ſemble qu'elles devroient être par-tout également groſſes, d'autant que lorſque l'on jette une Ancre, il eſt très-incertain quel ſera le point d'appui; parce qu'elle pénétre très-inégalement dans tous les différens fonds qu'elle rencontre.

Les pattes méritent autant d'attention que les autres parties de l'Ancre, & ne ſe font cependant que de loupes applaties, dont les parties intérieures n'ont aucune liaiſon, quoiqu'il ſoit néceſſaire qu'elles réſiſtent à toutes les violentes ſecouſſes de la Mer: il ſeroit donc d'une extrême conſéquence de les forger comme le reſte, en ſoudant pluſieurs barres enſemble, pour les applatir enſuite dans les proportions qu'elles doivent avoir; elles ſe ſouderont même plus exactement aux bras, leurs petites parties étant diſpoſées du même ſens, de ſorte qu'en s'y appliquant, elles ſe placeront plus facilement entre celles-là, ſans les croiſer ni les trop ſéparer, comme feroient des grains irréguliers de la fonte.

Ceux qui conduiſent cette fabrique, doivent, par un calcul exact, régler toutes les dimenſions des Ancres, par rapport au poids de chacune pour le leur donner juſte, & en même-tems les proportions conformes à celles qui leur ſeront preſcrites. Ils doivent en tracer le deſſein ſur un plan, pour les faire exécuter avec juſteſſe.

Les inconvéniens de cette fabrique proviennent de l'inattention des chauffeurs, qui laiſſent brûler le Fer, les barres ſe trouvent coupées ; ils y appliquent des piéces du premier Fer qu'ils trouvent, & cette partie devient, ſans comparaiſon, beaucoup plus foible que les autres. C'eſt à ce que cela n'arrive jamais, qu'il eſt néceſſaire de veiller avec grand ſoin, parce que l'on doit regarder une piéce manquée lorſque cela arrive.

EXPLICATION DES PLANCHES du Mémoire ſur la fabrique des Ancres.

PLANCHE I.

Ourdon, ou *Etabliſſement de Charbonniers.*

Figure 1. Cordes de bois dreſſées.
2. Fourneau commencé.
3. Fourneau dreſſé.
4. Fourneau bougé, ou incruſté de terre, auquel on met le feu pour convertir le bois en charbon.

PLANCHE II.

Mineray.

Figure 1. Mineurs ou Tireurs de Mine.
2. Laveurs pour nettoyer la Mine.
3. Grapeur qui lave une ſeconde fois la Mine dans un chaudron percé comme une paſſoire.

PLANCHE III.

Maſſe de Fourneau.

Figure 1. Ouverture par laquelle on fait ſortir le litier ou l'écume du Fer, que des manœuvres caſſent lorſqu'il eſt congelé, pour l'enlever en morceaux.

2. Ouverture par où le Fondeur fait couler la fonte dans le moule, qu'il a creuſé pour former la gueuſe.

3. Gueuſe.

PLANCHE IV.

Coupe du Fourneau perpendiculaire à la face de l'autre part.

Figure 1. Litier.

2. Mine fondue.

3. Intérieur, ou cuve du fourneau.

PLANCHE V.

Coupe du Fourneau parallele à la premiére face, tel qu'il eſt chargé & en feu.

Figure 1. Soufflets de bois qui agiſſent alternativement par le moyen de l'eau.

2. Tuyere dans laquelle s'inſinuent les deux bouts des ſoufflets.

PLANCHE VI.

Derriére du Fourneau par où on le charge.

PLANCHE VII.

Affinerie.

Figure 1. Gueuſe.

2. Bout de la gueuſe en fuſion.

3. Affineur qui raſſemble les parties tombées dans l'affinerie.

4. Loupe que le valet d'affineur raſſemble davantage, & raffermit.

Fig. 4, 4. Loupe que le Marteleur commence à forger ſous le gros marteau, de laquelle il s'exprime encore du litier.

PLANCHE VIII.

Forge aux Ancres.

Figure 1. Ancre de miſes ou de différentes piéces les unes au bout des autres.

2. Verge en paquets de barres de Fer quarré, aſſemblées indiſtinctement.

3. Coupe de cette verge où les fourrures s'apperçoivent.

4. Cette verge forgée à bras, telles qu'elles ſe forgent dans les Ports.

5. Verge de barres plattes au feu.

6. Verge de barres plattes ſous le gros marteau.

PLANCHE IX.

Figure 1. Barres du ſecond lit de la verge.

2. Barres du premier lit.

3. Profil du petit bout.

4. Profil du gros bout.

PLANCHE X.

Figure 1. Forgerons qui portent un bras d'Ancre pour être ſoudé à la verge par le gros marteau, ce qui ne peut ſe faire que dans les groſſes Forges, & eſt infiniment plus ſûr que de les ſouder à bras, comme il ſe pratiquoit.

2. Maître Ancrier qui rogne l'Ancre, par où l'on connoît en même-tems que toutes les barres ſont unies, & ne forment plus qu'un même corps.

PLANCHE XI.

Figure 1. Ancre de barres non ſoudées intérieurement.

2. Forgerons qui donnent la courbure au bras.

FIN de la Piéce qui a remporté le ſecond Prix.

RÉFLEXIONS

RÉFLEXIONS

SUR LA MEILLEURE FIGURE A DONNER AUX ANCRES,

ET LA MEILLEURE MANIERE DE LES ESSAYER.

Piéce qui a partagé le troiſiéme des Prix propoſés par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1737.

Par M. DANIEL BERNOULLI, Profeſſeur en Anatomie.

REFLEXIONS

SUR LA MEILLEURE FIGURE A DONNER AUX ANCRES,

ET LA MEILLEURE MANIERE DE LES ESSAYER.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIÉRE D'ÉPROUVER LES ANCRES?

Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour le troisiéme Prix de l'année 1737.

Omnia conando docilis solertia vincit.

I.

QUOIQUE l'histoire des Ancres nous manque presque entiérement, il ne faut pourtant pas douter que l'invention n'en soit très-ancienne, tant à cause de l'ancienneté du nom, que de leur nécessité indispensable dans les grandes Navigations, telles qu'on a faites depuis des tems immémorials. Il y a donc apparence que les Ancres n'auront gueres manqué d'atteindre à la plus grande perfection dont elles sont capables : toute correction possible & importante aura difficilement échappé à tant de Nations, à tant de

recherches & à tant de siécles, mais sur-tout à nos derniers tems, dans lesquels on a poussé les Sciences & les Arts en général, & la Navigation en particulier, à un degré de perfection que nos Ancêtres auroient à peine osé espérer. Je sens donc bien la difficulté de mon entreprise; mais aussi me semble-t-il que dans les choses aussi importantes & aussi perfectionnées, la moindre addition doit être reçûe avec autant de satisfaction qu'on reçoit des inventions toutes nouvelles. C'étoit-là sans doute le motif de l'illustre Académie, de donner pour sujet de ses Prix la perfection des Ancres & de l'ancrage, & de le donner pour la seconde fois. Il en est comme des Horloges; l'application des pendules par M. Huguens n'en est qu'une légere addition, mais qui mérite autant d'éloges que tout ce qu'on avoit inventé auparavant sur la Mesure du Tems. Il est vrai qu'on pourroit facilement imaginer des espéces d'Ancres toutes nouvelles, ou faire de grands changemens à leur structure reçûe : ces nouveautés ou changemens pourroient avoir de bonnes apparences: mais lorsqu'on en feroit l'essai, on trouveroit peut-être ces nouvelles Ancres bien inférieures aux ordinaires. On verra dans la suite que j'ai examiné avec beaucoup de soin la structure des Ancres, tâchant d'approfondir leur méchanisme avec les fonctions de chaque partie, & il m'a paru d'y voir beaucoup d'invention; j'ai donc crû n'y devoir changer que dans les circonstances qui dépendent absolument de la Géométrie: l'expérience a fait voir l'essentiel, & le raisonnement qu'un homme de Lettres peut faire dans son Cabinet, ne doit plus y avoir de prise que dans les choses d'une méchanique bien menagée, & cela non tant pour décider que pour donner à penser aux personnes intelligentes qui sont à portée de faire de nouvelles expériences.

Voici l'ordre que je me propose dans ce Discours: je commencerai par exposer la structure ordinaire des Ancres, après quoi je décrirai la maniére méchanique dont elles agissent; je chercherai ensuite ce qu'il faut faire pour rendre leur usage le plus sûr & le plus parfait, & pour diminuer quelques

inconvéniens qui leur reſtent, en parcourant toutes les parties des Ancres : je donnerai la deſcription d'une nouvelle ſorte d'Ancres, & enfin j'ajoûterai quelques réfléxions ſur la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres ; mais je ne toucherai que légerement ces deux derniers points.

II.

Les Vaiſſeaux portent ordinairement quatre Ancres de différente grandeur ; la plus grande eſt la *maîtreſſe Ancre*, qu'on réſerve pour les cas extraordinaires & les plus périlleux en tems d'orage : la ſeconde eſt celle dont on ſe ſert ordinairement : la troiſiéme, nommée l'*Ancre d'affourche*, un peu plus petite que la précédente, eſt celle que l'on mouille oppoſée à l'Ancre déja jettée, c'eſt-à-dire, de ſorte que leurs cables forment un angle tantôt plus tantôt moins grand ; la quatriéme eſt appellée l'*Ancre à touer ;* elle eſt beaucoup plus petite que les précédentes, auſſi ne s'en ſert-on pas pour arrêter les Vaiſſeaux, mais pour les *touer*. Toutes ces Ancres, quoique de différente grandeur, ne laiſſent pas d'avoir les mêmes proportions dans leurs parties, de ſorte qu'il ſeroit ſuperflu d'en traiter ſéparément.

Les Ancres ſont compoſées des parties ſuivantes. Il y a la *vergue :* c'eſt une barre de Fer d'une épaiſſeur égale, c'eſt-à-dire, cylindrique : ſa longueur eſt proportionnée à la largeur du Vaiſſeau, & cette proportion eſt dans la maîtreſſe Ancre comme 2 à 5. Le diametre de la *vergue* fait environ la vingt-ſixiéme partie de ſa longueur : le bout de la *vergue*, qui joint le *jas*, eſt quarré, ou plutôt priſmatique ſur une ſection quarrée : il eſt troué à l'extrémité pour donner paſſage à l'*arganeau*, qui eſt un anneau de fer, auquel le *cable* eſt attaché ; & afin que celui-ci ne ſe pourriſſe pas par l'enrouillure de l'*arganeau*, on enveloppe l'*arganeau* avec de vieux cordages. Le bout priſmatique de la *vergue* eſt plus épais que le reſte, pour y mieux faire tenir le *jas* par lequel il paſſe.

Ce *jas* eſt un aſſemblage de deux piéces de bois d'une figure égale, empattées fort étroitement enſemble : il fait un

angle droit avec la *vergue*, & va en diminuant vers les extrémités : ſa longueur ne différe pas beaucoup de celle de la *vergue ;* mais il a environ quatre fois plus d'épaiſſeur dans ſon milieu que la *vergue* n'en a.

A l'autre bout de la *vergue* eſt ſoudée la *croiſée* ſous un angle droit & perpendiculairement au plan qui paſſe par le *jas* & la *vergue*. La *croiſée* eſt recourbée vers le *jas*, & ſa courbure forme environ un arc-de-cercle de ſoixante degrés, plus ou moins, dont le centre viendroit à peu près au milieu de la *vergue :* ſes épaiſſeurs vont en diminuant vers les deux bouts : elle a enfin deux branches, dont chacune peut être cenſée former un arc-de-cercle d'environ trente degrés.

Les *pattes* ſont deux piéces de fer triangulaires, ſoudées ſur le dedans de chaque bout de la *croiſée ;* leur longueur eſt un peu plus grande que la baſe, qu'on appelle les *oreilles :* elles ſont recourbées en dedans autant que la *croiſée*, pour pouvoir mordre plus facilement dans le ſable du fond de la Mer.

Enfin le *cable* peut encore être cenſé appartenir à l'Ancre : il eſt attaché, comme j'ai déja dit, par l'*arganeau :* ſa longueur eſt ordinairement de 120 braſſes : il paſſe par les *écubiers* du Vaiſſeau, qui ſont des trous faits aux côtés de l'avant du Vaiſſeau ; les quarrés de leurs épaiſſeurs, qui en marquent le nombre des fils, ne ſuivent pas la proportion des poids des Ancres, & on a des Tables là-deſſus, qui ne ſont fondées abſolument que ſur l'expérience. Voici cependant un exemple. Une Ancre de 500 livres a un cable d'environ 3 pouces de diametre ; il ſera compoſé de 375 fils, dont chacun eſt eſtimé de 4 livres de poids, de ſorte que tout le *cable* peſera 1500 livres, & par conſéquent trois fois plus que toute l'Ancre. Les cordages ſont tantôt plus tantôt moins peſans, ſuivant qu'ils ſont plus ou moins roides ; cependant dans l'eau ils ſont tous d'une même peſanteur ſpécifique, & lorſqu'ils ſont bien mouillés & imbibés, ils deſcendent ſous l'eau par leur propre poids, étant alors d'une peſanteur ſpécifique plus grande que l'eau.

J'ai pris ces deſcriptions & proportions d'un Livre de

Navigation, & même quelques-unes des ſimples figures ſans deſcription, ſur-tout lorſqu'elles me paroiſſoient conformes aux obſervations que j'avois faites autrefois moi-même ſur les Ancres; j'établirai ma théorie ſur ces proportions, & ſi on ne leur trouvoit pas aſſez de préciſion, il ſera facile d'accommoder mon raiſonnement aux véritables proportions.

III.

Examinons maintenant de quelle maniére les Ancres étant jettées dans la Mer, mordent dans le ſable : c'eſt certainement ici le point principal, & qui demande le plus d'attention : auſſi nous faudra-t-il, pour connoître à fond toute la méchanique des Ancres, commencer ces recherches d'un peu loin. Il eſt clair que l'Ancre ne ſçauroit mordre dans le fond à moins de lui préſenter ſa pointe, c'eſt-à-dire, d'avoir la *croiſée* dans un plan vertical : mais les Ancres peuvent ſe coucher ſur un fond horiſontal de deux maniéres différentes : l'une tient la *croiſée* couchée ſur le fond pendant que le *jas* y eſt appuyé par un de ſes bouts ; dans l'autre c'eſt au contraire le *jas* qui eſt couché horiſontalement, & la *croiſée* eſt ſoûtenue par la pointe de l'une de ſes *pattes :* ce n'eſt que dans celle-ci que l'ancrage peut ſe faire : voyons cependant laquelle de ces deux ſituations eſt la plus naturelle aux Ancres : nous examinerons ce point d'abord hors de l'eau, & enſuite dans l'eau.

IV.

Soit dans la premiére Figure *DE* la ligne droite qui joint les extrémités des deux *pattes :* on peut la conſidérer ici à la place de la *croiſée*, comme ſi celle-ci n'avoit point de courbure : ſoit *AB* la *vergue*, & *FG* le *jas :* concevons pour la premiére ſituation la ligne *DL* couchée horiſontalement, de ſorte que les points *D*, *A*, *E* & *G* ſoient dans un plan horiſontal, & les points *G*, *B*, *I* & *A*, dans un plan vertical. Examinons à préſent ce qu'il faut pour changer cette ſituation de l'Ancre, & lui faire prendre l'autre ſituation : il faut, pour cet effet que l'ancre tourne autour de la ligne *EG*, qui joint l'une des pointes de la *croiſée* avec le point d'appui du *jas*. De cette maniére le centre de gravité de l'Ancre (que Fig. 1.

je ſuppoſerai en H) s'éleve d'abord juſqu'à ce qu'il ſoit arrivé au point le plus haut, après quoi l'Ancre acheve de ſe renverſer par ſon propre poids, & prend ainſi la ſeconde ſituation qui eſt requiſe pour les ancrages. Il s'agit ici de ſçavoir combien le centre de gravité H eſt élevé pendant ce renverſement, puiſque la force requiſe pour faire prendre à l'Ancre la ſituation qu'elle doit avoir, lorſqu'elle ne l'a pas, eſt proportionnelle à cette même élévation du centre de gravité.

Pour cet effet, qu'on tire les droites HE & HG, comme auſſi la ligne AG, puis HL perpendiculaire à AG & HI perpendiculaire à EG: on voit que la hauteur initiale du centre de gravité par-deſſus l'horiſon eſt égale à HL, & que ſa plus grande hauteur, pendant le renverſement de l'Ancre, eſt égale à HI, de ſorte que pour renverſer l'Ancre, il faut auparavant donner à ſon centre de gravité une élévation égale à $HI - HL$: il ne reſte donc plus qu'à exprimer analytiquement ces lignes.

Soit $AE = a$, $BG = \alpha$, $AH = b$, $BH = \mathfrak{G}$, on aura $AG = \sqrt{(AB^2 + BG^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + bb + 2b\mathfrak{G} + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$: delà on tire $EG = \sqrt{(AE^2 + AG^2)} = \sqrt{(aa + \alpha\alpha + bb + 2b\mathfrak{G} + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$; pour abréger, je ſuppoſerai $EG = c$: on trouvera HL, en prenant la quatriéme proportionnelle à AG, GB & AH, ce qui donne

$$HL = \frac{b\alpha}{\sqrt{(\alpha\alpha + bb + 2b\mathfrak{G} + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}}.$$

Pour trouver la ligne HI, je conſidére le triangle EHG, dont la baſe EG eſt $= c$; le côté $EH = \sqrt{(EA^2 + AH^2)} = \sqrt{(aa + bb)}$, & le côté $HG = \sqrt{(GB^2 + BH^2)} = \sqrt{(\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G})}$: des trois côtés donnés, on trouve la perpendiculaire à la baſe, ſçavoir:

$$HI = \frac{\sqrt{(2aa + 2bb \times \alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G} + 2cc \times \overline{aa + bb + \alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G}} - \overline{aa + bb}^2 - \overline{\alpha\alpha + \mathfrak{G}\mathfrak{G}}^2 - c^4)}}{2c}.$$

Connoiſſant donc les droites HI & HL, leur différence donnera l'élévation cherchée du centre de gravité, pendant qu'on fait prendre à l'Ancre ſa juſte poſition, laquelle élévation doit être eſtimée proportionnelle à la force requiſe pour cet effet.

V.

V.

Changeons maintenant la propoſition, en ſuppoſant au contraire que l'Ancre ſoit dans ſa juſte poſition, c'eſt-à-dire, que la *croiſée* ſoit dans le plan vertical, le *jas* étant couché horiſontalement; & voyons quelle eſt la force qui pourroit faire quitter à l'Ancre cette poſition néceſſaire pour l'ancrage, & la remettre dans l'état qu'elle a été ſuppoſée au commencement de l'article précédent. Il eſt facile de voir qu'on n'a qu'à convertir pour cet effet les lettres a & α, comme auſſi b & ζ; ce que faiſant, la valeur de c, qui eſt $= \sqrt{(aa + \alpha\alpha + bb + 2b\zeta + \zeta\zeta)}$, demeure dans les deux cas la même. Si l'on tire donc $H\lambda$ perpendiculaire à EB, ce ſera $HI - H\lambda$ qui exprimera la force requiſe à ce ſecond renverſement. La premiére ligne HI eſt la même que dans le premier cas, & on a

$$H\lambda = \frac{\zeta a}{\sqrt{(aa + bb + 2b\zeta + \zeta\zeta)}}.$$

VI.

Les deux forces reſpectives étant en vertu des deux articles précédens, comme $HI - HL$ à $HI - H\lambda$, on remarquera ici, qu'il convient que la premiére force marquée par $HI - HL$ ſoit auſſi petite, & l'autre marquée par $HI - H\lambda$ ſoit auſſi grande que les autres circonſtances le permettent; par où l'on obtiendra cet avantage, que l'Ancre n'étant pas dans ſa juſte poſition, elle s'y mette avec facilité, & qu'y étant, elle ne la quitte que difficilement : il ſuit de-là que plus HL eſt grande, & $H\lambda$ petite, plus les Ancres prendront facilement leur poſition requiſe pour le ſuccès de l'ancrage.

Ce que je viens de dire ſert également pour les Ancres ſubmergées, & pour celles qui ſeroient jettées ſur un fond hors de l'eau, & toute la différence qu'il y a, eſt que le centre de gravité eſt placé différemment dans ces deux cas, à cauſe du *jas;* j'appliquerai cependant ces régles à l'un & l'autre cas, tant pour en voir la grande différence dans leur réſultat, que pour nous ſervir de cette application dans la ſuite.

VII.

La *vergue* eſt d'une épaiſſeur égale, & il me ſemble que la *croiſée* aura à peu près le même poids que le *jas* chargé du bout quarré de la *vergue* & de l'*arganeau*. Cela étant, on peut placer le centre de gravité dans les Ancres non-ſubmergées, au milieu de la *vergue*. Suppoſons encore la *vergue* & le *jas* d'une longueur égale, & que la diſtance des extrémités des *pattes* ou DE ſoit égale à la moitié du *jas*. Toutes ces poſitions font $a = 6 = b = 2a$, & $c = a\sqrt{21}$, ce qui donne $HI - HL = \sqrt{\frac{8}{7}} - \sqrt{\frac{4}{5}} =$ (en fraction décimale) 0, 174, & $HI - H\lambda = \sqrt{\frac{8}{7}} = \sqrt{\frac{4}{17}} = 0, 584$. Les deux forces dont j'ai parlé aux articles IV & V, ſont donc, comme 174 à 584, ou à peu près comme 2 à 7.

VIII.

On comprend aiſément par-là, qu'une Ancre étant jettée au haſard ſur un fond, donnera probablement à ſa *croiſée* la poſition verticale & non l'horiſontale, ſi ce fond eſt horiſontal & hors de l'eau : mais on ſe tromperoit, ſi on ne faiſoit cette probabilité que comme 7 à 2. Il eſt plutôt vrai que l'Ancre étant jettée avec force, & que le fond ſoit bien dur, il eſt moralement impoſſible que la *croiſée* reſte couchée ſur le fond, & voici la raiſon de cette propoſition aſſez paradoxe ; c'eſt que l'Ancre jettée avec une force, que je ſuppoſerai plus grande que 7, ſe roulera d'abord, & qu'à meſure qu'elle ſe roule, elle perdra de ſa force juſqu'à ce que cette force étant moindre que 7, & plus grande que 2, la *croiſée* de l'Ancre doit enfin garder néceſſairement ſa ſituation verticale : ſans cela il faudroit que dans un ſeul renverſement de l'Ancre, elle perdît plus que $\frac{5}{7}$ de ſa force, ce qui ne ſçauroit arriver ſur un fond bien dur.

IX.

Pour déterminer les mêmes choſes dans les Ancres ſubmergées, il faut principalement faire attention que le *jas* eſt de bois, mais d'un bois fort & peſant, de ſorte que pris avec le bout quarré de la *vergue* & avec l'*arganeau*, il ne manquera pas d'avoir à peu près la même peſanteur ſpécifique que l'eau, & que par conſéquent ſon poids peut être négligé

ſous l'eau ; & comme tout le reſte de l'Ancre eſt de fer & homogéne, on n'a plus qu'à examiner quelle ſeroit la place du centre de gravité *H* dans une Ancre dégarnie de ſon *jas*. Or, toutes choſes bien conſidérées, j'eſtime que dans ce cas *HB* ſera à peu près double de *HA*. Mettant donc $b = \frac{4}{3}a$, & $\mathfrak{C} = \frac{8}{3}a$, en retenant les autres hypothéſes & dénominations de ci-deſſus, on n'a qu'à ſuivre les mêmes raiſonnemens & calculs. De cette maniére, on trouvera $HI - HL = 0,337$, & $HI - H\lambda = 0,287$, ce qui fait voir que les deux forces ſont aſſez égales, & que même la premiére eſt plus grande que la ſeconde, marque qu'il eſt plus facile & plus naturel aux Ancres ſous l'eau, d'avoir la *croiſée* couchée que dreſſée ; cela doit néceſſairement rendre l'ancrage mal ſûr. On auroit eu de la peine à croire la choſe ſi différente pour les deux cas, ſans les calculs que nous venons de faire.

X.

L'ordre demande que nous examinions maintenant ce qui arrive aux Ancres jettées au fond de la Mer, lorſqu'elles ſont tirées par le *cable :* nous le ferons, après avoir dit deux mots ſûr la nature du fond propre au *mouillage*.

Il ne doit pas avoir au-delà de 50 braſſes de profondeur, puiſque la longueur du cable ne ſurpaſſe pas 120 braſſes, & qu'il doit toujours faire un angle fort oblique avec l'horiſon, comme je le démontrerai ci-deſſous. D'ailleurs le fond ne doit pas être trop dur, car l'Ancre ne ſçauroit y mordre, ni aſſez enfoncer : ſi le fond eſt ſimplement ſablonneux, l'Ancre enfonce facilement, mais elle n'y tient pas aſſez ferme, & le Vaiſſeau eſt ſujet à *chaſſer ſur ſon Ancre*. Suivant les obſervations de M. le Comte Marſigli, le fond de la Mer eſt le plus ſouvent d'une conglutination ſablonneuſe d'argile, de coquillages, & d'autres corps : cette conglutination eſt formée par la matiére glutineuſe qui réſide dans les eaux de Mer, & le tout forme une croute qui n'eſt pas fort épaiſſe, mais qui eſt d'ailleurs d'une conſiſtance fort propre pour le *mouillage*, ſçavoir, ni trop dure, ni qui ſe

laiſſe trop facilement labourer par l'Ancre : au-deſſous de cette incruſtation, le fond eſt d'une conſtitution pierreuſe, dans lequel la *patte* ne ſçauroit plus mordre. Les corps mêlés avec le ſable durci, doivent rendre la ſurface du fond aſſez inégale & raboteuſe.

XI.

On jette l'Ancre ordinairement pendant que le Vaiſſeau avance ſur ſa route, en prenant garde que le *cable* ne ſe roidiſſe pas d'abord, & en filant pour cet effet le *cable* autant que la vîteſſe du vaiſſeau le demande, juſqu'à ce qu'on le voie faire avec la ſurface de la Mer un angle d'environ 30 degrés ; alors l'Ancre étant traîné plus ou moins vîte, il arrivera d'abord qu'elle roule de côté & d'autre, ſe couchant tantôt ſur le *jas*, tantôt ſur la *croiſée*, ayant pour l'un & pour l'autre une facilité à peu près égale, en vertu du VIIIme article. Mais voici la raiſon de ce roulement, c'eſt que la *croiſée* ſe couchant horiſontalement, le *jas* ſera appuyé ſur le fond par un de ſes bouts, faiſant avec le fond un angle d'environ 63 degrés, ſi les parties des Ancres ſuivent les proportions que nous avons ſuppoſées dans le ſecond article : or, ſi le fond de la Mer étoit parfaitement uni & poli comme une glace, il eſt très-certain que l'Ancre demeureroit conſtamment dans cette ſituation ; mais comme ce fond eſt raboteux, & que le *jas* préſente ſa pointe appuyée en avant, à cauſe de ſon inclinaiſon en arriére, on voit qu'il heurtera continuellement contre les obſtacles qu'il trouvera en ſon chemin, qu'il s'en ébranlera, & que très-aiſément il ſe renverſera & ſe couchera ſur le fond ; alors c'eſt la *croiſée* qui eſt dans le plan vertical, & l'une de ſes *pattes* préſentera au fond ſa pointe, quoique ſous un angle preſque droit, c'eſt-à-dire, que la tangente de l'extrémité de la patte fait un angle preſque droit avec le fond ; cette tangente eſt pourtant un peu inclinée en arriére, mais pas tant que le *jas* l'étoit dans l'autre ſituation de l'Ancre ; ainſi donc la *croiſée* heurtera auſſi contre les inégalités du fond, de même que le *jas* le faiſoit auparavant : mais ces impulſions qui ſe font contre le bout

de la *croiſée*, ne ſeront peut-être pas ſi ſenſibles comme celles du *jas*, à cauſe que la *croiſée* n'eſt pas ſi longue que le *jas*, ni ſi obliquement appuyée ſur le fond : car on démontre aiſément dans la Méchanique, que la longueur & l'obliquité du levier heurtant, tel qu'eſt ici la branche inférieure de la *croiſée*, rendent les impulſions plus ſenſibles & plus efficaces dans notre cas pour renverſer l'Ancre ; & quant à l'obliquité en particulier, l'expérience le confirmera, ſi en s'appuyant ſur une canne, on la gliſſe ſur le plancher : car on verra que la canne étant perpendiculaire au plancher, ne s'en trémouſſera pas tant, que ſi elle eſt inclinée en arriére. Il ſemble donc, pour les deux raiſons apportées, que les impulſions données contre la *croiſée* ne la renverſeront pas ſi facilement qu'elles renverſent le *jas*, & qu'elles ſerviront plutôt à faire mordre la *patte* dans le fond ; car après que la *croiſée*, par un coup reçû, a été pouſſée en haut, & qu'elle retombe la pointe contre le fond, cette pointe y entrera par la chûte d'un ſi grand poids, quelque légére que ſoit la chûte, & dès-lors l'Ancre n'eſt plus ſi ſujette à ſe renverſer, & l'action du *cable* l'enfoncera de plus en plus, comme nous ferons voir ci-deſſous.

XII.

Ce que nous venons de dire ſur la méchanique des Ancres jettées & traînées au fond de la Mer, ſe confirmera par l'expérience, à ceux qui la voudront prendre comme je l'ai fait : Qu'on faſſe un petit modele d'Ancre, mais dont le *jas* ait toute la légereté poſſible, pour imiter parfaitement la nature des Ancres jettées au fond de la Mer, où le *jas* n'a plus de poids ; ſi on traîne cette petite Ancre ſur une table bien polie, on verra qu'elle ne ſe renverſera jamais, que ce ſoit le *jas* ou la *croiſée* qui eſt couchée : Qu'on traîne enſuite cette Ancre ſur un plancher moins uni, & on la verra ſe renverſer très-ſouvent & très-facilement, & cela avec une facilité égale pour l'une & pour l'autre ſituation : car ſi d'un côté, en vertu du IXme article, la *croiſée* ſe couche plus facilement que le *jas*, nous avons fait voir au contraire dans

le précédent article, que les petits chocs donnés contre la *croiſée* ne ſont pas ſi ſenſibles que ceux du *jas*. Enfin, ſi on traîne la petite Ancre ſur un fond ſablonneux, dont les inégalités & la dureté ſoient proportionnées à la grandeur & au poids de l'Ancre, on trouvera qu'après pluſieurs roulemens de côté & d'autre, la *patte* commencera à s'enfoncer, & qu'elle y entrera après cela ſi avant, qu'on ne ſçauroit plus l'entraîner, ſans employer conſidérablement plus de force, qu'on n'avoit fait au commencement de l'expérience. Tout ceci me paroît prouver exactement la vérité de ce que je viens d'avancer ſur la méchanique des Ancres, & nous fait voir en même-tems, quelle ſeroit la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres: c'eſt ſur quoi je m'expliquerai plus clairement à la fin de ce Diſcours. Il nous reſte à examiner ce qui arrive aux Ancres, après qu'elles ont déja commencé à mordre dans le fond.

XIII.

Dès que l'Ancre a mordu dans le fond, elle laboure d'abord le ſable, & par-là même elle réſiſte avec une plus grande force au *cable*, ou plutôt au Vaiſſeau, qui eſt la force mouvante; ſi on faiſoit d'abord trop roidir le *cable*, ſa force pourra facilement élever l'*arganeau*, ce qui fera néceſſairement renverſer la *croiſée*, ſi elle ne tient déja bien ferme dans le fond, & en ce cas c'eſt à recommencer. On voit par-là que la flottaiſon du *jas* entre deux eaux ne ſçauroit qu'être extrêmement préjudiciable au *mouillage*. Il y en a cependant qui ont cru cette flottaiſon eſſentielle à l'ancrage, penſant que c'eſt pour cette raiſon, qu'on fait le *jas* de bois. Il eſt certain que ſi le *jas* flottoit naturellement entre deux eaux, la *croiſée* ſe coucheroit toujours ſur le fond, auquel cas l'ancrage ne ſçauroit ſe faire: on s'en convaincra, ſi dans les expériences expoſées dans le précédent article, on tiroit l'Ancre aſſez verticalement pour élever le *jas*, car on verra la *croiſée* tomber auſſi-tôt. Et ſi le *jas* étoit élevé après que la *patte* eſt déja entrée dans le fond, il arrivera, ou que la *patte* tienne déja aſſez ferme pour empêcher le renverſement

de l'Ancre, & en ce cas elle tiendra auſſi aſſez ferme pour empêcher que le Vaiſſeau ne *chaſſe ſur ſon Ancre*, ou qu'elle ne tienne pas aſſez ferme pour ſoûtenir l'effort de la *croiſée* de ſe coucher, & en ce cas toute la manœuvre de l'ancrage eſt rendue inutile. Ainſi donc l'élévation du *jas*, ou bien celle de l'*arganeau*, ne peut jamais avancer le *mouillage*, mais bien le retarder. Il faut donc l'éviter, en tirant le *cable* le plus horiſontalement qu'on peut, & en *filant le cable ſur les bittes* aſſez vîte pour qu'il ne ſoit pas trop roide, ni par conſéquent ſes efforts trop grands. Nous allons examiner cela de plus près.

XIV.

Soit dans la ſeconde Figure, *MN* le chemin que l'Ancre fait ſur le fond de la Mer, *PC* la ligne tirée perpendiculairement à l'extrémité de la *patte*; elle coupe, comme j'ai dit au ſecond article, la vergue *AB* au milieu *C*, & par les proportions ſuppoſées dans le même article, l'angle *ACP* ſera d'environ 30 degrés, & par conſéquent l'angle *CPB*, qui en eſt la moitié, de 15 degrés; c'eſt cet angle qui fait l'obliquité de la *patte* contre le fond, & ſans cette obliquité, elle n'y pourroit mordre qu'autant qu'elle y ſeroit forcée par ſon propre poids, qui ſeul ne ſuffiroit pas; car outre ledit poids, c'eſt auſſi la force du *cable* qui fait entrer la *patte* plus avant dans le fond, après qu'elle a commencé à y mordre; la direction de cette ſeconde force eſt la tangente du *cable* en *B*, celui-ci prenant la figure de la chaînette, qui approche plus ou moins de la ligne droite ſelon ſa longueur & la force avec laquelle il eſt tiré par le Vaiſſeau. Soit donc *BE* la direction du *cable* en *B*, & que *BE* exprime en même-tems la force qui tire l'Angle *BDP*: il faut réſoudre d'abord cette force en ſa verticale *OB*, & horiſontale *FB*, en faiſant le rectangle *BOEF*. Quant à la force verticale *BO*, elle fait effort pour lever l'*arganeau*; mais de ſçavoir ſi elle l'élevera actuellement ou non, cela dépend de la force abſolue *BE* & de l'angle *EBF*, comparés avec la force que l'Ancre exerce par ſon poids ſur le point *B*, & la réſiſtance que

Fig. 2.

l'enfoncement de la *patte* peut apporter contre cette élévation. Ce qu'il y a de sûr, est que l'élévation de l'*arganeau* & du *jas* peut très-facilement faire renverser l'Ancre sur sa *croisée*, & retarder par-là le succès de l'ancrage, pendant qu'elle ne sçauroit être d'aucune utilité, & qu'il faut par conséquent diriger la manœuvre de maniére que le *jas* reste couché sur le fond; cela étant, ladite force verticale *OB* reste sans effet. Quant à la force horisontale *FB*, comme sa direction passe par *P*, & que c'est la résistance de la *patte* qui est opposée à cette force, on voit qu'il faut la considérer comme appliquée en *P*, & ensuite la résoudre en deux, l'une parallele à la direction de l'extrémité de la *patte* en *P*, & l'autre perpendiculaire à cette direction: ces directions sont représentées par les lignes *BG* & *GF*, la premiére sert directement à enfoncer la *patte*, l'autre force appliquée en *P*, & parallele à *GF*, ne fera que presser fortement la surface de la *patte* contre le sable, qu'elle renversera en labourant le fond, si la force est assez grande; & cela continuera ainsi jusqu'à ce que la *patte* soit assez enfoncée pour ne plus se laisser entraîner par cette force. Voilà de quelle maniére les Ancres agissent, en arrêtant ainsi peu à peu les Vaisseaux, & les affermissant ensuite contre le vent, contre les courants, & sur-tout contre les coups de Mer: ce sont ceux-ci qui font le plus d'effet, mais ils ne font ordinairement qu'enfoncer de plus en plus les Ancres, qui le sont déja trop pour labourer encore le fond, pendant qu'elles peuvent toujours y entrer davantage, d'autant que les lames tirent le *cable* brusquement, de sorte que la force résultante approche plutôt de la nature des chocs, que des simples forces qu'on appelle *mortes*: aussi voit-on que dans les grandes tempêtes, les coups de Mer font plus souvent rompre le *cable* que *déraper* l'Ancre.

XV.

Tâchons ici d'avoir quelque idée sur le rapport des forces dont nous venons de parler, pour pouvoir les comparer ensemble, ce qui nous sera d'une grande utilité dans la suite.

Soit

Soit donc dans la troiſiéme Figure, AB le *cable*, le point A repréſentant l'endroit de l'*arganeau*, & E celui de l'*écubier*, en négligeant la longueur du *cable* depuis la ſurface de l'eau juſqu'à l'*ecubier*. J'ai déja dit qu'à cauſe du poids que le *cable* a ſous l'eau, il prendra la figure connue ſous le nom de la *chaînette*. Qu'on conçoive cette courbe BA continuée juſqu'en G, qui eſt ſon point le plus bas, & où la tangente eſt horiſontale : qu'on s'imagine enſuite à chacune des extrémités A & B, être appliquées deux forces, une horiſontale & une verticale, qui toutes quatre ſoient en équilibre, & tiennent le *cable* ſuſpendu ; les grandeurs & les directions de ces forces ſont repréſentées par AE, AF, BD & BC. Ceci poſé, on ſçait qu'en faiſant les rectangles $AEHF$ & $BDLC$, les diagonales AH & BL, repréſentant les deux forces réſultantes des quatre forces expoſées, ſeront des tangentes aux points A & B ; outre cette propriété connue, en voici deux autres. Fig. 3.

1°. Je dis que les deux forces horiſontales AE & BD ſont toujours égales entre elles. J'ai une démonſtration analytique de cela, tirée de la nature de la chaînette, que j'obmets, parce qu'il me ſemble qu'il ſuffit de remarquer, que toutes les autres forces, tant celles qui ſont repréſentées par AF & BC, que les forces infiniment petites qui tirent chaque point du *cable*, ſont verticales, & que par conſéquent les deux dites forces horiſontales AE & BD doivent ſe détruire & être égales ſous des directions oppoſées.

2°. Que la force BC eſt à la force AF, comme la longueur BG eſt à la longueur AG ; car la force BC eſt préciſément égale au poids du *cable* ſous l'eau, de la longueur BG, & la force AF égale au poids que le *cable* de la longueur AG auroit ſous l'eau.

De ces deux Théorêmes, on peut trouver les forces AE & AF, en connoiſſant les deux forces BD & BC avec le poids du *cable* ſubmergé BA ; il ſuffit même de connoître la force horiſontale BD, & l'angle LBD que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer.

En conſéquence de ce que je viens de dire, poſons la longueur du cable $BA = l$, ſon poids ſous l'eau $= p$: la force $BD = P$, le ſinus total $= 1$, le ſinus de l'angle $LBD = s$, ſon co-ſinus $= c$; cela poſé, on aura $BC : BD :: s : c$, ou $BC = \frac{s}{c} P$: or la force BC eſt égale au poids du cable de la longueur BAG, on trouve par conſéquent cette longueur BAG par une telle analogie, $p : l :: \frac{s}{c} P : \frac{sP}{cp} l$, qui eſt la longueur BAG, & de-là on tire la longueur $AG = \frac{sP}{cp} l - l$. De ceci, on trouve la force AF par une telle analogie, $BAG : AG :: BC : AF$, ce qui donne la force $AF = \frac{s}{c} P - p$. Enfin la force AE eſt, comme nous avons déja dit, égale à la force BD, ou égale à P. Nous tirerons quelques Corollaires de ces valeurs trouvées, après avoir fait remarquer au lecteur, que la force BD eſt ici celle que le Vaiſſeau exerce horiſontalement : que la force BC marque l'effort que le Vaiſſeau fait pour s'élever davantage hors de l'eau, car l'action du *cable* fait un peu enfoncer le Vaiſſeau : que la force AE marque l'effort horiſontal ſoûtenu par l'Ancre (lequel nous avons exprimé par BF dans la ſeconde Figure :) & enfin, que la force AF eſt produite par une partie du poids de l'Ancre ; elle eſt égale & oppoſée à BO dans la ſeconde Figure. Voici maintenant quelques Corollaires qu'on peut remarquer pour notre ſujet, préférablement à d'autres.

1°. Si le poids du *cable* ſubmergé étoit comme nul par rapport à la force qu'exerce le Vaiſſeau, on auroit $p = 0$, $BAG = \infty$, & la force AF égale à la force BC.

2°. Si le poids du *cable* ſubmergé étoit à la force du Vaiſſeau, comme le ſinus de l'angle que le *cable* fait avec la ſurface de la Mer à ſon co-ſinus, la partie AG deviendroit nulle, de même que la force AF, c'eſt-à-dire, que la direction du *cable* près l'*arganeau* ſeroit alors horiſontale, & ſi ledit poids du *cable* ſubmergé avoit une plus grande raiſon

à la force du Vaiſſeau, une partie du *cable* depuis l'*arganeau* ſe couchera ſur le fond de la Mer; & ſi enfin cette raiſon eſt plus petite que celle de s à c, la force AI ſera toujours poſitive vers le bas : d'où l'on voit que plus l'angle du *cable* & de la ſurface de la Mer eſt petit, & plus la longueur du *cable* ſubmergé eſt grande, plus la force cherchée AI ſera petite.

3°. Notre remarque la plus eſſentielle regarde ce que j'ai dit dans le XIVme article, qu'*il faut diriger la manœuvre de maniére que le* jas *reſte couché ſur le fond*. Or j'eſtime, après avoir bien conſidéré toutes les proportions des Ancres & de leur poids ſous l'eau, qu'une force verticale tirant l'*arganeau* en haut l'élevera, ſi elle ſurpaſſe deux neuviémes, ou la cinquiéme partie du poids abſolu de l'ancre. Il faut donc, pour faire que le *jas* reſte couché ſur le fond, que cette force ſoit moindre que ladite cinquiéme partie du poids abſolu de l'Ancre, ſans quoi l'action du *cable* élevera le *jas*. Poſant donc le poids de l'Ancre hors de l'eau $= \pi$, il faut faire que $\frac{sP}{c} - p$ ſoit toujours moindre que $\frac{\pi}{5}$. Ce que nous venons d'exprimer par des formules générales, nous l'expliquerons dans la ſuite par des exemples particuliers tirés des régles de la Navigation, pour en faire voir l'utilité. Cependant il faudra tâcher d'avoir quelque connoiſſance, quand même elle ſeroit fort imparfaite, de la force horiſontale que le Vaiſſeau exerce, déſignée par P. Il n'y a que cette force dont la détermination ſoit difficile & vague; voici cependant quelques réflexions qui pourront nous donner quelques éclairciſſemens là-deſſus.

XVI.

Tant que le Vaiſſeau n'eſt pas encore arrêté ni le *cable amarré*, on peut modérer la force P, comme on le trouve à propos, en *filant* le *cable* plus ou moins : il eſt *loué* pour cet effet, c'eſt-à-dire, diſpoſé en rond pour pouvoir en laiſſer paſſer par l'*écubier* autant qu'on veut, ſans que le Vaiſſeau ſoit retardé beaucoup par l'Ancre, ſi la choſe le demande

ainſi. Nous ne dirons donc rien pour ce cas ſur ladite force P, puiſqu'elle dépend abſolument de la diſcrétion de ceux qui filent le *cable* : il ne tiendra qu'à eux de faire qu'elle ne ſurpaſſe jamais un certain degré, & tant qu'elle n'eſt pas plus grande que $\frac{c}{5} \times (p + \frac{\pi}{5})$, elle n'élevera point l'*arganeau*, en vertu du troiſiéme Corollaire du précédent article.

Mais le Vaiſſeau étant arrêté, il ſoûtient encore l'effort des vents, celui des courants & les coups de Mer. L'effort des vents contre un Vaiſſeau n'eſt pas bien grand, quand les voiles ſont baiſſées : celui des courants l'eſt beaucoup davantage. Voici comment je l'ai déterminé pour une Frégate, ſur laquelle j'ai fait autrefois un trajet ſur Mer.

Je remarquois un jour qu'avec un vent en poupe d'environ 20 ou 22 pieds par ſeconde (c'eſt-à-dire, qui faiſoit parcourir à l'air l'eſpace de quelques 20 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois par le moyen d'un certain Inſtrument que j'avois inventé & préparé à ce deſſein) nous faiſions 6 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois encore par le moyen d'une Boule d'yvoire attachée par un fil, laquelle je plongeois dans l'eau, en remarquant l'inclinaiſon du fil qui en provenoit. [M. Poleni s'eſt ſervi enſuite de la même méthode, dans ſa Piéce qui a remporté le Prix de 1733, digne de cette glorieuſe récompenſe, & je l'ai trouvée fort bonne, moyennant quelques regles que l'expérience m'a fait remarquer.] Les voiles, qui étoient perpendiculaires à la direction du vent, pouvoient avoir toutes enſemble une ſurface à peu près égale à 2000 pieds quarrés. La vîteſſe relative du vent contre les voiles étoit donc 14 ou 16 pieds par ſeconde, qui eſt telle que la peſanteur naturelle produit dans un corps qui tombe de la hauteur d'environ 4 pieds : d'où il ſuit, en ſe ſervant de la regle de M. Mariotte ſur la force des Fluides, (que je cite ici, quoiqu'il y ait quelque correction à faire, me réſervant de publier un jour ma nouvelle Théorie ſur cette matiére, que j'ai confirmée par un grand nombre d'expériences très-exactes,) que la force du vent contre les voiles

étoit égale au poids d'un prisme d'air haut de 4 pieds fait sur une base de 2000 pieds quarrés, c'est-à-dire, au poids de 8000 pieds cubiques d'air; & comme du temps de cette observation l'air étoit assez chaud, je crois ne devoir donner à un pied cubique d'air que le poids d'une once, de sorte que toute la force du vent devient égale à 8000 onces ou 500 livres. Or dans un Vaisseau, dont la vîtesse est uniforme, la résistance de l'eau est égale à la force qui le pousse; notre Frégate souffroit donc alors une résistance de 500 livres, & si on l'avoit affermie à l'Ancre contre un courant de 6 pieds par seconde, ce courant auroit fait contre la Frégate un effort horizontal encore de 500 livres; (je dirai ici en passant, que le poids de notre *maîtresse Ancre* étoit aussi d'environ 500 livres;) c'est cette force que nous avons appellée *P* ci-dessus. Si la vîtesse des courants est moins grande, leur force contre le Vaisseau en devient aussi moins grande: mais cela ne va pas tout-à-fait, comme on croit communément, en raison quarrée des vîtesses; car un nombre infini d'expériences a fait voir que cette regle, quoique fort exacte dans les mouvements violents, s'écarte beaucoup de la vérité dans ceux qui se font lentement, comme M. Newton a fait voir dans ses *Princ. Mathem. Philos. nat. edit.* 3me. Ce que nous venons de dire suffit pour nous donner une idée de la grandeur de la force absoluë horisontale d'un Vaisseau déja arrêté, puisque cette force provient la plûpart des courants de la Mer contre le Vaisseau, quoique la cause de ces courants puisse varier. Disons encore deux mots sur l'effort des lames contre les Vaisseaux.

On sçait que les lames ne sont qu'un mouvement réciproque des eaux qui montent & descendent alternativement sans changer de place, qu'autant qu'elles sont emportées par les courants: elles n'agissent donc qu'en élevant avec précipitation le Vaisseau, qui est obligé par-là de s'approcher très-vîtement de l'endroit qui répond verticalement à l'Ancre; & comme le Vaisseau ne sçauroit obéir assés promptement, le cable en reçoit une forte impression, qui fait quelquefois

déraper l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable* : cette impreſſion eſt d'autant plus grande que le mouvement des lames eſt prompt & grand, & que le *cable* approche plus de la poſition verticale. La maniére de connoître en gros cette force, ſeroit de ſçavoir le temps d'une ondulation, la hauteur de laquelle le Vaiſſeau eſt élevé, & combien le Vaiſſeau eſt obligé par cette élévation de s'approcher de l'endroit qui eſt *à pic* avec l'Ancre : car ſi, par exemple, le Vaiſſeau étoit élevé de 12 pieds en 3 ſecondes, & qu'il fût obligé par-là de faire un eſpace de 6 pieds ſur la ſurface de la Mer vers l'Ancre, on pourroit chercher quelle ſeroit la force qui dans le temps de 3 ſecondes pût faire parcourir au Vaiſſeau 6 pieds depuis le repos. Mais ces recherches ſeroient trop ennuyeuſes, & n'appartiennent pas aſſés à notre ſujet principal.

Enfin il arrive auſſi que les eaux des lames ſe roulent près leur ſurface, & viennent à ſe briſer contre les Vaiſſeaux : mais cet effort n'eſt pas fort conſidérable, parce que ces eaux ne ſont pas en grande quantité, & qu'elles ne cauſent par leur choc qu'un léger trémouſſement aux parties du Vaiſſeau.

Quand on a jetté deux Ancres ou trois, on connoîtra par les regles de la décompoſition des forces, quel effort chaque *cable* & chaque Ancre ſoûtiennent.

XVII.

Nous avons examiné juſqu'ici toute la théorie des Ancres, depuis le moment qu'elles ont touché le fond de la Mer juſqu'à celui qu'on veut deſancrer. Ce deſancrage ſe fait en tirant le *cable* par le moyen du *cabeſtan* juſqu'à faire venir l'Ancre à *pic* ; quelquefois pour faire plus vîtement, on gouverne le Vaiſſeau juſqu'au même endroit en le *virant de bord*. Lorſqu'il y a pluſieurs Ancres, on deſancre par le moyen d'une Chaloupe en *boſſant* l'Ancre, c'eſt-à-dire, en *amarrant la boſſe* qui ſaiſit le *cable*, & qui eſt un bout de corde garni d'un *cul de porc* double à chaque bout.

Je viens maintenant au point principal ; c'eſt de parcourir toutes les parties des Ancres à part, d'examiner leur fonction, & de voir de quels changemens & corrections elles ſont ſuſceptibles.

XVIII.

Commençons par le *Jas*. Nous avons déja vû qu'il sert à mettre la *croisée* dans un plan vertical, ce qui est absolument nécessaire pour le *mouillage*. Nous avons démontré encore dans les articles IV, V, VI, VII, VIII, & IX, qu'il est beaucoup plus naturel aux Ancres (en donnant à leurs parties les proportions ordinaires) d'avoir hors de l'eau la *croisée* dressée que couchée sur le fond, & même que cette derniére situation ne sçauroit qu'être extrêmement rare à certains égards, mais qu'à cause de la légereté du *Jas* dans les Ancres submergées, les deux positions leur sont à peu-près également naturelles, & même que la *croisée* se couche plus facilement qu'elle ne se dresse, sur-tout lorsque le *cable* commence à se roidir, & que la *patte* n'est pas encore entrée bien avant dans le sable, laquelle derniére circonstance nous avons démontrée dans les articles XIV & XV. Or comme la sûreté du *mouillage* demande absolument que la *croisée* présente toûjours au fond l'une de ses *pattes*, il faut sans doute fixer là toute l'attention : mais il suit des articles IV & V, que plus le centre de gravité d'une Ancre submergée est près de l'*arganeau*, & plus le *jas* est long, plus la juste position des Ancres sera sûre. Ne vaudroit-il donc pas mieux de faire le *jas* de fer que de bois, ou du moins de le garnir tout autour d'une grosse plaque de fer? Le succès de cette correction est sûr & infaillible pour donner la position requise aux Ancres. Il semble que ceux qui se sont avisés les premiers de mettre des *jas* aux Ancres, n'ont fait consister leur action que dans la longueur, sans faire attention que leur poids en augmente le plus considérablement l'effet: sans cela je suis sûr qu'ils n'auroient pas manqué de le faire d'abord de fer. Voyons cependant quelle influence ce changement aura sur les autres circonstances, puisqu'une chose est souvent bonne à un certain égard, & mauvaise à un autre. Il ne sera donc pas hors de propos de faire attention ici à ce que j'ai marqué dans le XIVme article, sçavoir que si l'Ancre est dans sa juste position, l'action du *cable* peut facilement élever

l'*arganeau*, & par-là renverſer l'Ancre : il ne faut pour cela dans les Ancres ordinaires qu'une force verticale qui ſoit égale à la cinquiéme partie du poids de l'Ancre, comme j'ai dit à la fin du XVme article : mais ſi on faiſoit le *jas* de fer, quoique du même poids qu'on le fait de bois, il faudra une force verticale qui ſoit environ égale à la moitié du poids de l'Ancre pour élever l'*arganeau*, & l'action du *cable* ne peut guére produire une ſi grande force verticale, à moins que la *patte* ne ſoit déja entrée bien avant dans le fond, auquel cas l'Ancre ne ſçauroit plus ſe renverſer, ni peut-être ſa *vergue* être élevée par cette force, quoiqu'aſſez grande pour l'élever dans une Ancre libre. On me dira peut-être que l'Ancre devient trop lourde ou trop peſante en faiſant le *jas* de fer ; mais j'ai déja répondu à cela, qu'on peut le faire du même poids qu'on a coûtume de faire les *jas* de bois, ne prétendant pas qu'on lui donne l'épaiſſeur ordinaire ; il ſuffira de lui donner la moitié de l'épaiſſeur qu'on donne à la *vergue*, & de cette maniére il ne deviendra pas plus peſant que s'il étoit de bois, & ne laiſſera pas d'avoir encore autant de force. On pourra diminuer l'épaiſſeur du *jas* vers les deux bouts, comme on fait aux *jas* de bois, parce que c'eſt au milieu que le *jas* ſouffre le plus, & qu'il doit par conſéquent être le plus épais. Quant à la longueur du *jas*, il eſt vrai que plus il eſt long, mieux il ſervira pour mettre l'Ancre dans ſa juſte poſition ; cependant il ne faut pas augmenter ſon poids ſans néceſſité, car ſa groſſeur devant être proportionnée à ſa longueur il deviendroit trop peſant, ſi on vouloit le faire plus long que de coûtume : ſa longueur ordinaire ſuffira, comme on voit aſſés par le VIIme article, qui ne doit point être changé pour être appliqué à l'état de ſubmerſion, lorſque les *jas* des Ancres ſont faits de fer & ſemblables aux *jas* de bois par rapport à leur poids & à leur longueur.

XIX.

Après le *jas*, nous conſidérerons la *Vergue*. Chacun voit un grand nombre d'inconvenients qui proviendroient, ſi on

on vouloit faire la *vergue* tout-à-fait courte. Je ne ferai ici attention qu'à trois points, qui sans doute sont les principaux. Le premier regarde l'angle *APB* dans la seconde Figure, qui en vertu du XIVme article doit nécessairement être obtus : or si on faisoit la *vergue* assez courte pour que le point *B* tombât entre les points *A* & *C*, on voit que cet angle deviendroit aigu, & l'Ancre tout-à-fait impropre pour l'ancrage. Il faut donc que la *vergue AB* soit plus longue que *AC*, qui marque, pour ainsi dire, la longueur du rayon osculateur de la courbûre *AP* que je suppose déterminée. Si on faisoit *AB* d'une longueur infinie, l'angle *CPB* deviendroit égal à l'angle *ACP* qui est d'environ 30 degrés ; mais je démontrerai ci-dessous que cet angle *CPB* doit être d'environ 27 degrés, & il obtient ladite grandeur, en faisant *AB* neuf ou dix fois plus longue que *AC* : mais une telle longueur, quoique la plus avantageuse à cet égard, seroit énorme, étant cinq fois plus grande que la longueur qu'on donne ordinairement à la vergue : il vaut donc mieux aggrandir l'angle *CPB* (qui n'est que d'environ 15 degrés) par un autre changement dans la structure des Ancres, que par celui de la longueur de la *vergue* : mon intention n'a été jusqu'ici que de démontrer qu'on ne sçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard du premier point dont nous venons de parler.

Le second point, sur lequel la longueur de la *vergue* a quelque influence, regarde la facilité avec laquelle l'Ancre prend l'une des deux positions qui lui sont naturelles, & dont j'ai parlé dans le IIIme article & les suivants. Or les formules des articles IV & V, m'ont fait connoître à cet égard que plus on allonge la *vergue*, plus l'Ancre prendra facilement sa position requise pour l'ancrage, car la raison de *HI—Hλ* à *HI—HL* dans la premiére Figure (dont j'ai parlé au VIme article) en devient toûjours plus grande. Nous avons trouvé dans le VIIme article cette raison comme 7 à 2 pour les Ancres non submergées, & cette même raison convient aussi aux Ancres submergées, dont le *jas* est de fer, & du même poids qu'on donne aux *jas* de bois, tels que

j'ai conſeillé de faire dans le précédent article ; mais ſi on faiſoit la *vergue* d'une longueur infinie, cette raiſon ſeroit environ comme 11 à 2, & par conſéquent plus grande : cela fait voir qu'on ne ſçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard de ce point, non plus qu'à l'égard du premier.

En troiſiéme lieu la longueur de la *vergue* peut faciliter le deſancrage : car lorſque la *patte* s'eſt trop enfoncée dans le fond, le deſancrage ſe fait avec aſſez de peine, ſur-tout après les tempêtes, par la raiſon expoſée à la fin du XIVme article ; en ce cas l'Ancre étant *à pic*, la *vergue* ſert d'un long levier, moyennant lequel on fait renverſer à la *patte* le ſable endurci qui la retient.

Il eſt donc enfin de la *vergue* comme du *jas* : on ne ſçauroit dans la théorie les faire trop longs ni l'un ni l'autre : ce qui doit les borner, conſiſte ſimplement en ce qu'il ne faut pas augmenter le poids des Ancres ſans en tirer une utilité ſuffiſante, d'autant qu'en faiſant leurs parties plus longues, il faut auſſi les faire à proportion plus épaiſſes & plus fortes, étant alors plus ſujettes à ſe rompre ou à ſe plier.

On fait au reſte les *vergues* cylindriques, c'eſt-à-dire, d'une épaiſſeur égale dans toute leur longueur. Si on n'avoit égard en cela qu'aux riſques que la *vergue* court de ſe courber ou de ſe rompre par les différents efforts qu'elle ſouffre, il eſt certain qu'il faudroit donner une toute autre proportion à ſes différentes épaiſſeurs, & nommément les augmenter vers la *croiſée*, & les diminuer vers le *jas* ; mais ces changements entraîneroient d'autres inconvénients : car toute Ancre doit avoir un certain poids, & il eſt indifférent pour le ſuccès de l'ancrage de quelle maniére ce poids ſoit diſtribué, pourvû que le centre de gravité ne ſoit ni trop près de la *croiſée*, ni trop près du *jas* : s'il eſt trop près de la *croiſée*, l'Ancre en prend plus difficilement ſa juſte poſition, & c'eſt-là l'inconvénient d'augmenter les épaiſſeurs de la *vergue* vers la *croiſée* ; & ſi au contraire le centre de gravité étoit trop près du *jas*, la force qui fait entrer la *patte* dans le fond deviendroit trop petite. Je crois donc qu'on peut laiſſer les *vergues*

cylindriques telles qu'on les fait ; mais au reſte il faut abſolument les faire auſſi longues qu'il eſt poſſible, en conſervant la même maſſe ou le même poids, ſans les rendre trop foibles ou trop ſujettes à ſe courber ; cette regle eſt certaine, mais ſon réſultat ne ſçauroit être déterminé que par un grand nombre d'expériences. Quant enfin au bout quarré de la *vergue*, on voit bien qu'on le fait quarré, & plus gros que le reſte, pour empêcher davantage le *jas* de tourner autour du bout : mais ſi on fait le *jas* de fer, comme j'ai conſeillé de faire par de fortes raiſons, on ſoudera la *vergue* au *jas*, comme on la ſoude à la *croiſée*.

XX.

Examinons maintenant la *Croiſée*. Sa courbure eſt ce qui ſe préſente d'abord à l'eſprit, & qui paroît le plus de conſéquence. Il eſt vrai que c'eſt une aſſez petite portion de courbe, qui pourra toûjours paſſer ſans grande erreur pour une portion du cercle oſculateur, c'eſt-à-dire, d'un cercle décrit du rayon *P C* (*Fig.* 2.) qui eſt perpendiculaire à l'extrémité de la *croiſée*, puiſque l'angle *A C P*, qui eſt la meſure de toute la courbure de la demi-*croiſée*, n'eſt que de 30 degrés. Mais comme on doit employer une exactitude géométrique dans toutes ſes recherches, celle-ci ne ſera pas hors de ſa place. La principale queſtion ſera de ſçavoir les conditions auxquelles il faudra ſatisfaire, c'eſt ſur quoi je ſuis bien perſuadé que chacun aura une idée particuliére, & ce ſera à examiner laquelle aura le plus de poids & de vraiſemblance. Pour moi je me ſuis enfin fixé à un ſimple arc de cercle ; car il n'y a que cette courbe dont les parties congruent parfaitement en les appliquant l'une ſur l'autre. Cette courbe donne par-là un grand avantage à la *croiſée* ; car en l'enfonçant davantage, chaque partie poſtérieure prend la place d'une antérieure, & ainſi le ſable du fond n'eſt déplacé qu'autour du bord de la *patte*. Si l'on prend toute autre courbe, il faudra qu'au moindre enfoncement chaque partie de la *croiſée* ſe faſſe jour, & ſurmonte un nouvel obſtacle, ce qui rend les enfoncements plus difficiles, & fait en même temps que l'Ancre ſe

tient moins ferme dans le sable qu'elle aura élargi de tout côté. On pourra faire l'expérience de ce que je viens de dire fort facilement avec un clou courbé de maniére que les deux tangentes tirées aux extrémités fassent un angle donné : car on trouvera que si on donne au clou une courbûre circulaire, il entrera plus facilement, & tiendra ensuite plus ferme que si on lui avoit donné toute autre courbûre, outre que ses parties en souffriront moins. On m'objectera peut-être ici, & une personne d'autorité à qui j'ai communiqué mes pensées sur cette matiére, l'a fait, que ce raisonnement suppose le centre *C* en repos, & que l'Ancre n'est plus entraînée par le Vaisseau : je réponds à cela, 1°. Que si on vouloit considérer le mouvement progressif de l'Ancre, chaque degré de vîtesse demanderoit une autre courbe, quoique d'une même classe. 2°. Que la courbûre de la *croisée* est indifférente jusqu'à ce que la *patte* soit déja entrée dans le fond, & que dès-lors l'Ancre est ordinairement déja affermie, & qu'il ne s'agit plus que de l'affermir davantage. Voilà la raison qui m'a fait choisir la courbure circulaire préférablement à une autre, & cela d'autant plus qu'elle est sans doute la plus facile à forger.

La longueur de la *croisée* est relative avec celle du *jas ;* plus la *croisée* est courte par rapport à celle du *jas*, plus l'Ancre se couchera facilement sur le *jas :* il ne faut donc pas la faire longue sans nécessité, & cela d'autant moins que la croute sablonneuse & pénétrable n'est pas fort épaisse, comme j'ai rapporté au Xme article ; mais aussi doit-on faire la *croisée* assez longue pour que la *vergue* ne l'empêche pas d'enfoncer davantage, sur-tout lorsque le fond est tel que la *patte* y entre avec beaucoup de facilité ; car en ce cas, elle doit entrer bien avant pour s'y tenir ferme sans labourer le fond. On peut remarquer encore, qu'en choisissant pour la *croisée* la courbure circulaire d'un même rayon, l'angle *CPB* est proportionnel à la longueur de la *croisée ;* on auroit donc à cet égard un avantage en la rendant plus longue, puisque les proportions indiquées au second article, ne donnent à cet angle que 15 degrés, & qu'il devroit être, comme j'ai

déja marqué, de 27 degrés. Mais comme cet angle peut être augmenté d'une autre maniére, qui ne préjudicie pas aux autres points; cette raiſon ne doit pas nous engager à faire la *croiſée* plus longue que de coutume. A mon avis, il ſuffira de donner à la *croiſée* la longueur d'un arc circulaire de 60 degrés, quoiqu'ordinairement on la faſſe un peu plus longue, autant que j'ai pû juger par les Figures.

Les épaiſſeurs de la *croiſée* ſont diminuées vers les extrémités pour deux raiſons: l'une eſt que les différentes forces qui agiſſent ſur la *croiſée*, & qui pourroient la courber ou la rompre, ſont plus ſenſibles ſur le milieu que ſur les extrémités: la ſeconde raiſon eſt, que l'on donne par-là aux deux *branches* la nature du coin, qui les fait entrer plus facilement dans le fond.

L'angle que l'extrémité de la *croiſée*, ou bien de la *patte*, doit faire avec le fond, le *jas* y étant couché horiſontalement, eſt un des points eſſentiels: ſi on donne à la *croiſée* la figure d'un arc-de-cercle, ſi on lui donne 60 degrés d'ouverture, & ſi on fait le rayon égal à la moitié de la *vergue*, l'angle *APB* devient égal à 105 degrés, & l'angle *CPB* à 15 degrés. Mais ils me paroiſſent trop petits: leur plus avantageuſe grandeur dépend du rapport des forces qui font mordre la *patte* dans le fond, dont l'une provient du poids de l'Ancre, & l'autre eſt la force *BF* qui tire l'Ancre horiſontalement, & dont j'ai expliqué l'action dans le XIVme article.

Soit donc encore, comme dans le XVme article, le poids abſolu de l'Ancre $= \pi$, ſon *jas* étant de bois, j'eſtime le poids de l'Ancre ſous l'eau $= \frac{2}{3}\pi$. Poſons d'ailleurs, comme dans le IX. article, le centre de gravité d'une telle Ancre être à la diſtance d'un tiers de la *vergue* depuis la *croiſée*, & on aura la preſſion que la *patte* exerce ſur le fond de la Mer par le poids de l'Ancre, égale à $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\pi$, ou $\frac{4}{9}\pi$. On trouve à peu près la même valeur de $\frac{4}{9}\pi$ pour les Ancres garnies d'un *jas* de fer, tel que j'ai conſeillé de faire dans le XVIIIe article; parce que ſi d'un côté le *jas* eſt plus peſant ſous l'eau,

le centre de gravité eſt au contraire plus loin de la *croiſée*. Voilà ce qui regarde la premiére force.

Quant à la force horiſontale *B F* (que nous avons appellée *P* dans le XVme article) nous en avons donné un exemple au XVIme article, en faiſant voir qu'elle étoit égale au poids de 500 livres, au cas qu'elle fût produite par un courant de 6 pieds par ſeconde : cette force de 500 livres étoit à peu près égale au poids de la maîtreſſe Ancre que le Vaiſſeau en queſtion portoit : mais il s'en faut beaucoup que la force horiſontale, dont il s'agit ici, doive être eſtimée ſi grande : car outre que les courants ſont ordinairement beaucoup moins forts, ne faiſant guéres au-delà de 2 ou 3 pieds par ſeconde, il ne faut pas conſidérer ici les forces que le Vaiſſeau ſoûtient étant déja affermi à l'Ancre, mais celles qui retardent le Vaiſſeau par la manœuvre de l'ancrage, l'Ancre n'étant pas encore entrée dans le fond. On peut alors conſidérer la réſiſtance de l'Ancre, qui eſt égale à la force *P*, comme produite par le ſimple frottement que l'Ancre ſouffre, étant traînée par ſa *patte* & ſur une ſurface ſablonneuſe ſemblable à celle du fond de la Mer. Les expériences qu'on a faites à cet égard ſur différens corps & différentes ſurfaces, me font eſtimer ladite réſiſtance égale à un tiers du poids que l'Ancre a ſous l'eau, ou égale à deux neuviémes du poids abſolu de l'Ancre. Si je me trompe dans cette eſtime, du moins eſt-il évident que je n'ai pas manqué dans l'excès : la force horiſontale, égale à la même réſiſtance, doit donc être pour le moins poſée égale à $\frac{2}{9}\pi$, & ainſi les deux forces en queſtion, dont il s'agit d'eſtimer le rapport en gros, ſont donc comme $\frac{4}{9}\pi$ à $\frac{2}{9}\pi$, c'eſt-à-dire, comme 2 à 1. Cela ſignifie que la patte *P* eſt preſſée par deux forces, l'une exprimée par *PH* qui eſt verticale, produite par le poids de l'Ancre, & l'autre repréſentée par *P L* qui eſt horiſontale, produite par l'action du *cable*, & que la premiére eſt tout au plus double de la ſeconde. Si l'on acheve le rectangle, la diagonale *PI* exprimera la force réſultante des deux dites forces, & l'on voit

que c'eſt la direction de cette diagonale que l'extrémité de la *patte* doit avoir, parce que de cette maniére les deux forces combinées enfoncent directement la *patte* dans le fond. On trouve la même choſe par la méthode *des plus grands & des moindres*. Puiſque donc *PH* eſt double de *PL*, & que *PI* doit être une tangente en *P*, il ſuit que l'angle *LPI* eſt de 63 degrés, & ſon complément *CPB* (car l'angle *CPI* eſt droit) de 27 degrés. [Ce calcul doit être un peu changé pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, en ce qu'elles ne perdent pas tant de leur poids par la ſubmerſion, de ſorte que la force *PL* en devient un peu plus grande ; on pourra donc bien faire dans ces Ancres l'angle *CPB* de 30 degrés. La même méthode ſert auſſi à déterminer l'angle que le coutre d'une charrue doit faire avec la ſurface des champs qu'on laboure.] Si la force horiſontale exprimée par *PL*, eſt ſuppoſée plus grande par rapport à ſa compagne *PH*, ledit angle *CPB* devroit être encore plus grand ; cependant de la maniére qu'on fait les Ancres, il ne va guéres au-delà de 15 degrés. Il y a pluſieurs maniéres de remédier à ce défaut ; mais la meilleure, à mon avis, ſera de courber davantage la *croiſée*, ou, ſi l'on veut, de garnir le *jas* dans ſes extrémités de deux piéces de bois d'une figure ſphéroïdique fort applatie, en faiſant paſſer le *jas* par leurs centres. Par-là l'extrémité de la *vergue B* ſe hauſſeroit, & l'angle *CPB* en deviendroit plus grand. Ces changemens peuvent ſe faire ſans le moindre préjudice pour aucune fonction des parties qui compoſent l'Ancre.

XXI.

Je finirai cet examen par quelques réflexions ſur le *cable*. Il importe beaucoup que le *cable* tire l'Ancre le plus horiſontalement qu'il eſt poſſible ; la force horiſontale *BF* (c'eſt toujours la ſeconde Figure) en devient plus grande, & la verticale *BO* plus petite ; l'un & l'autre point eſt avantageux pour l'ancrage en vertu du XIVme article. Il faut donc, après avoir jetté l'Ancre, filer le *cable* aſſez vîtement pour empêcher qu'il ne ſe roidiſſe avant que le Vaiſſeau ſoit à une

grande distance, comme, par exemple, double de la profondeur de la Mer qui répond à l'Ancre. Si après cela on roidit le *cable* avec une certaine force, il est à remarquer que l'angle *EBN* (qui est celui que le *cable* fait avec le fond de la Mer) dépend encore de cette même force à cause du poids que le *cable* a sous l'eau, & qui lui fait prendre la figure d'une *chaînette* convexe vers le fond, & concave vers la surface de la Mer. On pourroit croire d'abord que la courbure du *cable* approche si fort de la ligne droite, & par conséquent l'angle *EBN* si fort de celui que le *cable* fait avec la surface de la Mer, que les différences peuvent être négligées; mais nous verrons le contraire, si nous appliquons les Théoremes du XVme article à la présente question, & ensuite à quelque exemple fondé sur les principes de la Navigation. Car en retenant les dénominations que nous avons faites dans ledit XVme article, nous trouverons le sinus de l'angle *EAH* (*Fig.* 3.) qui est égal à l'angle que le *cable* fait avec le fond horisontal de la Mer, de la maniére suivante. Achevez le rectangle *EAFH*, & la diagonale *AH* marquera la force équivalente aux deux forces *AE* & *AF*, & ainsi *AH* sera une tangente en *A* & égale à $\sqrt{(AE^2+AF^2)}$, c'est-à-dire,

$$=\sqrt{(PP+\overline{\tfrac{s}{c}P-p}^2)}=\sqrt{(PP+\tfrac{ss}{cc}PP-\tfrac{2s}{c}Pp+pp)}=\text{(à cause que } cc+ss=1)\sqrt{(\tfrac{PP}{cc}-\tfrac{2sPp}{c}+pp)}.$$

Or *AH* est à *AF* comme le sinus total au sinus de l'angle *EAH* ou *EAG*; on a donc le sinus de l'angle cherché $EAH=\frac{sP-cp}{\sqrt{(PP-2scPp+ccpp)}}$. Cet angle est donc nul, lorsque $sP=cp$, & si sP étoit plus petit que cp, j'ai déja marqué ci-dessus qu'une partie du *cable* se couchera sur le fond, & l'*arganeau* ne laissera pas d'être tiré horisontalement. Appliquons maintenant ladite formule à quelques exemples, tels qu'ils sont ordinaires dans la Navigation.

Soit $c=2s$, c'est-à-dire, que le *cable* fasse avec la surface de la Mer un angle de 27 degrés. Supposons *P* égale à 125 livres,

livres, qui font le quart du poids de l'Ancre dont j'ai fait mention dans le précédent article, & par conſéquent un peu plus que $\frac{2}{9}\pi$. Si dans ces hypothéſes il reſte au *cable* ſubmergé ſeulement un poids de $62\frac{1}{2}$ livres, ce poids ſuffira pour faire évanouir l'angle en queſtion, & le *cable* aura une direction horiſontale près l'*arganeau*. Si ledit poids étoit plus grand, une partie du *cable* ſera traînée ſur le fond de la Mer; mais s'il n'étoit, par exemple, que de 25 livres, il faut, pour trouver l'angle du *cable* avec le fond de la Mer, poſer $P = 125$, $p = 25$, $s = \frac{1}{\sqrt{5}}$, & $c = \frac{2}{\sqrt{5}}$, après quoi on trouve le ſinus de l'angle $EAG = 0,22825$, & par conſéquent l'angle même de 13° 12′, ce qui fait connoître que s'il ne reſte au *cable* baigné que le poids de 25 livres, il ne fera plus avec le fond de la Mer, qu'un angle de 13° 12′, pendant qu'il forme avec la ſurface de la Mer un angle de près de 27 degrés; marque que ces deux angles ſont toujours bien différents; & cela eſt très-avantageux au ſuccès du *mouillage*, que j'avois peine à comprendre avant ces Théoremes; car ſi le premier angle étoit auſſi grand que le ſecond, le *cable* ne manqueroit guéres, pour peu qu'il ſe roidit, d'élever l'*arganeau* & de renverſer l'Ancre. Au reſte il arrivera facilement que le *cable*, qui porte un Ancre de 500 livres, (tel eſt celui dont nous parlons) ait ſous l'eau un poids de 20, 30, juſqu'à 100 livres ou plus, ſelon qu'il a beaucoup de braſſes de baignées: car chaque braſſe d'un tel *cable* peſe ordinairement hors de l'eau depuis 12 juſqu'à 15 livres, & je crois que ſous l'eau il peſera pour le moins une livre & demie, de ſorte que 42 braſſes peſeront déja les $62\frac{1}{2}$ livres dont j'ai fait mention dans cet article.

Après ce que nous venons de dire, nous entendrons plus diſtinctement ce qui a été dit dans le troiſiéme corollaire du XVme article, ſçavoir que pour prévenir l'élévation de l'*arganeau* par l'action du *cable*, il faut que $\frac{s}{c}P - p$ ſoit moindre que $\frac{1}{5}\pi$, ou bien que p ſoit plus grand que $\frac{s}{c}P$

$-\frac{1}{5}\pi$. Ainſi dans l'exemple que nous venons d'alléguer, il faut mettre $\frac{s}{c}=\frac{1}{2}$, $P=125$, & $\pi=500$; d'où il ſuit, ſelon la régle, que p doit être plus grand que $62\frac{1}{2}-100$; par conſéquent la valeur de p eſt en ce cas toujours aſſez grande, puiſque $62\frac{1}{2}-100$ eſt un nombre négatif. Mais ſi la force P devenoit plus grande, ou ſi le *cable* faiſoit un plus grand angle avec la ſurface de la Mer, il pourroit arriver que ſans le poids du *cable*, l'*arganeau* ne manquât pas d'être élevé, & l'Ancre d'être renverſée ſur ſa *croiſée :* car ſi, par exemple, le *cable* coupoit la ſurface de la Mer ſous un angle de 45 degrés, la force P demeurant la même, on trouveroit $\frac{s}{c}P-\frac{1}{5}\pi=25$; d'où nous pouvons conclure que l'Ancre ſe renverſera ſûrement en ce cas, à moins que le poids du *cable* ſubmergé ne ſoit plus grand que de 25 livres.

Puiſque donc le poids du *cable* ſous l'eau eſt une choſe ſi utile, & quelquefois ſi néceſſaire au *mouillage*, on tâchera de rendre les *cables* d'une peſanteur ſpécifique plus grande qu'ils ne ſont ordinairement, ſans pourtant augmenter leur poids abſolu. Je m'imagine que cela eſt facile à faire, & ſans déroger à leurs autres qualités. On pourroit auſſi charger le *cable* d'un poids de quelques quintaux, plus ou moins, ſuivant la grandeur de l'Ancre, à la diſtance de quelques braſſes depuis l'*arganeau*. Il naîtra de ceci, outre les avantages déja expliqués, un autre, dont je n'ai pas encore fait mention : qui eſt que le *cable* s'écartera par-là davantage de la ligne droite, ce que je préſume pouvoir être d'une très-grande utilité contre les coups de Mer, leſquels, par une action trop précipitée, font quelquefois *déraper* l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable*, comme j'ai dit à la fin du XIVme article : car le *cable* pouvant ainſi prêter en longueur, amortira peu à peu, par un méchaniſme fort ſimple, l'effet de ces coups de Mer. Il me ſemble d'avoir lû quelque part une invention de M. Perrault, fondée ſur un pareil principe, mais beaucoup plus embarraſſée, & je n'ai pas entendu qu'on ait mis en exécution ſes conſeils.

On me dira peut-être que lorſque la Mer n'eſt pas bien profonde dans une rade, le *cable* ne ſçauroit s'écarter beaucoup de la ligne droite ; mais auſſi alors les lames ne ſont pas à craindre, n'étant pas fort hautes.

XXII.

Voilà mes réfléxions ſur la meilleure conſtruction des Ancres ; je n'ai pas oublié en les faiſant, combien il eſt facile de changer en pis dans des choſes qu'un long examen & une infinité d'expériences ont produites ; c'eſt pourquoi je n'ai rien voulu changer dans la ſtructure ordinaire des Ancres, qui ne fût fondé ſur des principes ſûrs, tirés de la Méchanique & de la Navigation : j'eſpere qu'on trouvera ces principes bien établis, & qu'ils ſerviront aux gens de Mer, intelligens en ces matiéres, à ſuppléer ce qui pourroit manquer dans cette Diſſertation, & à donner la derniére perfection aux Ancres.

S'il y avoit quelque choſe qui pût me faire pancher pour une nouvelle ſorte d'Ancre, ou pour plus de corrections à faire aux Ancres, ce ſeroit le défaut de ſûreté dans le ſuccès du *jas*, deſtiné à dreſſer la *croiſée*, & l'inaction de celle des *branches* qui regarde en haut. Il eſt facile d'inventer des Ancres qui n'ayent qu'une ſeule ſituation naturelle, & pour peu qu'on y veuille penſer, on s'en imaginera pluſieurs ſortes plus ou moins compoſées : j'en propoſerai une pour exemple dans l'article ſuivant.

XXIII.

On pourroit faire la *vergue AC* (*Fig.* 4.) avec ſon *arganeau L*, comme dans les Ancres ordinaires, mais au lieu des deux branches qui compoſent la *croiſée*, il ſuffira ici d'en faire une repréſentée par *AE*, & en place du *jas*, on pourroit mettre une ſphére *FBHG*, dont la partie ſupérieure *BFG* ſoit de bois, & l'inférieure *BHG* de fer. Il eſt clair qu'on peut donner une telle proportion à ces parties, que *AE* ſe mette toujours dans un plan vertical, & préſente ſa pointe au fond, de quelque maniére que cette eſpece d'Ancre ſoit d'abord ſituée, & elle prendra ladite ſituation, qui ſeule lui *Fig.* 4.

eſt naturelle, d'autant plus facilement que l'action du *cable* la remue continuellement, & que le fond de la Mer eſt, ſuivant les obſervations de M. Marſigli, aſſez dur pour ne pas permettre à la ſphére de s'y embourber par ſon propre poids, lequel enfoncement pourroit peut-être empêcher ou retarder l'Ancre de ſe mettre dans ſon état d'équilibre.

Il y auroit beaucoup à dire ſur la nature d'une telle Ancre, & ſur les poportions qu'il faudroit donner à ſes parties : mais comme les choſes trop nouvelles ſont rarement écoutées pour l'exécution, à laquelle les Sçavans ont la moindre part, ce ſeroit un commentaire perdu. Je finirai donc ici mon Diſcours, après avoir dit encore quelques mots ſur la meilleure maniére d'eſſayer les Ancres.

XXIV.

J'entends par la *maniére d'eſſayer les Ancres*, celle de ſçavoir tout ce qui leur arrive pendant le *mouillage*, depuis le moment qu'elles ont été jettées dans la Mer juſqu'après le *déſancrage*. L'eau & la profondeur de la Mer empêchant de voir ce qui ſe paſſe au fond, même dans les rades les moins profondes, je crois que le meilleur expedient ſeroit de faire l'eſſai des Ancres ſur terre, & d'imiter parfaitement toutes les circonſtances qui ont du rapport à l'ancrage : il me ſemble, après l'examen que nous avons fait du méchaniſme des Ancres, que l'exécution de cette idée ne ſeroit pas tout-à-fait impoſſible ; & je ſuis confirmé dans ce ſentiment par les expériences que j'ai faites, quoique groſſiérement, & que j'ai citées dans le XIIme article : voici ce qu'il faudroit obſerver en ſuivant ce deſſein.

On choiſira un terrein propre pour cet effet, ſçavoir horiſontal, dont la conſiſtance ſoit d'un ſable durci & conglutiné, ayant la ſurface un peu raboteuſe : en un mot, on tâchera d'imiter le fond de la Mer, tel qu'il eſt ordinairement dans les lieux propres au *mouillage*, le mieux qu'il eſt poſſible, en ſuppléant par l'Art ce qui manquera à cet égard au terrein qu'on aura choiſi.

On examinera à part la peſanteur ſpécifique du *jas ;* pour

moi je crois qu'elle eſt à peu près égale à celle de l'eau : on apprendra par-là combien le *jas* eſt ſoûtenu par l'eau de la Mer, & on appliquera au milieu du *jas*, en faiſant l'eſſai des Ancres, une force verticale qui tire le *jas* en haut, & qui ſoit égale à $\frac{7}{8}$ parties de la force avec laquelle le *jas* eſt ſoûtenu par l'eau de la Mer ; j'en rabats une huitiéme, à cauſe que le reſte de l'Ancre, qui eſt de fer, perd pareillement une huitiéme de ſon poids par ſa ſubmerſion. On pourroit, d'une maniére plus ſimple, alléger le *jas*, & rendre par-là ſon effet pareil à celui qu'il a au fond de la Mer, en tirant l'Ancre ſous un plus grand angle qu'elle ne l'eſt ordinairement au fond de la Mer, ce qui feroit preſque le même effet. Ces précautions ſeroient ſuperflues pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, mais elles ſont très-eſſentielles pour les *jas* de bois : on n'a qu'à confronter enſemble le VIIme & le IXme article pour s'en convaincre, ſans parler du reſte.

On fera d'abord coucher l'ancre ſur ſa *croiſée*, & on la tirera enſuite par le moyen d'un cabeſtan planté à une certaine diſtance, & ſur quelque hauteur. On verra qu'étant tirée avec une certaine vîteſſe, elle ſe dreſſera d'elle-même, & on examinera avec quelle vîteſſe elle doit être enſuite traînée pour la faire mordre plus vîtement dans le ſable. On fera l'angle que la direction du *cable* forme avec le fond près l'*arganeau*, depuis 0 juſqu'à 20 ou 25 degrés, & on remarquera que plus cet angle eſt petit, plus la *patte* s'enfoncera vîtement. On examinera quelle force il faudra d'abord appliquer, & comment ces forces doivent enſuite être variées pour avancer la manœuvre ; mais il ſuffira de l'augmenter juſqu'à ce que la force immédiate qui tire horiſontalement l'Ancre ſoit égale à ſon poids : car une Ancre qui eſt aſſez enfoncée pour pouvoir réſiſter à une force directe égale à ſon poids, peut être regardée comme tenant aſſez ferme au fond, puiſqu'elle eſt capable de retenir un Vaiſſeau contre un courant de 6 pieds par ſeconde, comme nous avons vû au XVIme article. On remarquera en même-tems, par

quels degrés les vîteſſes de l'Ancre diminueront, après qu'elle a commencé à mordre dans le fond, & qu'elle eſt tirée avec une vîteſſe uniforme.

Quand l'Ancre tiendra aſſez ferme pour ſoûtenir la force tantôt nommée, on pourra imiter les coups de Mer, dont j'ai traité à la fin du XIVme article. Cela ſe fera, en tirant le *cable* bruſquement & par intervalle avec beaucoup de force.

Enfin, pour connoître comment ſe fait le déſancrage, on n'a qu'à tirer le *cable* ſous une direction ſucceſſivement plus verticale.

J'obmets une infinité d'autres expériences & obſervations qu'on pourra faire en même-tems, ſi l'on eſſaye les Ancres de la maniére que je viens d'expoſer, leſquelles expériences ſeront également utiles pour découvrir la meilleure figure qu'il faut donner aux Ancres, & pour connoître la meilleure manœuvre qu'on doit obſerver pour l'ancrage. Pour faire ces expériences & ces eſſais avec plus d'utilité, on pourra conſulter les raiſonnemens & les calculs que j'ai faits dans le corps de ce Diſcours, & qui en ſeront, comme j'eſpere, confirmés.

FIN de la Piéce qui a partagé le troiſiéme Prix.

DISSERTATIONS LATINES

SUR

LES ANCRES,

QUI REPONDENT

AUX TROIS QUESTIONS

proposées à ce sujet par l'Académie Royale des Sciences.

Piéces qui ont partagé le troisiéme des Prix de l'année 1737.

Par M. le Marquis POLENI.

MONITUM.

IN Dissertationes non inserendum, quod solùm præstantissimis sapientissimisque Judicibus exhibeo, ut iisdem meam sententiam aperiam. Aliam itaque Dissertationem misi pro Programmate pertinente ad annum 1735, *distinctam versu hoc:*

Hìc teneat nostras anchora jacta rates.
Ovidius.

quæ istic signata fuit N°. 3. Sed nunc partes ejus nonnullas mutavi, plures adjeci: itaque vellem illius nullam haberi rationem, sed harum, quas nunc mitto, Dissertationum distinctarum versibus hisce:

Hìc teneat nostras anchora FIRMA rates.
Hìc teneat nostras anchora DUCTA rates.
Hìc teneat nostras anchora CERTA rates.

Præterea Dissertatio quidem una tota pertinet ad Anchorarum Figuram: at in alterius Dissertationis, de artificio præstantiore anchoras ad ustrinam fabrefaciendi, *secunda Sectione, alia quædam (re ita exigente) ad anchorarum Figuram pertinentia proposita sunt. Nihil autem per me impedit, quin ex Dissertatione illa prima, & Sectione hac una computetur Dissertatio; si ita revera faciundum esse videretur Judicibus sapientissimis, quorum arbitrio lucubrationes meas subjectas prorsus esse prudens lubensque intelligo.*

DE

DE
PRÆSTABILIORI FIGURA
QUA
ANCHORÆ
FORMARI QUEANT,
DISSERTATIO.

Hìc teneat noſtras Anchora FIRMA rates.

INITIO Opuſculi hujus licet mihi præfari, planè credere me ad doctrinam Rei Navalis perficiendam nihil aptius excogitari potuiſſe, quàm ut ejus ſtudioſi irent ordine per partes ſingulas, unde tota conſtat Nautica eadem Res. Quemadmodum enim (utor exemplo pervulgato, ſed quod facit magnoperè ad propoſitum illuſtrandum) perfecta efficiuntur horologia, cùm rotularum, tympanorum, cæterarumque machinularum ſingula genera fabricantur artifices ſinguli, omnem induſtriam in ſuo quique genere ponentes; ita dixerimus, Nauticam doctrinam tum denique abſolutam numeris omnibus fore, cùm ſigillatim formata & perpolita membra ad unum veluti componendum corpus erunt comparata. Atque hæc quidem cogitatio & cura digniſſima fuit ſolertiâ ſapientiâque Illuſtris Academiæ Regiæ Scientiarum; quæ non per ſe modò ſcientias vitæ humanæ cumprimis utiles auget, perficitque; verùm etiam aliis tum optimam ſuppeditat rationem, quâ illæ exornentur; tum ad hoc idem honeſtiſſima

addit incitamenta. Si qua autem ſunt nautica inſtrumenta quorum accurata poſtuletur conſideratio, hæc certè Anchoræ ſunt, ex quibus navium eſt tuta atque firma ſtatio tranquillo mari; & ſubſidium maximum inter ſævientes tempeſtates ac procellas. Periclitari igitur juvat, ſi fortè poſſim operâ meâ qualicumque conferre quidpiam in utilitatem communem: utcumque enim caſura ſit res, præclarum haud dubiè fuerit, pro parte virili elaborare in eo, quod valde commodum publicè eſt, & vel ex auctoritate unâ proponentium ſapientum virorum eximium habet momentum.

Diſſertationem autem hanc dividam in partes omninò quatuor: ac primùm experientiâ comite, rationeque duce evincam, bicipitem anchorarum figuram eximiam eſſe: agam poſtea de anchorarum figurâ relatâ ad earumdem pondera atque ad partium earumdem proportionem: tum, expenſis anchorarum partibus aliis, principis partis, hoc eſt, brachii earumdem figuram determinabo: & demum exponam, quo additamento figuram anchoræ juvari, & ut rem totam perfici poſſe, exiſtimem. Ante omnia verò, perſpicuitatis majoris gratiâ, Definitiones nonnullas præponam.

DEFINITIONES.

I.

Anchora (*Ancre*) eſt inſtrumentum ferreum *ABCD* (*Fig.* 1.) quo, partim propter pondus, partim propter acumina ſua fixa in aliquo fundo, ſiſtuntur naves & retinentur. Anchoræ autem plures ſunt partes: & primùm,

II.

Virga Anchoræ (*la Verge*) eſt ferrum *Pe*, in minoribus anchoris (exceptâ ſuperiori parte) teres, at in majoribus terminatum faciebus quatuor, fermè planis. Cum virgâ autem (quæ ceu anchoræ princeps pars reputari debet) anchoræ partes reliquæ conjunguntur.

III.

Si per centra baſis & ſummitatis virgæ intelligatur ducta recta linea *eP* (quemadmodum in cylindro à centro circuli

basis ad centrum circuli summitatis ducitur axis) linea hæc appelletur Virgæ Axis.

IV.

Caput autem Virgæ (*Bout de la Verge de l'Ancre*) est superior Virgæ extremitas *Pu*, paulò latior ad latera *aX*, *EF*, referens figuram parallelepipedi ex basi rectangulâ. Huic capiti committitur Axis ligneus de quo infrà.

V.

Ansulæ Capitis Virgæ (*Tenons de l'Ancre*) sunt duæ exiguæ veluti prominentiæ; altera *nm*, altera in opposita facie respondens ipsi *nm*; quæ arctè comprehenduntur intra internas partes axis lignei (de quo infrà) impediuntque, ne idem axis secundùm virgæ longitudinem ascendere aut descendere queat.

VI.

Anchorale (*le Cable*) est funis, cui anchora alligatur.

VII.

Foramen Anchoræ (*Trou de l'Ancre*) est (*Fig.* 1.) *g* in virgæ capite excipiens annulum.

VIII.

Annulus Anchoræ (*l'Arganeau, ou Organeau*) est annulus *EA*, ex ferro crasso formatus, transiens per Anchoræ foramen *g*. Huic annulo anchorale religatur. Obtegitur autem annulus funiculis circumligatis, ut in annulo, *LM* (*Fig.* 2.) ne anchorale annulo religatum, usu assiduo tractioneque teratur, atque consumatur.

IX.

Brachium Anchoræ (*Bras*) est ramus veluti quidam ferreus *CB*, vel *CD* consertus & ferruminatus cum virgæ infimâ parte *eC*.

X.

Pars *eC*, quâ cum Brachiis virga cohæret, dicatur Anchoræ Nodus.

XI.

Pedes Anchoræ (*les Pattes*) sunt crassæ ferreæ laminæ *EIK*, & *DGH* triangularis formæ, cum brachiorum extremitatibus

solidissimè conjunctæ & ferruminatæ ; aptæ ut mucronibus suis in fundo maris figantur, eumque mordeant : atque ita in fundo fixæ *anchoræ* hærentes *sidere* ab antiquis dicebantur.

XII.

Brachiorum extremitates *B* & *D* Mucrones Brachiorum appellentur.

XIII.

Si concipiatur planum aliquod transire per virgæ axem *eP* ac per mucrones *B* & *D*, id planum nuncupabitur Anchoræ Planum.

XIV.

Sectio plani anchoræ & superficiei internæ brachii *De* sit linea *DSse* : hæc nimirum ea erit, secundùm cujus ductum formata esse anchoræ brachia *CD* & *CB*, intelligetur. Linea autem hæc dicetur Linea Brachii.

SCHOLIUM.

Quoniam anchoræ brachium, dum anchora trahitur, vim tantùm efficit parte suâ internâ *eD*, nullam autem vim exercet externâ parte *Gq* ; idcirco satis erit figuræ partis internæ illius, sive lineæ brachii, rationem habere.

XV.

Si ex mucrone *D* ducatur recta *DR* perpendicularis ad virgæ axem *eP* : linea *DR* dicetur Sagitta Brachii, & linea *eR* nuncupabitur Brachii Sagitta Versa.

XVI.

Aures anchoræ (*les Oreilles*) dicuntur pedum anguli *I*, *K*, & *G*, *H*.

XVII.

Dentes Anchoræ dicebantur ab Antiquis Anchoræ Brachia ; sive hæc pedibus munita essent, sive non : unde illud, *dente tenaci Anchora fundabat naves* : cùm enim dicitur anchora dente fundare navem, idem est ac si diceretur navem anchorâ retineri.

XVIII.

Recurva Anchoræ pars (*la Crosse*) est pars *BCD* ex brachio utroque constans ; quæ pars cum virgæ extremitate composita, crucis figuram veluti quandam refert.

XIX.

Axis ligneus Anchoræ (*Essieu, ou Jouet de l'Ancre*) componitur ex duobus crassis asseribus ligneis, quorum alter est (*Fig.* 3.) *ABEF;* in quo notare oportet crenam *CD*, quæ capiti *AF* (*Fig.* 1.) virgæ secundùm longitudinem pro dimidiâ parte quadrare perfectè debet. In eosdem præterea inseruntur capitis virgæ Ansulæ illæ duæ, quarum una est *nm*. Duo hi asseres virgæ caput crenis suis comprehendentes ita, ut plano per virgam & mucrones pedum anchoræ ducto perpendiculares existant, clavis compacti, arctèque inter se connexi, ligneum anchoræ Axem (*Fig.* 2.) *GHIK* formant. Hoc ligneo Axe fit; ut, uno anchoræ pede directo sursum, pes alter tendens deorsum fundo infigatur.

XX.

Anchora magna (*Maîtresse Ancre*) ea in qualibet nave dicitur, quæ cæteras navis ejusdem anchoras pondere ac magnitudine superat; adhibeturque dumtaxat, ut periculum aliquod evitetur. Ab Antiquis Sacra Anchora appellabatur.

XXI.

Anchora secunda, quæ aliquanto minor est sacrâ anchorâ, inservit navi in statione retinendæ.

XXII.

Anchora tertia (*Ancre d'Affourche*) magnitudinis minoris quàm secunda, postquam alia jacta fuit, ita jacitur; ut si prior sit ad dexteram, hæc ad sinistram sit; atque ut utriusque anchoralia, ubi navem intrant, angulum forment.

XXIII.

Anchora quarta, sive lutuosa (*Ancre de Toue, ou Boueuse*) prioribus minor, in aliquâ à navi distantiâ jacitur; & anchoralis extremitate alterâ ad annulum anchoræ religatâ, alterâ ad ergatam, refertur, ut hujus versatione navis trahatur versùs eam partem, quâ Anchorâ tenetur.

XXIV.

Funis index (*Lorin*) is est cujus extremum unum alligatur anchoræ brachiis (aliquando annulo) extremum verò alterum tenetur suberis frusto aut levi alio innatante corpore; ut,

si anchorale ab anchorâ disjungatur, innatantis illius signi indicio anchora possit reperiri.

SCHOLIUM.

Qui attributi sunt quatuor illis generibus anchorarum usus etsi plerumque ejusmodi sint; aliquando tamen (pro re natâ) fit, ut ad eos usus aliud pro alio anchorarum genus adhibeatur.

SECTIO PRIMA.

De variis Anchorarum, præsertim veterum, figuris differitur: concluditurque, ratione & experientiâ ostendi, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præstare.

§. I.

De Anchorarum inventione prima, & de usûs earumdem antiquitate.

NON ut Auctorum Veterum loca congererem; sed ut quidpiam pertinens ad judicium ferendum de Anchoris, quibus nunc utimur, hæc subjeci. Antiquissimi inter profanos Auctores, Homeri Poemata qui de Græco in Latinum verterunt, anchoræ verbum pluries adhibuere: ita legimus (utar versione adhibitâ ab Josua Barnes) [a] *Anchoraſque ejecerunt*; &, [b] *In alto verò in anchoris ſtabiliamus*; &, [c] *Neque anchoras ejicere*; &, [d] *Extrà verò anchoras jecerunt.* Græcum autem verbum, ab Homero ad *anchoram* indicandam usurpatum, est εὐνὰς, quod propriè *cubile* significaret: & translatè *anchora* dicta fuit *cubile*, quoniam instrumentum est, quo requiescit navis: utcumque verò de ea voce sit, certum est, antiquissimis illis temporibus instrumenta aliqua, quæ jacerentur ad naves stabiliendas, fuisse in usu.

[a] *Ilias A. v. 436.*
[b] *Ilias Z. v. 77.*
[c] *Odyss. I. v. 137.*
[d] *Odyss. O. v. 497.*

De primo tamen ejusmodi instrumentorum, sive anchorarum, Inventore non liquet, ut [e] Jo. Schefferus, & nonnulli alii animadvertere. [f] Plinius Tyrrhenis inventionem

[e] *De Militia Navali. Lib. 2. cap. 5. p. 147.*
[f] *Lib 7. cap. 56. non cap. ult. ut Scheffe-rus habet.*

tribuit, si veteribus editionibus stemus; legimus enim: [a] *Rostra addidit Piscæus: Tyrrheni anchoram: Eupalamus eamdem bidentem: Anacharsis harpagonas: & manus Pericles.* Sed Harduinum si sequamur, inventionem Eupalamo adtributam dicemus, cùm ille [b] *Locum vitiosâ interpunctione laborantem* se sanavisse, scribat, modo hoc: [c] *Rostra addidit Piscæus Tyrrhenus: anchoram Eupalamus: eamdem bidentem Anacharsis: harpagonas & manus Pericles.* Huic autem interpunctioni facilè adsentior; Harpagonas enim & manus unius generis instrumenta esse, mihi persuadetur, præsertim à Curtio. [d] *Ferreæ* (hic scribit) *quoque manus* (*harpagonas vocant*) *quas operibus hostium injicerent.* Ita conciliatur Plinii narratio cum [e] Strabonis narratione, qui Ephorum scripsisse narrat, *Anacharsidis* (ut Xylander vertit) *esse inventa fomites, ancipitem anchoram, ac rotam figuli.*

[a] *Aldina edit. Tom. I. p. 171.*

[b] *Plinii Paris. Editio anni 1723. Tom. I. p. 432.*

[c] *In citato tomo p. 418.*

[d] *Lib. 4. c. 9.*

[e] *Lib. 7. Editæ anni 1707. p. 464.*

At Midæ inventionem anchoræ tribuisse Pausanias videtur; cujus locus (ex Amasæi interpretatione) est hic: [f] *Eam urbem* (Ancyram) *Midas Gordii filius condiderat: & ad meam sanè usque ætatem permansit anchora ab eo inventa, in Jovis æde.* Nolo quærere num verbum illud ἀνεῦρεν à Pausania adhibitum, quod redditur *adinvenit*, ambiguum sit: tamque significet novum rei modum excogitare, quàm aliquid, puta absconditum, reperire. Non tamen præteribo; ita anchorarum inventionem ad fabulosa tempora referri, cùm à Mida Bacchus hospitio susceptus perhibeatur.

[f] *In Atticis, sive Lib. 1. c. 4.*

Itaque haud mirum, si Auctores dissenserint in re nimiæ antiquitatis tenebris involutâ. Ac ipse quidem inter varios Auctores dissensus certum est vetustatis inventionis indicium. Concludemus igitur, usum anchorarum (fortasse ipsi Navigationi coævum) certè esse longè antiquissimum.

§. II.

De Veterum Anchorarum materiâ.

NOnnulli credidere, ex eo Homeri versu, qui ita vertitur, ... [g] *funemque solverunt à pertuso lapide*, demonstrari posse

[g] *Odyss. N. v. 77.*

perantiquum anchorarum lapidearum usum. At versu illo res significatur longè diversa: quandoquidem lapides pertusi in portubus *pro palis sive annulis ferreis fuere*: quemadmodum doctè animadvertit [a] Berkelius, qui Hesychii ad citatum Homeri locum verba (rem totam conficientia) adjicit in Latinum conversa: *consueverunt in portubus perforare lapides, ut iisdem nautæ retinacula adjungant.*

[a] *In Annotationibus ad Stephanum Byzantinum Editionis ejusdem Steph. anno 1694. p. 24.*

Sed anchoras lapideas à Veteribus fuisse adhibitas, ex Apollonii Rhodii Argonauticis certè discimus. Ab eo enim (de Græco in Latinum Hoelzlino vertente) hæc sunt:

[b] *Hic etiam minusculum lapidem, qui pro anchora fuerat,*
Extractum de consilio Typhi exposuerunt ad fontem,
Ad fontem Artacium, aliumque legerunt, qui justioris esset
Momenti.

[b] *Lib. I. p. 955.*

Et ex Stephani Byzantini opere *de Urbibus* inscripto, ad vocem *Ancyron* (ex laudati Berkelii interpretatione) habemus hæc: *Ancyron, Urbs Ægypti, cujus meminit Alexander Rerum Ægyptiacarum lib. XIII. Ita autem vocata est, quia ibi ex adjacente lapidicina, anchoras lapideas, quibus utebantur, scindebant.* Ex Arriani autem Periplo Ponti Euxini (ut fert Stuckii interpretatio) habentur hæc: [c] *Anchora quoque navis Argûs ibidem* (verba fiunt de Urbe Phasi) *ostenditur, quæ cùm sit ferrea non mihi visa est antiqua; licèt magnitudine pariter atque formâ nonnihil ab anchoris nostrorum temporum differat, tamen videtur esse recentior. Ac ulterius cujusdam lapideæ anchoræ fragmenta pervetusta ibidem visuntur, quæ quidem verisimilius est antiquissimæ illius anchoræ argonauticæ reliquias esse.* Et ex [d] Athenæo (non [e] *in nave Philopatoris*, ut tradidit Schefferus, sed in descriptione ejus navis Hieronis, quam Archimedes in mare pertraxit) discimus; *quatuor navem* Hieronis *anchoras habuisse ligneas, ferreas octo.*

[c] *Arriani Ars Tactica, &c. Ed. an. 1683. pag. 120.*

[d] *Deipnosoph. Lib. 5. c. 11. Ed. an. 1657. p. 208.*

[e] *Lib. cit. p. 148.*

Addere autem hìc possem, ligneis anchoris inditum adnexumque fuisse plumbum, aut quodpiam metallum aliud: possem, ex peregrinantium relationibus ostendere, nonnullos etiamnum populos anchoris marmoreis uti: narrare possem, ab aliquibus corbes saxis oneratas, saccos arenâ repletos, aliaque

aliaque hujuſmodi gravia pro anchoris ſive adhibita, ſive adhibenda proponi. Sed non vacat perſequi hæc; quæ aut meliorum artium defectui, aut alicui profectò neceſſitati tribuenda eſſe videntur. Satis erit commonſtraviſſe, temporibus quidem vetuſtiſſimis in uſu extitiſſe lapideas anchoras: vetuſtis tamen etiam temporibus (ut vel ex uno Athenæo, & ex nummis mox proferendis liquere ſanè poteſt) illarum loco, ferreas anchoras à cultioribus populis ſubſtitutas, adhibitaſque fuiſſe.

§. III.

De ferrearum veterum Anchorarum quæ uno tantùm dente erant inſtructæ, figurâ.

CUm Plinius anchorarum inventionem tribuat Eupalamo, deinde verò, eas bidentes redditas fuiſſe ab Anacharſi, narret, credibile fit, primas illas Eupalami, uno tantùm dente fuiſſe inſtructas; atque conjicere etiam licet, eas ferro unco ſimiles extitiſſe. Ad genus autem Anchorarum præditarum unico dente referendæ videntur illæ, de quibus ſcripſit [a] Pierius Valerianus: nimirùm ait ille, Anchoras quaſdam fuiſſe *dentibus in acutum recto ductu mucronatis*: tum verò addit idem Pierius; *quam* formam (*Fig.* 11.) *in nummo veteri apud eruditiſſimum virum Romulum Amaſæum vidimus.* Similiſque figuræ imagines me quoque vidiſſe memini; & conjicere licet earumdem partem *ABC*, multo formatam metallo, prægravem (hoc eſt *pondus anchoræ*) fuiſſe.

[a] *Hieroglyphica. Lib.* 45. *Ed. an.* 1626. *p.* 483.

Addam autem, ceu parergon, poſtremis etiam hiſce temporibus fabrefactas fuiſſe aliquas uno dente anchoras: teſtemque adhibebo [b] Nicolaum Witſen, cujus verba in Latinum converſa hæc ſunt: *Verum quidem eſt fieri etiam anchoras uno tantùm dente inſtructas, bidentibus leviores, tranquillo tempore adhibendas; ſed de hiſce, quæ parvi facio, plura non addam.* Hactenus ille. Ego verò de hujuſmodi anchoris mentionem injeci, quoniam juvat figuras noſcere etiam minùs utiles;

[b] *Aeloude en Hedendaegſche Scheeps-Bouw. &c. p.* 117.

ut, plenâ veluti comparatione institutâ, figura inde melior tutiùs inveniatur.

§. IV.

De ferrearum veterum Bidentium Anchorarum figurâ.

SEleuci I. Nicatoris, cujus in Syria Regni Epocha ad annum 312. ante salutem reparatam refertur, nummos duos (*Fig.* 4. & 5.) [a] Spanhemius dedit: itemque tertium (*Fig.* 6.) Antiochi I. Soteris, Seleuci I. filii, qui post mortem patris regnare cœpit an. ante Chr. 282: quartum item ac quintum (*Fig.* 7. & 8.) Demetrii II. cognomento Nicatoris, in Syriæ Regnum assumti an. ante Chr. 146. At nummum sextum (*Fig.* 10.) [b] Schefferus suppeditavit: idemque anchoræ figuram, ex marmore antiquo depromtam (*Fig.* 13.) cui similem exhibuit [c] Nicolaus Witsen, descriptam ex albo marmore, in quo eam sculptam Romæ viderat (ut scribit) subterraneo in loco. Et ex [d] Henrico Norisio septimi (*Fig.* 12.) qui Hadriani est, nummi exemplum desumsi.

His tutò addi potuissent figuræ depromtæ ex [e] Harduini Nummis Antiquis, ex [f] Thesauro Brandemburgico, ex Musæo Parmensi, ex Thesauro Morelliano, &c. Havercampii, in Liviâ Familiâ. Plures etiam alias afferre potuissem: at (ne commemorem, non omnibus eâdem ratione esse fidendum) satis quidem allatæ sunt instituto nostro. Non tamen ignoro, numismatis ac marmoribus, quantùmvis antiquis, nonnihil interdum inesse, quod artificum aut inscitiæ, aut *fingendi libidini potiùs* (ut Car. Stephanus aiebat) *quàm veritati respondeat:* vitiis itidem sæpè non carent iis, qui vel delineando, vel incidendo in æs, illorum exempla edunt: nihilo tamen minùs non dubito quin plurimùm luminis, atque bonæ frugis, ex figuris illis possit haberi.

Primùm autem animadvertemus, unâ Figurarum earumdem contemplatione apparere perspicuè, ab singulis imaginibus illis anchoras repræsentari, non marmoreas, quæ figu-

[a] De præstantia & Usu Numismatum. *Ed. an.* 1706. *pag.* 405. & 406.

[b] De Militia Navali Veterum. *p.* 149.

[c] *Aeloude en Hedendaegsche Scheeps-Bouw. &c. p.* 41.

[d] De Epochis Syromacedonum. *p.* 465.

[e] *Sec. Editio. p.* 17 & 85.

[f] *Pag.* 342.

ris illis præditæ, figurâ illâ minimè utiles esse potuissent; sed metallicas, nimirùm ferreas, neque enim ex alio metallo flatæ anchoræ à Veteribus commemorantur.

Virgas anchorarum pleraſque teretes fuisse ex figuris itidem ipsis conjicere possumus. Observabimus tamen (*Fig.* 5.) virgæ, prope brachia, nodum veluti quemdam: & (*Fig.* 8.) in medio virgæ annulare foramen; aſt, de eo nummo, in quo foramen illud cernitur, Spanhemius scribit: [a] *accedit Demetrii II. seu Nicatoris adductus in Hiſtoria Regum Syriæ, cum anchora itidem in averſa ejus parte, nummus;* in [b] *Hiſtoria* tamen *Regum Syriæ* edita ab Joan. Foy-Vaillant (*vide Figuram* 9.) foramen illud non apparet, sed nodus potiùs, vel globus (*B*) eâ figurâ referri videtur. De illâ autem virgæ parte mihi propterea non reticendum putavi, quòd illius sive foraminis, sive nodi, usus fortasse aliquis esse potuerit. Demum addam, videri, virgam postremæ Figuræ (*Fig.* 13.) planis faciebus fuisse formatam.

[a] *Loco citato.*

[b] Seleucidarum Imperium, sive Hiſtoria, *&c. Ed. an.* 1682. *pag.* 271.

Foramina autem (aut annulos) in quæ inducerentur anchoralia ut alligarentur, ad virgarum capita videre est: si excipias Figuras 5 & 6, in quibus desunt, vel operariorum, qui imagines formaverunt, incuriâ, vel fortasse quòd in nonnullarum anchoratum usu anchoralia ligneis earumdem axibus religarentur.

Brachiis autem binis anchoræ illæ omnes instructæ sunt: (sunt nimirùm bidentes.) In aliis autem singula brachia habent singula flexus puncta, & quodammodo figuram æmulantur arcuum, quibus emittuntur sagittæ: in aliis (*præsertim Fig* 7. *&* 10.) unicâ præditæ sunt curvaturâ, non secus ac hisce temporibus fieri consuevit. In imaginibus tamen illis curvaturæ cernuntur paulò majores, quàm nunc fiant: sed putandum non est, eas curvaturas ab imaginum earumdem artificibus fuisse ad unguem (ut aiunt) effictas.

Pedes anchorarum valde similes iis, qui nunc in usu sunt, aliquibus anchoris olim additos fuisse, pro certo habeo. Idque jam suprà nominatus [c] Pierius Valerianus eleganter expresserat ita: *Animadvertendum est, anchoram, quæ in nummo*

[c] *Loco citato.*

Titi habetur, extrema dentium in vomeris ſpeciem dilatare, cujuſmodi Figuram Aldus noſter imitatus eſt in omnibus quos impreſſit Libris; in horum autem frontibus (jam ante ducentos & triginta circiter annos formatæ) imagines anchorarum, pedibus bellè inſtructarum, cernuntur. Ita etiam obſervari queunt in aliquibus ex iis (*Fig.* 7 *&* 10.) quos attuli, nummis. In nonnullis etiam aliis anchoras pedibus ornatas me vidiſſe memini: cujuſmodi eſt (causâ exempli) Gordiani nummus, quem ex [a] Farneſiano Muſæo protulit Paulus Pedruſius.

[a] *I. Cæſari in argento. Tomo quarto, Tavola VI. Fig.* 11.

Axibus item ligneis armatas fuiſſe multas antiquas anchoras, planè exiſtimo: quamvis [b] Joan. Schefferus videatur de illis dubitaſſe: cùm ita ſcribat: *Obſerva* anchoras, *nullis in tranſverſum lignis, ſicut hodie conſuevit, vulgò apud Veteres inveniri inſtructas, ſive pictorum incuriâ, ſeu, quod magis credo, quoniam in uſu non fuerunt:* quatuor tamen deinde recenſet nummos, *in quibus quid iis* (lignis in tranſverſum) *ſimile apparere affirmat.* Quibus nummis quatuor alii addi queunt (*Fig.* 6. 7. 8. 12.) à nobis exhibiti; unde facilè ſpecies illæ, minimè obſcuræ, ligneorum (niſi quis malet eas partes ferreas credere) axium haud leve argumentum ipsâ multitudine efficiant. Sed in duobus (*Fig.* 4. *&* 5.) Seleuci I. nummis axium, qui lignei reputandi ſint, imagines perſpicuè magis apparent; ex quibus ſanè dubitationes tolli quodammodo poſſe videantur.

[b] *Loco citato.*

Ad anchoræ partis recurvæ medium (*Fig.* 13.) apparet foramen *A*, ſive annulus quidam; & ei fermè ſimilia foramina etiam in duorum (*Fig.* 6. *&* 12.) nummorum anchoris conſpiciuntur. Eis, credibile eſt, indita fuiſſe extrema vel funium indicum (ſi illis temporibus adhibebantur) vel fortiorum funium ad anchoras vellendas, tollendaſque.

Itaque ferrearum anchorarum veterum (vel ante noſtram Æram vulgarem utiliter adhibitarum) figuras reſpiciendo; eas virgis, foraminibus aut annulis, brachiis, pedibus & axibus ligneis præditas, ſatis ſimiles fuiſſe iis, quæ nunc ſunt in uſu, concludemus.

§. V.

De figurâ Anchorarum ornatarum dentibus tribus.

ANchoræ (ut ita dicam) tridentis exemplum habetur *in effigie longæ navis Venetæ* (cujus proram cum Anchora in Figura 14 videre eſt) *picta in Concilio Florentino, Romæ edito à D. Juſtiniani, pag.* 382; ut Jo. Harduinus refert, qui ad ſuas in [a] Plinium annotationes figuram ipſam adjecit. Illud tamen in hujuſcemodi Anchoris incommodum maximè foret, quòd cùm duo dentes (ut quidem contingeret ſæpiſſimè) fundum morderent, uterque eſſet admodum obliquus; & polleret vi minore, quàm ſi unus dens ad perpendiculum in fundum immergeretur.

[a] *Tom. I. p. 413. Sec. Edit.*

At ſi tridentium Anchorarum uſus eſſet inducendus, facilè proponerem videri mihi, ad addendum bidentibus anchoris brachium unum poſſe cogitationem converti: eâ tamen ratione; ut, ſi linea conſueta brachiorum eſſet (*Fig.* 15.) ZeB, duorum brachiorum lineæ De, Ge, cum Ze, ſingulæ comprehenderent angulum graduum 15; quare totus angulus DeG graduum 30 eſſet: & duo anguli DeB, GeB, gradus 165 ſinguli æquarent. Ita pedes anchoræ ſubjectum fundum mordere faciliùs inciperent: immerſa (ut ſæpe contingeret) duo brachia DC, GS, fortiùs reſiſterent: immerſum brachium BC validiùs teneret ob preſſionem duplicati ponderis brachiorum DC, GS: difficiliùs duo hæc brachia ingrederentur ſaxei fundi maris foraminula & cavernulas, à quibus avelli non poſſunt brachia ſemel immerſa.

Contrà tamen, ſi alterutrum ex brachiis DC, GS, impedimentum offenderet; inde fieret, ut neque conjugatum alterum ſatis immergeretur: ſi pes B fortiùs mordere inciperet; inde rotatio brachiorum DC, GS, eſſet difficilior. Sed hæc indicaviſſe ſufficiet.

§. VI.

De Anchoris quadruplice dente inſtructis.

QUemadmodum diximus de anchoris, quæ ornatæ ſunt dentibus tribus, ita quoque de iis, quæ dentibus quatuor ſunt præditæ, dicendum eſt: nempe duorum dentium immerſionem ſine inſigni eorumdem obliquitate obtineri non poſſe. Si enim fingamus duo plana tranſire per hujuſmodi Anchorarum virgæ axem, perque earumdem pedes, plana hæc ſe ad angulos rectos ſecabunt: quamobrem lineis (*Fig.* 16.) *AB*, *AC*, rectum angulum comprehendentibus poſitio duorum dentium, ſive brachiorum, poteſt repræſentari: atque adeò, ſi linea *BC* ſit fundo parallela, menſura immerſionis erit perpendicularis *AD*, non longitudo brachii *AB*, aut *AC*. Ex hujuſce autem lineæ, brevioris quidem brachiis, conſideratione, vis minor brachiorum eorumdem cognoſci facilè poteſt.

Itaque, etſi earumdem Anchorarum uſus aliquis ſit triremibus ſtabiliendis, plura tamen de iiſdem non addemus; præſertim verò quia præcipuæ illarum proprietates (ſi ſuperiùs indicata animadvertantur diligenter) cognoſci poterunt vel ex iis, quæ de bidentibus anchoris dicere inſtituimus.

Hoc unum addemus, poſſe quatuor brachia componi bina & bina non ſecùs ac duo (*Fig.* 15.) illa *eD*, *eG*, de quibus in ſuperiore Articulo dictum eſt. Ut ſi, quemadmodum duo brachia conſtituta ſunt circa lineam *eZ*, eâdem prorſus ratione duo alia circa lineam *eB* conſtituerentur, quæ comprehenderent angulum æqualem angulo *DeG*, ut in articulo ſuperiore explicavimus. Hujuſmodi Anchora ad genus Bicipitum quodammodo poſſet vocari. Omnibus tamen omnino incommodis non careret. Sed hæc in præſentiâ fuſiùs perſequi non vacat.

§. VII.

Ratione & experientiâ oſtendi videtur, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præſtare.

NEmini dubium crediderim, eò præſtantiores anchoras reputandas, quò ſolidiùs eædem cum fundo, in quem jactæ ſunt, cohæreant.

Cohæſio autem oritur vel ex ſolâ gravitate & aſperitate unius corporis alteri ſuperimpoſiti (unde etiam fiunt attritus aut frictiones;) & talis habenda eſſet cohæſio, ſi corpus aliquod, aquâ gravius, ſuper ſaxeum fundum maris jactum, & alligatum anchorali, detinendæ navi deſtinaretur: vel oritur cohæſio ex immerſione & implicatione partium corporis unius in cavitates corporis alterius, unde fiat ut alterum hoc corpus motui illius reſiſtat, atque adeò illud, ita impeditum, cum hoc cohæreat; & talis cohæſio naſcetur cùm ad naves retinendas figetur corpus aliquod penetrans maris fundum, qui ejus motui obſiſtet. Porrò & per ſe, & dilucidè apparet, ſecundam hanc cohæſionis ſpeciem tum potentiorem, tum Anchoris magis propriam eſſe: quemadmodum vel ipſa natura docuiſſe videtur inditâ cancris ſagacitate; qui, cùm tempeſtates deſæviunt, ut à fluctuum impetu ſe tueantur, pedes in ſubjectum fundum maris immergunt, corporiſque gravitate infixis pedibus incumbentes, uncinatis unguibus ſe ſe ſtabiliunt.

Igitur Anchoræ præditæ ſint oportet eâ figurâ, quâ fiat, ut valenter penetrent maris fundum, atque ut ipſius fundi reſiſtentiam maximam ferre debeant. Ad penetrandum autem nil melius acuto dente, & ad reſiſtentiam fundi offendendam nil melius plano Anchorarum pede excogitari poſſe videtur. Hinc fit, ut unam aut alteram novam figuram, menti meæ obverſantem, exponere prætermittam; non enim uni novitati, ſed præſtantiori utilitati eſt veliſicandum.

Nunc autem numerum dentium aptiorem definire oportet. Sed jam vidimus, Anchoras vel uno, vel tribus, vel

quatuor dentibus instructas, iis incommodis esse obnoxias; quibus bidentes Anchoræ minimè sunt. Plures verò, quàm quatuor, dentes si esse deberent (quæsivi enim quid contingeret, si quinque vel sex dentibus Anchora ornaretur) nova incommoda tum in fabricatione, tum in usu offenderentur. Bidentes ergo Anchoræ præstabunt.

Ac quidem si rerum antiquarum scrutationem persequemur, perspicuè quidem videbimus, in navium antennis, in malis, in velis, in remorum seu desuetudine, seu varia dispositione, in gubernaculis, atque in nonnullis etiam aliis navium instrumentis, pro varietate temporum, ita varias inductas fuisse mutationes; ut illiusmodi instrumenta nunc formam habeant ab antiquis illis longè diversam, neque nunc simili veteris illius ratione tractentur: sed tamen (quod diligenti animadversione dignum oppidò est) in anchorarum figuris usibusque, ejusmodi variationes haudquaquam observabimus.

Quamobrem bicipites anchoræ illæ antiquis inventæ temporibus, diuturnâque experientiâ probatæ, facilè nobis ostendunt quænam sit ea anchorarum figura, quæ diligenter si perficiatur, possit præstantissima Anchorarum figura reputari.

Antequam tamen figuræ illius perfectionem persequor, juvabit nonnulla præmittere, fini nostro conducentia, ex quibus sequens Sectio componetur.

SECTIO

SECTIO SECUNDA.

Explicatur quæ ad figuræ Anchorarum perfectionem conſtituenda ſunt de regulis ponderum earumdem, de naturâ reſiſtentiæ fundi maris, & de vi quâ naves retinentur, nec non de Anchoræ partium proportione.

§. I.

Pro Figurâ & magnitudinibus Anchorarum exponuntur placita quædam de ponderum earumdem ratione, uſui futura.

SI paulò diligentiùs animadvertatur quid Anchoræ præſtare debeant, ſtatim profectò, multam gravitatis vim eiſdem, ut figantur, ut fundo adhæreſcant (quamvis inde paulò difficiliùs tractentur) perutilem eſſe, comperietur. Itaque nunc in anteceſſum ponam, ceu rationi omnino conſentaneum, in anchorarum majoris momenti determinandis ponderibus, regulas, quibus augeantur pondera ſequendas eſſe potiùs, quàm eas, quibus imminuerentur.

De ponderibus autem ipſis antequàm dico, animadvertere præſtat, ab Auctoribus, qui anchorarum pondera exhibitis librarum numeris definiunt, quantitatem tamen ponderis convenientis uni libræ ab iiſdem adhibitæ, minimè fieri notam. Ego verò è re meâ eſſe exiſtimo admonere, libras in ſupputationibus meis indicatas ejuſmodi eſſe, ut parallelepipedum ex duro ferro, æquale cubicis pollicibus (Pedem Regium Pariſienſem adhibeo) centum & ſexdecim, libras quadraginta duas ac tres uncias pependerit.

Sed accedam ad rem ipſam. [a] Nicolaus Witſen ad rationem ponderum anchorarum definiendam primùm conſtituit, inveniendum eſſe numerum pollicum craſſitiei virgæ anchoræ prope crucem : duplum autem numeri hujuſce auctum

[a] *In Libro aliàs citato, p.* 117.

unitate (at infra libras 1000 auctum binario) exhibere numerum pedum, qui longitudini virgæ ſint tribuendi: tum verò productum ex eodem numero pollicum craſſitiei & ex numero 3 ductum in 100 dare numerum librarum ponderis, quod anchoræ illi conveniet. Utitur exemplo anchoræ cujus craſſities ſit pollicum 6, hujus numeri duplum eſt 12, additâ unitate prodit 13, pro virgæ longitudine: craſſitiei eumdem numerum 6 ducit in numerum 3, procreatoque 18, hujus ſingulis unitatibus libras 100 ponderis aſſignat: itaque invenit libras 1800 pondo eſſe oportere anchoram, cujus virgæ longitudo pedum 13. Deinde infra quingentarum librarum pondus, ſumit triplum numeri pollicum craſſitiei ad definiendum numerum pedum longitudinis virgæ; & cuilibet unitati, contentæ numero pedum virgæ dimidiæ, attribuit centum itidem libras: adhibetque exemplum anchoræ, cujus craſſities pollicum $2\frac{1}{2}$, virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$: quare hujus dimidia pars dat pedes $3\frac{3}{4}$; quorum cuilibet tribuendo libras 100, invenit librarum 375 gravitatem anchoræ, cujus virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$. Præcepta hæc etiam [a] alibi indicata inveni.

[a] Art de bâtir les Vaiſſeaux. *Tom. I. Par. I. pag. 45.*

Poſt hæc ſubjecit Tabellam A, cui hunc præfixit titulum: *Brevis deſcriptio longitudinis, craſſitiei, & ponderis Anchorarum.* [b] Tum ait, navi longæ pedes centum convenire poſſe anchoram, quæ pondo ſit librarum mille; ſubditque Tabellam B, ita inſcriptam: *De longitudine, craſſitie & pondere Anchorarum*, ut ſequitur.

[b] *Wiſen, pag. 118.*

Quamvis autem ſuorum præceptorum nullam auctor afferat cauſſam, & duæ illæ Tabellæ (typographicis etiam erroribus alicubi vitiatæ) neque ſatis inter ſe, neque ſatis cum traditis præceptis conſentientes videantur; attamen propter peritiam & doctrinam Auctoris ejuſdem, ac propter ſummam exemplarium Libri illius raritatem, hæc prætermittenda non putavi: præſertim cùm rebus hiſce lumen aliquod afferre queant.

A

Longitudo.	Crassities.	Pondus.
Pedes.	*Digiti.*	*Libræ.*
5	1 1/4	100
6	2	200
7	2 1/4	300
8	2 1/2	400
9	2 3/4	500
9 3/4	3	600
10	3 1/8	700
10 1/4	3 1/4	800
10 1/2	3 1/2	900
10 3/4	3 3/4	1000
11	4	1100
11 1/4	4 1/4	1200
11 1/2	4 1/2	1300
11 1/4	4 3/4	1400
12	5	1500
12 1/2	5 1/2	1600
12 1/4	5 1/4	1700
13	6	1800
13 1/4	6 1/2	1900
13 1/2	6 1/3	2000

B

Pondus.	Longitud	Crassities Anchoralis (*Nimium circumferentia*).	Crassities circini (*ut puto ad crucem*) Anchoræ.
Libræ.	*Pedes.*	*Lat.*	*Digiti.*
100	5 1/2	7	1 3/4
200	6	7 1/2	2
300	6 1/2	8	2 1/4
400	7	8 1/2	2 1/2
500	7 1/2	9	2 3/4
600	8	10	3
700	8 1/2	11	3 1/4
800	9	12	3 1/2
900	9 1/2	13	3 3/4
1000	10	14	4
1100	10 1/2	15	4 1/2
1200	11	15 3/4	4 3/4
1300	11 1/4	16 1/2	5
1400	11 1/2	17	5 1/4
1500	11 3/4	17 1/4	5 1/2
1600	12	17 3/4	5 3/4
1700	12 1/4	18	5 3/4
1800	13	18 1/2	6
1900	13 1/4	19	6 1/2
2000	13 1/2	20	6 1/3

Aliam, quam duo eruditi Auctores ex Scriptoris Belgæ opere desumserunt [a] Tabellam C, huc quoque ex eorumdem [b] Libris transferre non inutile duxi: cujus Tabellæ numerorum compositio quamvis explicata non sit, inventu tamen facillima est. Perspicuum enim fit, eâ in Tabellâ, ex cujuscumque latitudinis navis duabus partibus quintis effici anchorarum longitudines; hisce autem adhibitis tamquam radicibus, cubos formari exhibentes anchorarum pondera.

[a] *Vide Tabellam* C *ad pagin. sequent.*

[b] Dictionnaire de Marine. *pag.* 29. L'Art de bâtir les Vaisseaux. *Tom. I. Par. II. pag.* 20.

C

Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.	Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchoralium circumferentiæ.	Anchoralium pondera.
Pedes.	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*	*Pedes.*	*Pedes.*	*Libræ.*	*Pollices.*	*Libræ.*
8	$3\frac{1}{5}$	33	4	308	27	$10\frac{4}{5}$	1259		
9	$3\frac{1}{5}$	47			28	$11\frac{1}{5}$	405	14	3808
10	4	64	5	484	29	$11\frac{3}{5}$	1562		
11	$4\frac{2}{5}$	84			30	12	1728	15	4372
12	$4\frac{4}{5}$	110	6	696	31	$12\frac{2}{5}$	1906		
13	$5\frac{1}{5}$	140			32	$12\frac{4}{5}$	2097	16	4976
14	$5\frac{3}{5}$	175	7	952	33	$13\frac{1}{5}$	2300		
15	6	216			34	$13\frac{3}{5}$	2515	17	5616
16	$6\frac{2}{5}$	262	8	1244	35	14	2742		
17	$6\frac{4}{5}$	314			36	$14\frac{2}{5}$	2986	18	6260
18	$7\frac{1}{5}$	373	9	1572	37	$14\frac{4}{5}$	3242		
19	$7\frac{3}{5}$	439			38	$15\frac{1}{5}$	3512	19	7016
20	8	512	10	1940	39	$15\frac{3}{5}$	3796		
21	$8\frac{2}{5}$	592			40	16	4096	20	7772
22	$8\frac{4}{5}$	681	11	2392	41	$16\frac{2}{5}$	4426		
23	$9\frac{1}{5}$	778			42	$16\frac{4}{5}$	4742	21	8576
24	$9\frac{3}{5}$	884	12	2796	43	$17\frac{1}{5}$	5088		
25	10	1000			44	$17\frac{3}{5}$	5451	22	9408
26	$10\frac{2}{5}$	1124	13	3284	45	18	5832		

Si navis latitudo dicatur n, erit huic respondens anchoræ longitudo $\frac{2n}{5}$, & numerus librarum ponderis anchoræ erit $\frac{2n}{5}\Big|^3$. Itaque anchorarum pondera erunt in triplicata longitudinum earumdem ratione: &, cùm etiam similes solidæ figuræ in triplicatâ laterum homologorum ratione sint, proclive est intelligere; eâ Tabellæ regulâ adhibitâ, anchoras tamquam similes figuras posse considerari. Hinc verò num præstans enascatur anchorarum constitutio, proximè sequente articulo expendemus.

II.

Quid desideretur in Regulâ enascente ex superioris Articuli (I.) Tabellâ C, *pro Anchoris figurâ similibus, magnitudine inæqualibus, explicatur.*

SInt duæ, ex congeneri ferro fabrefactæ Anchoræ (*Fig.* 17.) *NBCD* major, & *nbcd* minor, figurâ similes; quamobrem etiam fiet, ut earumdem pondera sint in triplicatâ ratione laterum (puta *EN*, *en*) homologorum, hoc est, in eâdem illâ ratione, quæ in ipsâ Tabellâ C constituitur: quamobrem anchorarum *NBCD*, *nbcd* erunt proportiones secundùm Tabellæ præcepta; atque poterunt, ut ad eamdem spectantes, considerari. Anchorarum autem earumdem brachiorum partes *ZSD*, *zsd* prorsus similes, ita sint foraminibus, aut cavernulis saxei fundi maris infixæ atque inhærentes, ut è loco diverti non possint.

Nunc quærere oportet anchorarum illarum resistentias in similibus partibus; puta in basibus *IET*, & *iet*; quibus in partibus virgæ anchorarum ex suis crucibus prodeunt. Cùm autem nuperis temporibus in *Resistentiarum Solidorum* doctrinâ, magnâ cum laude, versati sint [a] Mariotus, [b] Varignonius, [c] Musschenbroekius, profectò juvabit, jam recepta de Solidorum Resistentiâ adhibere Theoremata. Præterea verò nonnullis utar hypothesibus, sive postulatis, quæ subjeci.

[a] Traité du Mouvement des Eaux. *V. Partie. II. Discours.*

[b] *Memoires de l'Acad. des Sc. an.* 1702. *pag.* 66.

[c] Dissertationes Physicæ Experimentales. *pag.* 552. §. Valet hæc, *&c. pag.* 528.

I. Varii esse possunt anguli *ENV*, *enu* directionum virium: exempli gratiâ, vires *V* & *u* ita applicatæ esse possent, ut sursum traherent; quare fieret, ut virgarum pondera opponerentur viribus illis. Præstat tamen observare, à nobis expendendas tantùm esse eas virium trahentium positiones, quibus vires trahentes conspirant cum ponderum viribus: si enim anchorarum resistentias æstimare debemus, quid contingat cùm adversùs ipsas agunt vires utræque, est quærendum.

II. Quamvis autem parallelepipeda *EN*, *en* horizontalia non sint, neque vires *V* & *u* ad perpendiculum applicatæ;

quoniam tamen anguli *NEH*, *neh* inclinationum axium parallelepipedorum ad planum horizontale *Hh*, & anguli *ENV*, *enu* applicationum virium, ponuntur æquales; idcirco etiam pono, eaſdem reſiſtentiæ ſolidorum regulas poſſe adhiberi, quæ adhiberentur, ſi horizontalia parallelepipeda eſſent, vireſque trahentes ad perpendiculum applicatæ. Quod facile poſſet quoque demonſtrari.

III. Tum verò, ut liceat conſiderare ſolidum *NIET*, vel *niet*, tamquam baſis quadratæ parallelepipedum, poſtulo: hujuſmodi enim figuræ proprietates collatæ cum proprietatibus figuræ virgæ anchoræ, in re propoſitâ perfacile quidem reddunt ipſum poſtulatum.

IV. Peto etiam, ut concedatur, vires *V* & *u*, quibus cùm naves agitantur, trahuntur virgarum extremitates *N* & *n*, poſſe reputari eſſe inter ſe ut quadrata axium *EN*, *en*: ſive ut quadrata latitudinum navium (quandoquidem, ut in propoſitâ Tabellâ videre eſt, Longitudines anchorarum conſtituuntur Latitudinibus navium proportionales.) Porrò, ſi navium motarum vires, ſeu quæ ex hiſce ſæpè proficiſcuntur propoſitæ trahentes vires, reputentur eſſe proportionales ponderibus, quæ ferre queunt naves ipſæ, perſpicuè inde ratio propoſitarum virium agentium comperietur non ſolùm æquare, ſed etiam excedere rationem quadratorum axium anchorarum. Causâ exempli; navis cujus carinæ longitudo pedum 110, latitudo pedum 40, æſtimatur ferre dolia 1100; navis, cujus carinæ longitudo pedum 120, latitudo pedum 44, æſtimatur ferre dolia 1400 (navium ipſarum pondera latis ponderibus proportionalia ferè ſunt) latitudinum illarum quadrata exhibentur numeris 1600 & 1936; horum autem numerorum ratio eſt minor ratione inter numeros 1100, & 1400 intercedente: atque hoc idem plurimis aliis exemplis poſſet oſtendi. Tutò igitur, dum propoſitæ Tabellæ conſtitutionem expendimus, liceat ponere, rationem virium trahentium extremitates virgarum *EN*, *en*, eamdem eſſe, ac eſt ratio quadratorum axium ipſarum *EN*, *en*; ſive ratio quadratorum linearum *IT*, *it*, axibus ipſis proportio-

nalium ; ſive ratio baſium virgarum earumdem. Propter hæc itaque jam licet ponere rationem virium *V*, *u* trahentium extremitates *E N*, *e n*, eamdem eſſe, ac eſt ratio baſium virgarum ; & licet etiam pro viribus illis baſes ipſas in conſtantem quantitatem aliquam ductas aſſumere.

Ponendo hæc, ponendo inæqualium Anchorarum partes ſimiles inter ſe eſſe, & prætermittendo gravitatis conſiderationem ; erunt, causâ exempli, baſium *I E T*, *i e t* reſiſtentiæ in eadem ratione, in quâ ipſæ baſes : ſed in eâdem ratione poſuimus potentias *V* & *u* applicatas ad *N* & *n* : igitur reſiſtentiæ in eâdem ac trahentes potentiæ ratione erunt ; & quod conſequetur baſis *I E T* reſiſtet modo eodem ac baſis *i e t*. Quamobrem anchorarum ſimilium proportio (quæ proportio in Tabellâ C ſervatur) ubi gravitas non conſideretur, rectè erit inſtituta : quandoquidem unius ejuſdemque reſiſtentiæ anchoras nobis ſuppeditabit.

At gravitatis conſideratio cùm prætermitti non poſſit, facilè ſequitur, ut, gravitatis conſideratione non prætermiſſâ proportio illa haud rectè inſtituta comperiatur. Porrò ſi ponamus, virgæ *E N* pondus eſſe *P*, & ex ejus virgæ gravitatis centro *X* pendere ; virgæ autem *e n* pondus eſſe *p* itidem pendens ex ejus gravitatis centro *x* ; erit momentum gravitatis trahentis virgam *E N* ad momentum gravitatis trahentis virgam *e n*, ut factum ab *E X* in *P*, ad factum ab *e x* in *p* : ſed factum illud multo majus eſt hoc (nam & *E X* major quàm *e x* ; & *P* major quam *p*) igitur ab vi gravitatis virga *E N* majoris anchoræ trahetur multo magis, quàm anchoræ minoris virga *e n*. Quapropter, gravitatis habitâ ratione, reſiſtentia illius minor reſiſtentiâ hujus planè debet reputari. Ergo, ſi anchoræ, magnitudine diverſæ figurâ ſimiles eſſent ; hoc eſt, anchorarum tum pondera, tum cubi longitudinum virgarum, obtinerent rationem eamdem (quemadmodum Tabellæ C numeri ferunt) anchoræ majores præditæ eſſent reſiſtentiâ infirmiore, quàm anchoræ minores : quod minimè probandum eſſe videtur.

§. III.

Figuræ Anchorarum, & vis gravitatis, habitâ ratione, conſtituuntur regulæ ponderum Anchorarum.

HAud levis momenti eſt ad utilem anchorarum conſtitutionem, rationis ponderum earumdem inveſtigatio. Hypotheſes autem ſive poſtulata, I, II, III, IV, quæ ſuperiore in articulo regeſſi, hoc quoque in articulo uſui eſſe intelligantur. Præterea verò animadvertere præſtabit, ex poſtremâ Articuli ejuſdem parte duo liquere ſatis poſſe; quorum primum eſt, in ponderibus anchorarum determinandis, id ſedulò eſſe curandum, ut anchoras magnitudinis cujuſcumque præditas reſiſtentiis iiſdem, aut ſaltem non admodum diverſis, habere poſſimus: alterum verò eſt, habendam eſſe rationem non modò virium applicatarum, ſed etiam virium gravitatis in reſiſtentiis iiſdem æſtimandis.

Ut rem clariùs explicemus, fingamus ex virgæ (*Fig.* 17.) *ietn* centro gravitatis *x* pendere pondus *P* æquale gravitati virgæ ipſius, quod pondus poni poterit $= \overline{it}^2 \times en$, eritque gravitatis momentum $= \overline{it}^2 \times en \times \frac{1}{2} en$; itidemque ex centro gravitatis *X* pendere pondus *P* æquans gravitatem virgæ *IETN*, & id pondus poterit conſtitui $= \overline{IT}^2 \times EN$, ac erit gravitatis momentum $= \overline{IT}^2 \times EN \times \frac{1}{2} EN$. Oporteat autem ex datis longitudinibus *en*, *EN*, & baſis diametro *it* invenire majoris baſis diametrum *IT*. Sint $en = c$, $EN = b$, $it = e$, $IT = y$. Erit ergo virgæ *ietn* gravitatis habentis momentum $= \frac{1}{2} ccee$. Et (ut fert poſtulatum IV ſuperioris Articuli) poſitâ *z* pro conſtanti quantitate baſes multiplicante, erit potentiæ *u* momentum $= czee$: ac virgæ *IETN* momentum trahentis gravitatis $= \frac{1}{2} bbyy$, & vis *V* momentum $= bzyy$. Quoniam verò parallelepipedorum quadratæ baſis ſunt cohærentiæ proportionales cubis diametrorum baſium; erit virgæ minoris cohærentia e^3, virgæ majoris erit y^3. Sed ut reſiſtentiæ virgæ utriuſque reputari poſſint æquales, neceſſe

neceſſe eſt cohærentiam baſis minoris ad vires eam trahentes habere rationem eamdem ac cohærentia baſis majoris ad vires hanc trahentes : igitur hujuſmodi conſtituenda eſt analogia : $e^3 : y^3 :: \frac{1}{2} ccee + czee : \frac{1}{2} bbyy + bzyy$: unde prodit æquatio $\frac{1}{2} ccy + czy = \frac{1}{2} bbe + bez$; & $\frac{\frac{1}{2} bbe + bez}{\frac{1}{2} cc + cz} = y$.

Ad hæc addam poni à me, rationem ponderis virgæ *NIET* ad pondus reliquæ anchoræ partis *BCDTIB* eamdem eſſe oportere, quæ inter 11 & 9 intercedit (poſito integræ anchoræ pondere =20 :) hanc enim rationem aptè membrorum illorum figuræ atque ſoliditati reſpondere inveni.

Nunc tranſeo ad uſum inventæ illius æquationis. Pro primâ autem minore anchorâ in ſupputationibus conſtanter adhibendâ, illam aſſumam, cujus virgæ longitudo pedum 5, hoc eſt pollicum 60 (longitudines enim numeris pollicum deſigno) diameter baſis virgæ pollicum 2, itaque erit $e = 2$, $c = 60$, $\frac{1}{2} cc = 1800$. Ut verò numerum quantitati z convenientem reperirem ; ante omnia id animadverti, quod rectè ſapienterque docuit olim Galileus ; nimirùm neque artem, neque naturam ipſam, ad vaſtitatem immenſam machinas ſuas adducere poſſe ; remque illuſtravit, & quodammodo ante oculos poſuit, exhibitâ imagine humani oſſis, cujus tripla longitudo enormem (ſecundùm reſiſtentiæ ſolidorum theoremata) craſſitiem requireret. Similiſque profectò enormitas craſſitiei (ſecundùm illa eadem theoremata) in anchoris enaſceretur, ſi longitudines virgarum ad magnitudinem ingentem eſſent adducendæ. Iccirco tamquam minimam propoſui mihi longitudinem virgæ pedum quinque, & tamquam maximam longitudinem pedum viginti : quamvis hæc nimia facilè eſſet, ſi ad uſum reſpiceretur, nam incommoda nimis foret huic rectè conveniens moles.

Ad regulam tamen conſtituendam, ſpectavi longitudinem hanc : (præſtabat enim eas adhibere menſuras, quibus poſitis, pondera Anchorarum magis creſcerent quàm longitudinum virgarum cubi.) Sed ſpectavi etiam figuras atque

longitudines nonnullarum anchorarum, quas commendaverat usus; præterea verò eas quoque attendi rationes, quas pro melioribus anchorarum proportionibus mihi ante oculos constitueram. Itaque diametrum basis virgæ, pedum viginti longitudinem habentis, constituì pollicum novem: quamobrem in æquatione $\frac{\frac{1}{2}bbe+bez}{\frac{1}{2}cc+cz}=y$, posito $y=9$, inveni circiter $700=z$.

Igitur, assumtis, pro constantibus, numeris $2=e$, $60=c$, $700=z$, proposita æquatio transmutatur in hanc $\frac{bb+14006}{43800}=y$. Porrò, si quantitatis $\frac{bb+14006}{43800}$ quadratum fiat, hoc exhibet virgæ basim; ex hac verò ductâ in b habetur virgæ soliditas numero cubicorum pollicum designata; hac ductâ in numerum 21, & divisâ per 58 (ob jam dicta in Art. 6, de librarum, quibus utimur, ratione ad cubicos ferreos pollices,) iterumque ductâ in numerum 20, ac divisâ per 11 (ut fert quod paulò suprà animadvertimus de anchoræ partium ratione) habetur $\frac{b^5+2800b^4+1960000b^3}{2914201714}$ pro formulâ, quâ anchorarum pondera, non tamen ultra virgæ longitudinem pedum viginti, inveniatur; substituto, loco b, numero pollicum longitudinis virgæ anchoræ quæsitæ.

Adhibitæ autem regulæ, quibus augetur anchorarum pondus, atque resistentia, ita rationi consentaneæ esse videntur, ut etiam numeri propositâ formulâ inventi, utiliores esse posse videantur. Ex iis verò concinnatam Tabellam D adjeci.

D

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Anchoræ Pondus.
Pedes.	*Pollices.*	*Libræ.*
5	60	158
6	72	278
7	84	447
8	96	679
9	108	983
10	120	1370
11	132	1852
12	144	2442
13	156	3123
14	168	4000
15	180	4995
16	192	6156
17	204	7598
18	216	9030
19	228	10780
20	240	12758

§. IV.

De fundo Maris, ejuſque reſiſtentiâ figuris pedum Anchorarum haud diſſimilibus.

PRætermiſſis ſtratorum fundi maris diſpoſitionibus variis, prætermiſſis plantis, prætermiſſis metallicis rebus, atque ſimilibus aliis, quæ in fundo maris viſuntur (cæteroquin ſanè miris, neque carentibus analogiâ aliquâ cum rebus in terræ viſceribus ſuperficieque procreatis) ſufficiet inſtituto noſtro materiam, quæ in variis fundi Maris partibus eſſe cognoſcitur, ad genera quinque revocare. Primum genus arena eſt; multis enim in locis fundi maris ſunt arenæ, nimirùm immenſæ quædam veluti planities, aut aggeſtiones, tenuis illius notiſſimi pulveris. Secundum genus eſt ſabulum: cùm fundum alibi ex ſabulo formetur, cujus particulæ particulis arenæ ſunt craſſiores. Genus tertium eſt limus: terra autem in cœnum ab aquis converſa, commixtæque tenues materiæ aliæ, quæ non deſunt in mari, fundum limoſum efficiunt. Quartum genus creta eſt ſeu argilla: cùm fundus aliquis ex terra tenaciore, quæ ab aquæ ſuperincumbentis humiditate in lutum non vertitur, conſtat. Demum genus quintum lapis eſt: variis enim in locis lapidea montium dorſa, dum producta magis magiſque declivia & humilia fiunt, marinas ſubeunt aquas formantque maris fundum. Sed tamen etiam longè à littoribus loca ſaxea reperiuntur; hujuſmodi autem *fundi alicubi rupibus aſperi, alibi in præcipitia declives* ſunt; necnon alibi cavitatibus & cavernulis quodammodo pertuſi.

Quod attinet ad poſtremum hoc genus, manifeſtum eſt in ſaxa anchorarum brachia penetrare non poſſe; poſſunt tamen à ſaxorum aſperitatibus detineri, poſſunt in ſaxorum cavitates & cavernulas inſeri: id autem ubi contingit, periculum eſt, ut inde anchoræ avelli & tolli nequeant, vel ut diffringantur, aut torqueantur & depraventur. Arena verò & ſabulum majoris alicubi, alicubi minoris ſunt reſiſtentiæ, prout magis minuſve compulſa & denſata fluctibus fuerint;

ita etiam, pro variâ limi & cretæ naturâ, limosa & cretacea loca sunt variè tenacia. Nos resistentiæ fundi maris æstimandæ rationem aliquam quæsituri, neque tenuiorem arenam, neque duriorem cretam respicientes; sed mediam veluti quamdam limi tenacitatem considerabimus.

Itaque fingamus in fundo maris ductam (*Fig.* 18.) rectam lineam *TF*, & per hanc ductum ad perpendiculum planum aliquod: huic autem plano perpendicularia esse duo similia plana triangularia *HGC*, *hgc*, intra limum fundi maris immersa, habentiaque cum eodem illo plano sectiones communes *IG*, *ig*, quibus ipsa plana *HGC*, *hgc*, bifariam dividantur. Hæ sectiones productæ attingant *TF* in *N* & *n*; & ex centris *R*, *r*, gravitatis triangulorum agantur rectæ *RV*, *ru*, perpendiculares ad *TF*. Nos in perquisitione hâc censebimus, plana *HGC*, *hgc*, esse similiter inclinata. Quòd si dissimiles forent inclinationes, ratio habenda esset sinuum angulorum *RNV*, *rnu*.

Nunc quando concipiamus plana illa *HGC*, *hgc*, (velocitatibus æqualibus) ita moveri, ut utriusque centrum gravitatis describat rectam lineam parallelam lineæ *TF*; facilè etiam concipiemus, futurum ut huic eorumdem planorum motui resistat limus; cujus partes neque retrocedent, neque elabentur, nisi ipsarum cohæsio vincatur. Quoniam verò cohærentes separandæ partes, numero proportionales erunt planis agentibus; idcirco ponemus resistentiam inde ortam in ratione eâdem esse, in quâ plana ipsa. At partes eædem locum cessuræ, cùm moveri debeant, & ad immota spatia pertransire, resistent suâ inertiæ vi, neque movebuntur nisi tantum receperint motum, quantum sufficiat ad vincendam vim pressionis, quam immotorum spatiorum partes patientur ab altitudine superincumbentis limi: igitur resistentia hinc orta ponetur in eâdem ratione esse, in quâ limi altitudines erunt.

Si sint, planum $HGC = P$, planum $hgc = p$, altitudo $RV = A$, altitudo $ru = a$, erit limosi fundi maris adversùs planum *HGC* resistentia ad resistentiam fundi ejusdem adversùs planum *hgc*, ut AP ad ap.

Quamvis cohæsionis, mobilitatis, aliarumque proprietatum particularum marini limi, eæ notiones accuratæ nequeant haberi, quibus esset opus, ut res ratione geometricâ omninò perficeretur : quæ tamen diximus, ut propositam analogiam constitueremus, & illa ipsa analogia sufficiunt, ut hic concludatur ; haud levem esse resistentiam, quam in fundo maris offendunt anchorarum pedes. Quòd si limi partes, ob anteriores alias satis cohærentes, difficiliùs retrocedant, limus magis magisque densabitur, atque resistet. Sed post hæc, resistentiæ hujusce mensuram veluti quamdam, ab experientiâ derivatam, sequenti in Articulo (datâ occasione) exponemus.

§. V.

De vi, quâ Anchora navim retinet.

P. Georgius Fournier, qui de Re nauticâ pereruditè scripsit, animadvertit, illud esse profectò mirandum, quod parva anchora onustam navim possit retinere ac stabilire. Ut verò quàm mirabile id sit commonstret, rem illustrat exemplo navis, cui nomen Coronæ erat. Narrat ejus magnam anchoram, unà cum ligneo axe, pondo fuisse librarum 6355, anchoralia librarum 14300 ; tum ita concludit: *cùm anchoræ & anchoralia conjunctim non excedant pondus librarum* 20655, *attamen retinent quadragies centena millia librarum ponderis, quod fert navis illa, & pondus ipsius navis, quod pariter æquat quadragies centena millia librarum.* Pariterque Nicolaus Witsen, summopere ait mirandos esse anchoræ effectus ; *cùm anchora conjunctim cum suo anchorali retinere possit navim, à cujus pondere tercenties vel quatercenties, & ampliùs superatur pondus anchoræ & anchoralis.* Verùm, ut liberè dicam, quamvis probem quæ Fournier doctè animadvertit de maris aquâ sustinente navis pondus ; planè tamen existimo, haudquaquam appositè institui comparationem illam inter pondus anchoræ conjunctæ suo anchorali, & navis pondus, ad ferendum judicium de vi, quâ navis retinetur & fundatur.

Vel enim tracta anchora in fundum immersa non erit ; &

tunc aut totum ejus pondus, aut magnam partem sustinebit subjectus maris fundus: ratioque habenda erit frictionum, ut aiunt, quarum vis, adhibitis eximiis theorematis Guilielmi Amontons, vi partis tertiæ ponderis ipsius anchoræ poterit æqualis reputari.

Vel ponetur, immersam anchoram obsequi anchoralis motui, atque fundi vincere resistentiam; &, secundùm hypothesim hanc, supputatione resistentiæ fundi, & alicujus comparationis usu, æstimatio vis anchoræ erit instituenda. Ut modum, quo ego uterer, clariùs explicem, exemplum afferam; hoc autem innitetur observationibus iis quæ sequuntur.

Ad effodiendum limum, mediâ veluti quâdam tenacitate præditum, ex fundo stagni cum mari communicantis, observavi, utiliter adhiberi magna quædam, ut appellant, cochlearia, quorum figuram (*Fig.* 19.) adposui. Eorum oris ambitus ex ferreâ laminâ formatur, cujus acies est *C E D*; ejus longitudo *S E* est pollicum $12\frac{1}{2}$: area intermedia, sive oris capacitas, pollicum quadratorum 78: hujus laminæ interiori parti (ut ad *t H*) congruit, & adnectitur orificium sacculi *LGH*. Figitur autem cochleare ad perpendiculum unius hominis operâ in stagni fundum usque ad manubrii *K M* partem infimam *KL*; deinde, manibus in *B* applicatis, retrorsùs trahitur manubrium ipsum; quod dum fit, convertitur manubrium circa fulcrum *A*, & cochleare avellit limum eumdemque egerit. Prout verò stagni aqua magis minusve alta est, manubrium ad fulcrum, & manus ad manubrium, altiùs humiliùsque applicantur. Itaque sumtis mediis quibusdam distantiis *LA*, *AB*; & ratione habitâ motûs necessarii ad sacculum implendum, & necessariæ vis ad sacculi onusti pondus elevandum; nec non adhibitâ doctrinâ illâ, quâ Philippus de la Hire peritè eleganterque constituit, hominis (proposito eo modo) trahentis vim ceu librarum 160 esse æstimandam; inveni, resistentiam quam vincit cochleare illud, librarum circiter 100 posse reputari.

Observavi præterea, esse pollicum quadratorum 484

aream pedis anchoræ cujuſdam, cujus pondus librarum circiter 6000 (parùm differens à pondere anchoræ de quâ Fournier verba fecit) & perpendicularis, à centro gravitatis pedis ejuſdem ad virgam ductæ, eſſe longitudinem pollicum 34.

Nunc autem concipiamus, planum *h g c* (*Fig.* 18.) eſſe aream cochlearis illius, ejuſque motum eum eſſe, quem in Articulo ſuperiore conſtituimus; eritque, ob cochlearis poſitionem, *r u* pollicum circiter quatuor. Concipiamus planum *H G C* eſſe planum pedis anchoræ (de quâ paulò antè diximus) cujus brachium totum immerſum ſit. Hiſce ita ſe habentibus in propoſitâ (ſuperiore Articulo) ratione, erit $P = 484$, $A = 34$, $p = 78$, $a = 4$, & ipſa ratio P ad p tranſmutabitur in numericam hanc 312 ad 16456: quamobrem erit ut 312 ad 16356, ita fundi maris reſiſtentia adversùs planum *h c g*, quæ in ſuperiore articulo inventa fuit librarum 100, ad ejuſdem fundi adversùs planum *H G C* (ſive anchoræ pedem) reſiſtentiam quæ ex analogiâ hac prodibit librarum 5274. Erit autem paulò etiam major habenda, propterea quòd motus cochlearis reapſe fiat rotatione manubrii ejus circa punctum fixum; in ſupputatione verò hac eum motum ceu horizonti parallelum reputaverimus; cùm tamen ille motus minorem, quàm hîc, reſiſtentiam patiatur. Itaque invento hoc modo, vel ſimili, non autem ex pondere æſtimandam eſſe opinor reſiſtentiam anchoræ intra limum immerſæ, & obſequentis motui anchoralis.

Demùm, ſi ponatur fundi reſiſtentiam ab immersâ anchorâ vinci non poſſe, atque ideò anchoram firmam hærere; effectus hic orietur à fundi reſiſtentiâ majore, quàm ſit vis conatûs anchoræ ad motum: & quamvis major anchoræ gravitas vi trahenti magis opponatur; effectus tamen ille ex ſolo anchoræ pondere minimè debet æſtimari.

Quod verò attinet ad anchoralium pondera, expertus ſum fuſti anchoralis, cujus circumferentia pollicum undecim, longitudo pollicum vigintiquatuor, gravitatem abſolutam in aëre fuiſſe librarum octo & unciarum ſex; ejuſdem autem in aquam immerſi gravitatem reſpectivam dumtaxat libras

duas & uncias quatuor æquaviſſe. Porrò cùm anchoralia in aquam immerſa pro maximâ parte ſint quando adhibentur; planè exiſtimo non abſolutam, ſed reſpectivam eorum gravitatem eſſe ſpectandam: itaque, ratione experimenti modò indicati adhibitâ, pondus illius anchoralis (de quo ſuprà dictum eſt) inſervientis anchoræ navis Coronæ, non fuiſſet reputandum librarum 14300, ſed multo quidem minus.

Hîc, quando de anchoralibus mentio incidit, indicabo, in tabellis *B* & *C* (*Art. 6.*) extare numeros ſpectantes ad craſſities anchoralium, & in Tabella *C* numeros etiam ad anchoralium pondera pertinentes, quos conſtituere Nicolaus Witſen & Auctor ille Belga. Sed mihi conſtat pluribus ab experimentis, duos funiculos (idem intelligendum de anchoralibus cùm hæc ex funiculis compingantur) duos, inquam, funiculos cannabinos, craſſitie, longitudine, atque pondere æquales, alterum ex cannabe unius regionis, alterum ex cannabe diverſæ regionis formatum (pro terræ cœlique regionum illarum diverſitate) aliquando haud æquè fortes eſſe, ſed alterum appenſo majore pondere, alterum minore rumpi: nota præterea ſunt quæ de ratione inter vires alicujus funis, & ſummam virium funiculorum componentium funem ipſum ingeniosè invenit Reaumurius, auxit ſolerter Petrus Muſſchembroek: ea porrò, & variæ cannabium vires, in definiendis rationibus inter anchorarum & anchoralium pondera, eſſent attendenda; ſed hæc indicaviſſe ſufficiet.

§. VI.

De Anchoræ partium, figuram integram componentium, proportione.

PRima Anchoræ pars virga eſt, de quâ jam haud pauca verba fecimus; præter hanc verò quatuor aliæ ſunt partes, de quibus agere oportet; axis ligneus, pedes anchoræ, brachii ſagitta, atque brachii ſagitta verſa; quarum tamen primæ duæ expeditu ſunt faciliores.

Axis lignei conſtructio in ipſa ejus definitione (*art.* 1.) ſatis

satis fuit explicata. Quoniam rotari hic debet, ut alibi exponemus, puto ejus longitudinem longitudine anchoræ paulo majorem esse oportere, ut faciliùs rotatio illa perficiatur; vellemque ejus longitudinem, anchoræ longitudini, unâ circiter decimâ parte auctæ, respondere. Levior autem erit anchoræ brachiis, quæ interest celeriùs descendere: gravitate tamen suâ (quamvis gravitas respectiva debeat attendi, & ligneus sit) juvat capitis anchoræ depressionem. Ejus extremitates sint quadratæ figuræ; & horum quadratorum latera sint circiter pars decima octava longitudinis virgæ; pro minoribus tamen anchoris aliquantillo majora. Propè anchoræ caput Axis crassior esse debet. Idem autem Axis dum horizontalis est trahiturque; congerit ante se arenam, sabulum, limum, augetque resistentiam; quamobrem vellem superiorem ejus faciem inferiore paulò latiorem.

Pedes anchoræ, dum anchora ipsa figitur, cuneorum actionem imitari certum est; itaque cuneis similes sint oportet; &, quod consequitur, ejus plana triangularis (aut à triangulari parùm abludentis) figuræ: ac, ut hujusce cunei speciei vis major sit, latus (*Fig.* 1) *GH* fiat parte octavâ brevior perpendiculari ab angulo *D* ad latus idem *GH* ductâ; hæc autem perpendicularis æqualis fiet dimidiæ brachii longitudini: cùm enim quò majores & depressiores pedes sunt, eò majorem vim habeant; servatâ mensurâ illâ, & satis magni pedes erunt, & latior pars *GH* haud parùm immergetur.

Post hæc, magnitudinem sagittæ brachii definituri, ante omnia methodum exponemus Bartholomæi Crescentii, qui partium anchoræ proportionem constituturus (nullâ tamen variarum magnitudinum anchorarum ratione habitâ) scribit hæc: *linea* (Fig 20.) D F *ejus longitudinis, quæ fabricandæ anchoræ virgæ conveniat, dividatur in partes duas cum dimidiâ, una sit ab* A *ad* D, *altera ab* A *ad* E, *dimidia ab* E *ad* F. *Circini igitur apice uno in* A *posito, intervallo* AD, *describatur circulus* BDCE, *& eâdem circini diductione servatâ, translato apice uno in* D, *altero in circumferentiâ circuli posito, notentur puncta* B *&* C, *quorum utrumque sextam circuli partem dabit,*

& ad ea puncta pertingent brachiorum anchoræ extremitates : hæc ille, illius autem divisionem etiam plures alii sequuntur. Quâ positâ (cùm perpendicularis, à puncto B ad radium AD ducta, radium ipsum bifariam dividat) erit brachii sagitta $BR = \sqrt{\frac{3}{25}}$; circiter $= \frac{173}{500} = \frac{1}{3} + \frac{19}{1500}$. Et positâ crucis, sive nodi crassitie $eD = \frac{1}{20}$, erit brachii sagitta versa $eR = \frac{3}{20} = \frac{1}{6} - \frac{1}{60}$. Ast de adhibitâ ab aliis methodo hæc, quæ pluris fieri consueverunt, exposuisse satis est.

Verùm, ut res diligentiùs accuratiùsque tractari queant, concipiamus (*Fig.* 21.) CD esse anchoræ brachium, ejus pedem HGD, virgam PC positione horizontalem ; tùm etiam concipiamus, super eodem horizontali plano circa extremum C, tanquam circa centrum, eamdem virgam PC torqueri, & suâ extremitate P describere arcum PN, à quo subtendetur angulus PCN: inde fiet, ut (ob partium anchoræ rigiditatem) etiam pedis punctum G arcum alium describat. At, si virga brevior sit, puta QC (atque erit etiam GQ minor quàm GP) & extremitas Q describat arcum QK æqualem arcui PN, erit angulus QCK major angulo PCN; atque ita etiam punctum G describet arcum majorem eo, quem ante descripserat, magisque movebitur: & quod de uno pedis puncto dictum est, de omnibus est planè intelligendum. Quamobrem fit manifestum, motibus æqualibus extremi P virgæ majoris, & extremi Q virgæ minoris, plus tamen moveri anchoræ pedem cùm minor virga est, quàm cùm major est. Quò autem magis movetur pes, eò minùs anchora hæret : igitur, ut meliùs hærere anchora possit, præstat, longitudinem sagittæ brachii non majorem esse parte tertiâ longitudinis anchoræ. Itaque constantem rationem hanc 1 ad 3 inter sagittam & longitudinem anchoræ constituam. Quâ tamen de re etiam paulò infrà dicetur.

Transeo ad brachii sagittam versam, ad quam probè determinandam, attendendum profectò est, ut sagittæ utriusque ea sit proportio, quâ temperationi vis gravitatis, & vis tractoriæ in anchoram agentium, modo aliquo, respondeatur. Quoniam verò in Anchoris minoribus vis gravitatis minor

eſt, quàm in majoribus, atque adeò in hiſce plus valet vis perpendicularis; idcirco etiam minor in hiſce ſit oportet brachiorum curvatura, ut illa vis cum trahente vi utiliùs attemperetur: quod quidem conſideratio naturæ curvarum, ex motu duplici orientium, facilè poſſet illuſtrare. Cùm autem poſuerimus, brachii ſagittam cum virgæ longitudine in ratione conſtanti; imminuendo in anchoris majoribus ſagittam verſam brachiorum; id, quod propoſuimus, obtinebimus. Quapropter poſui, anchoræ, cujus longitudo pedum quinque, brachii ſagittam verſam eſſe longitudinis illius partem quintam; & anchoræ, cujus longitudo pedum 20, brachii ſagittam verſam ſeptimæ longitudinis hujuſce parti eſſe æqualem. Differentiam verò inter $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ diviſi æquis portionibus inter ſagittas verſas anchorarum intermediarum; quemadmodum ex Tabella E colligi poteſt. Uſus autem ſum arithmeticâ proportione, effugiendo tamen minutias ſubtiliores (quas etiam in Tabella neglexi;) nam commoditati artificum, ad quorum opera hi numeri deferuntur, proſpiciendum eſt. Præterea verò ex hiſce iiſdem modò traditis apparere facilè poteſt, contractâ ſagittâ versâ, diſtantias (*Fig.* 20.) inter puncta *G* & *P* majores reddi, majoremque fieri (quamvis brachii ſagitta conſtans ſit) virgæ anchoræ utilitatem.

Modò viſis quæ pertinent ad anchoræ virgam, ligneum axem, pedes, brachii ſagittam, atque brachii ſagittam verſam, ad rem magni momenti, nimirùm ad brachii ipſius figuram conſiderandam pergamus.

E

Virgæ Longitudo.	Virgæ Longitudo.	Brachii Sagittæ verſæ Longitudo.	
Pedes.	*Pollices.*	*Poll.*	*Lin.*
5	60	12	0
6	72	14	2
7	84	16	2
8	96	18	1
9	108	20	0
10	120	21	9
11	132	23	5
12	144	24	12
13	156	26	5
14	168	27	10
15	180	29	2
16	192	30	4
17	204	31	6
18	216	32	6
19	228	33	5
20	240	34	4

SECTIO TERTIA.

De inveniendâ curvâ lineâ Brachii, quæ Brachii ipsius figuram reddat utiliorem.

§. I.

Verum Anchoræ motum, qui ferè semper contingit dùm Anchora ipsa immergitur, describere.

ARTICULUS hic lemma quoddam veluti est, futurum basi & fundamento dicendis in Sectione hac. Porrò, ut rei imago clarior fiat, in figurâ sit planum fundi maris (*Fig.* 22.) *abhm*, anchora sit *ABCD*, ejus axis ligneus *EN*. Dùm anchora pervenit ad fundum, ferè semper brachia *ECD* super fundum decumbunt; axis autem *EN*, qui brachiis contrariam positionem habet, perpendicularis fit ad fundum ipsum. Dùm verò anchora trahitur, pedesque tantillùm mordent subjectum fundum, cùm alter altero fortiùs incipit mordere, super illum etiam elevari virga incipit; perseveranteque tractione, axis ligneus circa inferius extremum suum *N* rotatur: atque ita fit ut anchoræ brachia ad fundum perpendicularia evadant, ipsumque penetrent; atque ut axis ligneus super ipsum fundum decumbat. Id autem ratione constat & experientiâ. Ratione, namque anchoræ brachia axe graviora, citiùs illo attingere fundum, seque ei (nisi trahantur) debent accommodare: experientiâ, neminem enim expertum inveni, qui id se observasse negaret.

Dùm motio illa brachiorum peragitur, anchoræ mucro *B* (brachiis rotantibus circa mobile punctum) tribus motibus, nempe rotationis, tractionis, & descensûs obsequitur; unde ab eo puncto *B* curvam generari duplicis (sive etiam triplicis) curvaturæ, constitui posset. Possem autem de ejusmodi curvis plura afferre, quibus via jam antè strata fuit ab eximio Juvene, qui supra ætatem doctus, in curvarum curvaturæ

duplicis contemplatione magnâ cum laude versatus est. Sed ea peculiarem efflagitarent dissertationem.

§. II.

Anchoræ positum, qui cæteris meliùs conducat investigationi naturæ lineæ propositæ Brachii, determinare.

IN prolato de figurâ brachii anchoræ problemate, illud insolens profectò esse videtur, quod una determinanda linea est, infinities autem infinitus linearum numerus quæri posset. Cùm enim infinities variari queant positiones anchorarum conantium brachiis suis penetrare fundum maris, & modis infinitis variari itidem ratio inter vim gravitatis & trahentem vim; mirum quot, pro variantibus hisce principiis, curvæ possent considerari. At dumtaxat unam constituere debemus. Igitur respicientes ad naturam mutationum positionis anchoræ, & ad positiones ipsas; inter hasce eam seligamus oportet, quæ sæpissimè anchoris ipsis conveniat, & quæ figendis iisdem, atque immobilibus detinendis majus habeat momentum.

Hanc autem eam esse reor, quâ anchoræ planum perpendiculare fit ad planum fundi maris. Quamvis enim dum jacitur anchora, brachia decumbant, ut superiore in Articulo ostendimus, eadem tamen rotantur; ac, ligneo axe decumbente, constituuntur lineis suis in perpendiculari plano (quemadmodum citato in Articulo est demonstratum:) eo autem in plano ubi existunt, maximam vim ad fundum penetrandum possunt obtinere; maximamque fundi resistentiam offendere queunt anchorarum pedes. Itaque deinceps, ad investigandam lineæ brachii naturam, anchoræ positu, quo anchoræ planum, ad planum fundi maris fit perpendiculare, utendum esse planè existimo; eodemque utar.

§. III.

Quando Anchoræ planum perpendiculare eſt ad fundum maris (horizonti parallelum, ut concipimus) & virgæ caput radit fundum ipſum; tunc vis, quâ caput anchoræ ab anchorali trahitur, ſeu vis tractoria, tamquam horizontalis poteſt conſiderari.

SIt ſectionis fundi maris (*Fig.* 23.) linea *TF*, anchoræ *gBeD* virgæ axis ſit *eg*, anchoræ caput *g*, brachii linea *eSD*. Ponatur angulum *egT* factum ab virgæ axe *eg* cum horizontali *TI* in fundo maris, prout figitur brachium *eSD*, ita fieri minorem; ponaturque, virgæ caput *g* ſemper radere fundum *TF*. Hiſce poſitis, conſiderari poterit tractio, quæ agit in virgæ, hoc eſt anchoræ caput *g*, tamquam una vis, eademque directa ſecundùm *TF*.

Nimirùm exiſtimo, in hujuſmodi virgæ conſtitutione motum receptum ab ipsâ virgâ non eſſe reſolvendum in duos, ſed totum ceu horizontalem eſſe reputandum. Namque ſi lamina (*Fig.* 24.) *ABg* perpendicularis ad horizontem trahatur ab aliquâ vi *V* ita, ut ejus extremitas *g* ſemper ſit in horizontali lineâ *TF*, motus impreſſus ipſi laminæ conſiderabitur tamquam horizontalis, neque in duos perpendicularem & horizontalem reſolvendus, ut ut directio trahentis funis *gV* ſit obliqua. At, ſi lamina *abg* intelligatur perforata, ut ipſius pars *gbes* anchoræ virgam, pars verò *bane* anchoræ brachium referat; neque tamen motûs ipſius natura mutabitur, neque in duos indicatos motus erit inſtituenda diviſio. Vis igitur tractoria, quâ (*Fig.* 23.) trahitur anchora *gBeD*, anchoræ capite *g* jugiter radente lineam *TF*, tamquam una vis eademque directa ſecundùm *TF*, haberi poterit. Neque minor factus angulus *egT* quicquam officiet propoſitæ demonſtrationi.

§. IV.

Iisdem, quæ in Articulo superiore, positis; ostenditur fieri non posse, ut dùm anchoræ brachium figitur, brachii partes omnes eodem modo ab agentibus viribus impressionem recipiant.

QUod de lineâ brachii dicemus, ad brachium etiam ipsum pertinere satis est manifestum. Hìc autem de propositâ brachii lineâ (*eâdem Fig.* 23.) *e S D* agentes intelligemus, omnes applicatas *g s*, *g S*, progredi ab extremo capitis puncto *g*; & abscissarum lineam esse brachii sagittam *R D*.

Applicatæ autem *g s* (quæ concipiatur congruere cum lineâ *T F*) infinitè proxima sit *g S*; & ex puncto *S* ducta sit lineola *P S* perpendicularis ad *s g*: itaque vis gravitatis urgebit secundùm *S P* perpendicularem ad finitorem, & vis tractoria (quæ horizontalis definita fuit superiore in Articulo) aget secundùm ipsam *s P*. Quamobrem, vis gravitatis & vis tractoria determinato aliquo modo agent in lineolas *P S*, *s P*; & lineolæ brachii particula *s S* juxta modum eumdem à duabus illis viribus recipiet impressionem.

Sed quando angulus, comprehensus à virgæ axe *e g* cum *T F*, minor redditur, tunc non eodem illo modo particula *s S* aliò translata, impressionem suscipere potis est. Fingamus enim axem *g e* circa punctum *g* esse conversum, ut ipsius positio sit *g E*, positio verò brachii *e D* sit *E O*, & positio applicatæ *g s* sit *g u*: huic autem infinitè proxima ducta sit *g V* ita, ut *u V* = *s S*; & ex puncto *V* ducta sit *V n* perpendicularis ad *g u*. Jam neque hæc *V n* erit perpendicularis ad finitorem, neque *u n* horizontalis: atque ideò eædem illæ vires, gravitatis una perpendicularis ad horizontem, altera tractoria horizontalis, quæ dirigebantur secundùm lineolas *P S* & *s P*, harum *n V*, *u n* (ut aiunt) respectu directiones differentes habebunt; neque particula *u V* impressionem recipere poterit modo eodem, ac recipiebat, cùm obtineret positionem *s S*. Constat id itaque, quod propositum erat.

§. V.

Pro determinatione figuræ lineæ brachii anchoræ proponitur principium, quod cæteris conducibilius visum est.

QUando fieri nequit, ut curvæ (*eadem Fig.* 23.) *eSD* particula quælibet eodem modo ab agentibus viribus integram impressionem semper recipiat; danda opera est, ut, quemadmodum potior selecta fuit anchoræ positio, ita etiam una aliqua ratio (pro principio curvæ inventioni inserviente) perceptionis virium gravitativæ & tractoriæ seligatur, quæ utilior cæteris reputetur.

Variis autem rationibus positionibusque consideratis, quas infinitè parvæ *sP*, *PS*, *sS*, variis in curvis possunt obtinere; visa tandem est præstare cæteris ea ratio, ex quâ curvæ particularum omnium *sS* constans enascereturad suas ordinatas positio: ita enim percommodè fieret, ut curvæ illius omnes particulæ fundum *TF* attingentes, ferentesque extantis anchoræ partis pressionem, agerent modo constanti; idque cuicumque particulæ singillatim contingeret; quin etiam altera alteram modo eodem urgeret; atque omninò regularis esset earumdem directio. Quas equidem ob proprietates futuras in illiusmodi curva, eam præstantem futuram opinor; hoc est, eam, quæ brachiis anchoræ maximè possit convenire.

§. VI.

Posito principio, quod superiore in Articulo est constitutum, brachii anchoræ lineam (quam præstantiorem adhibendamque esse putamus) determinare.

SIt, ut antè, sectionis fundi maris (*Fig.* 25.) linea *TF*; virgæ axis sit linea *eg*, quæ etiam sit radius circuli *eGn*, cujus centrum sit Curvæ centrum *g*. Sit *DR* Brachii Sagitta, & *eR* Brachii Sagitta versa. Sit brachii curva linea *eSD*, hancque Spiralem Logarithmicam esse ponamus.

Notum jam est, Curvam hanc eâ præditam esse proprietate, ut

ut cum omnibus lineis ab centro *g* ductis angulos inter se æquales comprehendat. Præterea verò, si assumantur ejusdem Curvæ particulæ quæcumque infinitè parvæ *et*, *sS*, ad quas ductæ sint ab centro *g* lineæ *ge*, *gs*, &, eodem centro *g*, intervallis *gS*, *gt*, descripti sint arcus infinitè parvi *SP*, *to*, erunt differentialia triangula *SsP*, *teo*, similia.

Quando igitur linea brachii anchoræ erit Logarithmica Spiralis, illud sequetur facilè, ut cuicumque ordinatæ *gs*, congruenti cum linea *TF* horizontali fundi maris, semper respondeat brachii particula, quæ constanti angulo fundum maris urgeat. Itaque etiam fiet, ut pressiones superextantium anchoræ partium constanti quâdam ratione agant in partes subjectas, regulari dispositione inter se aptas ac convenientes, faciliùsque in maris fundum penetraturas.

Eadem verò particularum curvæ ad radios inclinatio magis faciet, ut idoneæ illæ sint ad motum ex horizontali & perpendiculari compositum persequendum : itaque meliore modo particulæ illæ ad utramque vim, tum tractionis, tum gravitatis referentur.

Non me fugit, circulum quoque eâ proprietate esse ornatum, ut radii omnes cum circumferentiæ respondentibus particulis æquales angulos comprehendant; immò logarithmicam hanc, si anguli *get*, *gsS*, recti evadant, in circulum transmutari. Sed partes circumferentiæ circuli, ubi ad horizontalem lineam pervenirent, rectosque angulos cum eâdem efficerent, positionem haberent aptam quidem ad recipiendas vis perpendicularis impressiones, non autem ad recipiendas illas à vi tractoria promanantes : quamobrem multò aptiores esse queunt positiones partium logarithmicæ spiralis, quarum anguli cùm sint acuti, id præstant, ut effectus vis utriusque conspirare faciliùs utiliùsque possint,

§. VII.

De facillimâ conſtructione jam propoſitæ Curvæ, ex quâ figuræ Brachii Anchoræ dependet, & de ejus Tangentis conſtitutione.

CUm ſuperiùs innuerim, commoditati etiam artificum in rebus hiſce proſpicere omninò oportere; hìc animadvertam propoſitæ Curvæ (quamvis Tranſcendentis, ut appellant) deſcriptionem facillimam noſtro in caſu eſſe poſſe. Gaudet enim Curva hæc (præter jam indicatas) eâ proprietate, ut, ſi circuli (*eadem Fig. 25.*) eGN quilibet arcus eL biſecetur in G, & ad puncta e, G, L ducantur radii ge, gG, gL, atque in iiſdem ſumantur ge, gs, gD pertingentes ad logarithmicam ſpiralem esD, tres illæ ge, gs, gD in geometricâ exiſtent proportione.

Quamobrem cùm in noſtro caſu datæ ſemper ſint ge, & gD, ſi angulus egD dividatur bifariam lineâ gG, & ex hâc abſcindatur gs media proportionalis inter ge, & gD, punctum s ad logarithmicam ſpiralem erit. Ita quoque, dividendo angulum egG bifariam, & angulum GgL, duo alia Curvæ puncta invenientur: & ſic porrò tot alia, quot libuerit.

Prætermitti autem minimè debet, ejuſdem Curvæ proprietas alia, quæ talis eſt. Si ex quolibet puncto s ducta ſit tangens sC, & ad hanc ab centro g perpendicularis gC; ratio inter sC, & gC ubique conſtans erit: quod facilè ex triangulorum sSP, sCg ſimilitudine colligi poteſt. Rei verò noſtræ illud intereſt, ut datis ge & gD (&, quod conſequitur, quacumque gs, & ei reſpondente arcu eG) ratio illa conſtans inter sC & gC, ſive inter sP, & PS, poſſit inveniri. Invenietur autem hac, quam ſubjeci, methodo.

Linea ge, ſive radius, dicatur r; radii gG complementum Gs, y; arcus eG, x. Tùm radio gG agatur alius radius infinitè proximus gK ſecans Curvam in S; eritque GK, dx. Ac, ubi centro g, intervallo gS, deſcriptus ſit infinitè parvus

arcus SP erit sP, dy; & erit $gK(r) : gs(r-y) :: GK(dx) : SP\left(\frac{rdx-ydx}{r}\right)$. Nunc verò constans ratio SP ad sP ponatur eadem esse, ac r ad n: itaque habebitur, $\frac{rdx-ydx}{r} : dy :: r : n$; & $ndx = \frac{rrdy}{r-y}$. Et si, $\frac{rrdy}{r-y}$ convertatur in seriem, series erit hæc: $rdy + ydy + \frac{y^2dy}{r} + \frac{y^3dy}{rr} + \frac{y^4dy}{r^3}$, &c. ac, propositam integrando æquationem, erit $nx = ry + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3r} + \frac{y^4}{4rr} + \frac{y^5}{5r^3}$, &c.

In nostro autem casu, assumptâ (ceu cognitâ) quâcumque y, cùm ei respondens arcus (per jam tritam rectificationem arcuum circularium) haberi queat, facilè inveniri inde poterit etiam n, atque adeo constans illa ratio inter SP & sP, sive inter gC & sC.

Quamobrem si ge sit pollicum 60, eR pollicum 12, RD pollicum 20 (ut fertur à mensuris lineæ primæ in Tabellâ E) ratio illa inter gC & sC invenietur, rotundis (ut aiunt) in numeris, ea esse, quæ inter 100 & 36, sive inter 25 & 9, intercedit. Et constans angulus gsC, à quâcumque rectâ gs cum suâ ad s tangente sC comprehensus, erit 70° 12′. At si ge constet pollicibus 240, eR pollicibus 34 lin. 4, RD pollicibus 80 (secundùm mensuras in Tabellæ E postremâ lineâ indicatas) ratio inter gC & sC, numeris rotundis expressa, erit eadem, ac 1000 ad 224, sive 125 ad 28. Et constans angulus gsC erit 76° 17′. Liquet igitur ut, pro diversis anchorarum magnitudinibus, similes proportiones aliæ, alii anguli, possint facilè reperiri: atque ut pars hæc ad Brachii figuræ utilitatem pertinens absolvi queat.

Quæ cùm ita sint, ratione habitâ eorum, quæ in multiplici subtilique investigatione lineæ Brachii anchoræ & nimia & implexa sese offerunt, planè existimo, ad assequendam utiliorem figuram, anchoræ brachia ad logarithmicæ spiralis ductum esse accommodanda. At figura totius anchoræ ut prorsùs juvetur, quidpiam aliud, quod conducit, sequenti in Sectione exponetur.

SECTIO QUARTA.

Modus traditur, quo juvari queat propoſita Anchoræ figura, ut Anchora ipſa hæreat meliùs. Tùm recolliguntur utilia ad præſtabiliorem Anchoræ figuram perficiendam.

§. I.

Tangentium curvæ, cujus figuram inducunt tùm anchoralis funis, tum ferrea catena, proprietates, & inde enaſcentes tractionum directiones, pro re noſtrâ, exhibentur.

PRINCIPIO hìc illud ſcire licet, quòd, etſi anchoralium fibræ neque perfectè flexiles ſint, neque diſtenſionis incapaces; etſi anchoralia non pendeant liberè; nihilo tamen minùs anchoralia, dùm trahuntur, ſpeciem formant funiculariæ curvæ. Hinc autem ſequitur, ut anchoralium longiorum uſus (ubi fieri poſſit) præſtantior ſit. Nam ab tangentibus, ductis ab extremis funiculariæ illius curvæ punctis, directiones tractionum determinantur: & quò longiora anchoralia ſunt (paribus cæteris) eò etiam tangens infimi extremi anchoralis magis ad horizontem (quando tractio exercetur) accedit: hujuſmodi verò tractio utilior eſt, ut anchoræ figantur & hæreant. Quod mox dicenda ſanè confirmabunt.

Ad tangentes igitur illas quod attinet: ſit (*Fig.* 26.) funis *ACB* (quæ autem de fune, eadem de catenâ erunt infrà jugiter intelligenda) qui ſuſtineatur à duabus potentiis *A* & *B*. Certum quidem eſt, pondus funis illius agere contra eas potentias modo eodem, ac ſi pondus *P* æquale ponderi funis, ſuſtineretur à duobus filis *AI* & *BI*, gravitatis expertibus, quæ curvam *ACB* formatam à fune tangerent in punctis *A* & *C*. Unde colligendum eſt, directionem tractio-

nis contra *A* futuram esse secundùm lineam *A I*. Atque, ut consequitur, quæ propria erunt lineæ *A I*, eadem reputanda etiam erunt propria directionis ejus vis, quâ gravitas curvæ *A C B* aget contra punctum *A*.

Ulteriùs verò concipiamus (*Fig.* 27.) lineam *T F* esse horizontalem, & ab eâ lineâ nunquam exire centrum nodi *C* trium funium *A C*, *B C*, *I C*; fingamusque pondus aliquod *P* sustineri ope funium *A C* & *B C* (gravitatis expertium, quorum ille infra horizontem, hic supra sit) à duabus potentiis ad illorum extremitates *A* & *B* applicatis; & æquilibrium fieri inter pondus potentiasque. Hæc autem ubi ita esse conceperimus, facilè etiam intelligemus ex iis, quæ jam olim demonstravit vir summus Petrus Varignonius, futurum ut pondus *P* sit ad potentiam in *B* applicatam ut sinus anguli *A C B* ad sinum anguli *A C I*.

Quamobrem manifestum est fieri oportere, ut, si crescat pondus *P*, crescat etiam sinus anguli *A C B*; qui ponitur obtusus, atque adeò minor fieri debet ut sinus ipsius augeatur. Dum verò angulus ille minor fiet, minor etiam fiet angulus *T C A* factus à fune *A C* cum horizontali *T C*. Manentibus igitur iisdem potentiis, quò majus erit pondus *P*, eò minor erit funis *A C* infra horizontalem *T C* inclinatio ad eamdem *T C*, atque illa ad hujus positum magis accedet.

Nunc autem primùm ponamus (*Fig.* 26.) *A C B* esse cannabinum funem, deinde fingamus esse pergravem ferream catenam. Primo in casu pondus funis, sive pondus *P*, multò minus erit, quàm secundo in casu. Ergo hoc in secundo casu (*Fig.* 27.) *A C* quæ pro catenæ tangente haberi potest, multò magis accedet ad horizontalem: &, quod consequitur, in casu hoc tractionis directio erit secundùm lineam, quæ multò magis ad positum horizontalem accedat.

§. II.

Quid addendum anchoræ ſit, ut perfectiùs juvetur ejus figurā ad penetrandum hærendumque, proponitur.

NE fallerer, dum cogitarem de anchorarum uſu perficiendo, viſum mihi eſt, ante oculos ponenda eſſe hujuſmodī principia : nimirùm, fundum maris alibi mollem eſſe, alibī durum : ad ſtabiliendas naves alia inſtrumenta ubi fundus mollis eſt futura magis utilia, alia verò ubi fundus durus eſt : uno tamen inſtrumentorum genere pro utroque genere fundī eſſe utendum : hoc autem genus inſtructum eſſe oportere brachiis acuminatis, quippe quæ durum fundum penetrare queant : igitur nonniſi anchoras eſſe adhibendas, de quibus dictum eſt, (mutationes haud utilem uſum ſecuturum, planè reor,) & extrinſecùs quærendos novos alios modos reddendī illas utiliores.

Et, quando figura melior quidem reddi, non autem mutari, debet, præſtabit ut ad uſum quàm aptiſſimè accommodetur. Id verò conſequi nos poſſe exiſtimo cogendo caput anchoræ & ligneum axem, ut, quàm maximè fieri poſſit, fundo hæreant. Quod ſubodorari videntur naucleri periti, qui aliquando connexis duorum anchoralium extremitatibus longius efficiunt anchorale : at hoc neque magnum, neque ſine aliquo periculo, ſubſidium eſt.

Ego itaque vellem ut unicuique anchoræ adderetur ferrea catena, quæ pro rei uſu perfectè eſſet fabrefacta : quæ unco cochleâ munito, vel alio aliquo facili modo poſſet tùm conjungi cum anchoræ annulo, tùm ab eodem ſeparari, ut, quando non eſſet jacienda, anchora tractaretur expeditiùs. Vellem ut catenæ longitudo dupla eſſet longitudinis axis virgæ, atque ut catenæ pondus tertiam partem ponderis anchoræ integræ exæquaret.

Ita profectò anchoralis tractio, dum ad ſublevandam catenam impendetur, aliquam ſui (ut ita dicam) impetûs partem amittet : &, quod ad rem magnopere facit, tractio,

quam catena exercebit, multo magis (ut ſuperiore in articulo eſt demonſtratum) horizontalem poſitionem retinebit. Quod ſanè non enaſci non poterit: cùm, habitâ ratione non modò eorum, quæ de gravitate cannabini anchoralis intra aquam (*Sect. II. §. 5.*) dicta ſunt, verùm etiam gravitatis ferri ſpecificæ, inveniatur ratio gravitatis ferri-intra aquam immerſi ad gravitatem funis cannabini (molis æqualis) eſſe eadem ac 24 ad 1, & etiam major.

Quamobrem ita fiet, ut anchoræ & difficiliùs (quemadmodum aiunt) arent, ac ut difficiliùs dimoveantur; quæ duo ad unum maximè requiſita, enaſcentur ab meliore anchoræ figurâ auctâ etiam hoc catenæ adjumento.

Poſt hæc autem non addam, futurum ut catenæ non lædantur ab ſaxoſis fundis maris aſperis ſalebroſiſque, quibus anchoralia (quamvis notæ cautiones adhibeantur) vehementer atteruntur.

§. III.

Res utiles ad anchoræ figuram præſtabiliorem reddendam unà recenſentur.

EX iis itaque omnibus hactenus expoſitis, modò colligam, anchorarum bicipitem figuram, ratione & antiquiſſimi usûs certâ probatam experientiâ, à nobis habendam eſſe cæteris præſtantiorem: figuras anchorarum ad earumdem pondera accommodari oportere iis, quas tradidi, regulis tutioribus, ut anchoræ ipſæ ſolidiores fiant: attendendam eſſe vim exercitam ab anchoris naves retinentibus, quam examinavi diligenter, ut verum atque frequentiorem anchorarum motum (enaſcentem dum anchoræ immerguntur) explicarem, eo enim explicato, quæ figuris anchorarum neceſſaria ſunt ac utiliora, & quæ ad uſum ſunt, cognoſci poſſunt manifeſtiùs: anchoræ brachii (hoc eſt principis anchoræ partis) figuram eſſe determinandam ope novi usûs lineæ, quam expoſui, & quam perutilem ab naturâ propoſitæ rei, atque ab geo-

metriâ ipsâ declarari, ostendi: demum catenæ adjunctione juvandas esse, tùm eam gravitatis vim, tùm eam directionem tractionis, quibus anchoræ ad penetrandum & ad hærendum fiant valentiores, atque inde etiam anchoræ figura ipsa quodammodo perficiatur. Itaque his contineri arbitror modum præstabilioris figuræ, quâ Anchoræ formari queant.

FINIS.

DE

DE

ARTIFICIO PRÆSTANTIORE ANCHORAS AD USTRINAM FABREFACIENDI,

DISSERTATIO.

Hìc teneat noſtras Anchora DUCTA rates.

NON deerit fortaſſe quiſpiam, qui propoſitam quæſtionem inſpiciens, primâ (ut aiunt) fronte, putet, de artificio anchoras fabrefaciendi, neque valdè nova, neque valdè utilia ſuggerenda ſupereſſe: cùm modus ferri tractandi ducendique igne malleoque ab longâ notus ſit experientiâ; neque, præter modum illum, novus alius modus inveniri poſſe videatur. At is erraret vehementer, perinde quaſi rerum perfectio non magis, quàm novitas nos debeat excitare. Illa profectò, non minus quàm hæc attendenda eſt. Et (quemadmodum vir ſummus, eloquens, & phyſicis rebus optimo in lumine conſtituendis natus, nos docuit) quamvis eæ, quæ ultimæ abſolutiones perfectioneſque rebus accedunt ad admirationem hominum animos plerumque minùs trahunt, quàm primæ rerum inventiones, quibus novitas plurimum pretii ſolet comparare; illæ tamen idcircò non minùs utiles ac fructuoſæ, quàm hæ, ſunt habendæ, & aliquando etiam perfectiones illæ ſunt difficiliores, quippe quæ minùs conſpicuæ ſuâpte naturâ. Atque utinam, ingenio & induſtriâ,

problemati ſatisfacere ita poſſem, ut ejus pretium utilitatemque planè cognoſco. Experiar tamen.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ, ad perfectionem conſueti fabricandarum Anchorarum modi, requiruntur.

§. I.

De primis modis ferri formandi, & exinde de iis quæ ad propoſitam rem faciunt.

UT rem ab primis artificiis, quæ adhibentur in ferro præparando exordiamur, ſciendum principio eſt, venam ferri crudam, quæ ex pluribus partibus conſtat, terreis aliis, aliis ſulphureis, aliis ſalinis, ferreis aliis, aduri ante omnia, atque ita ad liquatorium (quemadmodùm appellant) ignem præparari. Deinde eadem vena fluida redditur in fornace, funditurque; ac metallicæ partes, vi præſertim gravitatis, ſeparatæ, & in grandes formas inductæ, earumdem formarum figuram refrigeratæ adipiſcuntur. At hujuſmodi ferrum malleo duci non poſſet. Iterùm igitur liquatur, & recoquitur, ſtatim verò poſt recoctionem moles illa magna candenſque graviſſimo malleo (qui movetur ope rotæ ab aquâ circumactæ) pertunditur, tum ſub ipſo malleo diſſecatur in quinque aut ſex fruſta, aut in plura, quæ iterùm ignita ſingillatim malleis tunduntur extendenturque in baculos, in contos, in laminas, atque hoc modo ferrum, ignis & percuſſionum vi, ductile redditur, ac (ut nonnulli vocitant) malleabile.

Ex his verò facilè apparet, figuram ferro tribui duplicī modo poſſe, fuſione nimirùm, & malleo. Unde etiam ſit, ut nonnulla ferrea inſtrumenta, cujuſmodi ſunt tormenta bellica, ferro in fornace fuſo conficiantur; alia verò ad

uſtrinam elaborentur. Sed prima illiuſmodi inſtrumenta duriſſima ſunt, & quæ rumpi quidem poſſint, tractari autem malleo, & duci non poſſint.

Quod igitur ad rem noſtram attinet, haud quidem, modo illo primo fuſionis, anchorarum aut virgæ, aut brachia formanda ſunt. Altero igitur modo, nimirum opere ad uſtrinam, utendum eſt.

Non me latet, tertium dari genus quoddam artis ad perficienda ex ferro fuſo, ſive conflato, opera æquè perfecta, ac fiunt ex ferro elaborato ope mallei, limæ, veterumque artificiorum. Debemus hercle eximium hoc inventum celeberrimo de Reaumur, viro de ſcientiis & pulchrioribus artibus optimè merito; qui novam hanc artem in excellenti ſuo libro de Ferro in Chalybem convertendo deſcripſit. At ars illa ad res tenues elegantesque refertur, non ad prægrandia ſolidiſſima opera, cujuſmodi ſunt nobis propoſitæ res.

Porrò ſi quæ ſuperiùs dicta ſunt, conſiderentur, ſimul etiam intelligetur quid, pro inſtitutâ re, conari debeat induſtria noſtra: nempe ut optimæ notæ metallum adhibeatur; ut minore difficultate tractetur; ut ſine ullis vitiis anchoræ perficiantur. Sed jam ad primum, hoc eſt, ad metalli adhibendi conſiderationem progrediamur.

§. II.

De variâ ferri naturâ probè noſcendâ.

FErrum, in variis ferrariis fodinis generatum, varium eſt; varium etiam provenit ex variis (in diverſis regionibus) modis adurendi, liquandi, coquendique venam ferri; unde alibi ferrum durius habetur, alibi minùs durum (molle dicitur) alibi etiam intermediæ veluti naturæ. Ferrum durum molli gravius eſt: durum, ſi vis nimia eidem fiat, rumpitur; molle tenacius eſt, ac inflectitur: durum ſæpè momento frangitur; molle autem curvatur paulatim: durum faciliùs & citiùs quàm molle, candeſcit & ignitum fit. Et ex his de ferro intermediæ naturæ judicium inſtitui poteſt. Si ferrum impurum

sit, eò pejus erit, quò plus heterogenei metalli habebit: propter hæc, natura fodinæ illius, ex quâ adhibendum ferrum est, nota esse debet.

Examinari autem probarique ferri indoles modis pluribus potest; de quibus nuper plura scripsit Cl. Emanuel Swedenborgius. Examinatur enim attentâ inspectione superficiei ferri ipsius, nam levigatior superficies indicium est melius superficie scabrâ, aut fissuris & rimis confertâ. Probatur ferreum bacillum si immittatur in foramen resistentis corporis alicujus (puta silicei muri) & leviter inflectatur incurveturque; deinde ad rectam lineam reducatur; tum magis minusque inflectatur iterùm, ut desideratæ tenacitatis indicia explorentur. Probatur ferrum percussionibus, ac pro eâ ratione, quâ vel dissilit, vel resistit, de ejus fragilitate, aut tenacitate judicium fertur. Disruptione etiam ferri in frusta uti possumus, ut fracturarum superficies examinentur, atque diligenter observentur in eisdem apparentium particularum figuræ, crassities, dispositionesque. Quarum observationum perfectam seriem, egregiè explicatam, schematis etiam illustravit Cel. de Reaumur laudato in Opere. Præterea verò sunt etiam qui experimenta sumant ferrum candefacientes, ac observantes ut malleo resistat, quales scintillas aut ramenta emittat, qualia & quo modo minuta opera ex eo possint duci. Neque tamen prætermittere hìc licet, virgas dari aliquas ferreas, in quarum fracturis omnes ferri varietates appareant.

Hæc autem omnia (quasi in antecessum) rectè is calleat oportet, qui ad noscendum præstantius artificium anchoras fabrefaciendi velit accedere.

§. III.

De Ferruminatione.

FErruminationis nomine intelligo fabrorum operationem illam, quâ duo candefacta ferramenta, vi percussionis malleorum conjunguntur, & consolidantur, ut ferrum unicum formetur. Et, quamvis operatio hæc aliquod ferruminis genus

fæpè requirat ; dum tamen mallei percuſſioniſque actione fiat, ferruminatio videtur eſſe appellanda. Hoc modo *Ferruminare*, gallicè *Souder*, facilè diceretur.

Studiosè verò, accuratè atque diligenter operari oportet in ferris ferruminandis magnæ molis, ut in propoſitâ anchorarum noſtrâ re. Si durum ferrum cum molli ſit ferruminandum, durum minùs debet fieri ignitum, quàm molle ; quod ſi magnâ cum curâ non obſervetur, ferruminandæ partes haud validè coaleſcent. Neque eſt oblivi ſcendum, fieri, ut, dum malleo elaboratur maſſa ex ferro duro & molli formata, molle ferrum extendatur magis, quàm durum.

Partes duæ ferruminandæ ad cuneorum figuram (aut ad parum diſſimilem eorum) formantur ; utraque tamen ſimul (hoc eſt altera alteri ſuperimpoſita) maſſam efficere debet craſſiorem eâ, quæ requiritur ; ut deinde maſſa illa ad requiſitam craſſitiem, vi percuſſionum malleorum, ac ſolidatione, adducatur. Eos autem cuneos alii vellent longiores, alii breviores ; at ratio ſuadet conglutinationem (ut ita dicam) partis utriuſque robuſtiorem futuram, ſi majus ſit ſpatium conglutinatum ; rationique vim addunt benè multa experimenta. Si artifices alii contradicant, credendum erit, eos brevioribus cuneis uti conſueviſſe ; eoſque in eâ eſſe ſententiâ (in quâ plurimi artifices ſunt) ut putent ; non id, quod ab aliis melius proponitur, eſſe faciendum ; ſed id, quod facere ipſi conſueverint.

Cavendum autem diligenter eſt, ne nimium aut parum ignis in uſtrinâ adhibeatur, ſed danda eſt opera ut imprimatur ferro is caloris gradus, quem illius natura & experientia requirit. Cavendum itidem eſt, ne, dum ferri pars aliqua in uſtrinâ igneſcit, partes huic proximæ (quod aliquando contingit) ab igne lædantur, reddanturque infirmiores. Cavendum à ſcabie quâdam, quam aliquando emittit ferrum dum calefit, & quæ conſolidationi aptæ eſt impedimento ; quamobrem detergenda illa eſt, ut purum ferrum ignitum puro ferro ignito ſuperimponatur. Cavendum, ne ſabulum illud foſſile, quod in ferruminationibus adhibetur, ſit dete-

rioris qualitatis, ſed optimum eſt ſeligendum: & didici ab artifice peritiſſimo, ei haud rarò perutile fuiſſe, cum eodem ſabulo cortices ovorum in pulverem redactos, & marinum ſal commiſcere.

Hæc verò omnia, quæ de ferruminatione dicta ſunt, ſi curentur diligentiſſimè, haud parùm juvabunt, ut ad ſolidiorem fabricandarum anchorarum modum perveniatur.

§. IV.

De firmis ac validis Anchoræ partibus formandis.

QUoniam anchorarum virgæ & brachia, ſi flari nequeunt (ut ſuperiore in Articulo eſt demonſtratum) non ex unâ ferri maſsâ educi poſſunt; idcircò ex pluribus baculis (ut appellant) & laminis ferreis, aptè conſolidatis, debent coaleſcere. Baculi plerumque adhibentur parallelepipedæ figuræ (*Fig.* 1. *A*) eorumque baſis quadratæ latus pollicem unum cum dimidio, aut pollices duos circiter, æquat. Parallelepipedæ item figuræ (*Fig.* 1. *B*) ſunt laminæ baſim habentes rectangulam; cujus baſis latus unum plerumque pollicis unius partibus tribus æquale eſt, alterum verò nullâ certâ definiri menſurâ poteſt: aliæ enim laminæ ſemipedem latæ ſunt, aliæ minùs, latiores aliæ.

Baculi ſeliguntur (pro anchoræ magnitudine plures paucioreſve) alii ex duro puriore ferro, totidemque alii ex ferro molli; & ferruminatione illi hiſce mixtim copulantur, ut, in unum faſciculum compoſiti, transformentur in unam eamdemque maſſam, longam duabus tertiis partibus futuræ virgæ; ſed eâ in extremitate, cui ſunt brachia conjungenda, craſſiorem, quàm in alterâ. Craſſities autem eâ ratione poſſunt determinari, ut (circiter) quemadmodum 4 ad 5, ita proveniat diameter capitis virgæ ad diametrum ejuſdem paulò ſupra conjunctionem cum brachiis ipſis: ubi enim virga iis committitur, etiam craſſior ſit oportet.

Cùm autem, ſi anchoræ parvæ non ſint, maſſa illa, ſecundùm longitudinem, quatuor terminetur faciebus, ferè

planis : duæ ex hiſce, nimirum quæ parallelæ ſunt plano per brachia ducto, conteguntur ferreis laminis (unaquæque laminâ unâ) quæ ex ferro non quidem molli, ſed minùs duro ſint. Dum maſſa hæc laminis contecta uſtrinæ igni admovetur, curare oportet, ut ejus latera laminis vacua, igni vehementiori, hoc eſt inferiori, adponantur, ut fortiùs vis ignis penetret; &, ſi qua heterogenea corpuſcula fuerint ipsâ in maſsâ, faciliùs deinde, cùm laminæ cuduntur, extrudi queant. Modo eodem reliqua virgæ pars fabrefit; tum pars utraque conjungitur & ferruminatur, integra ita habetur virga.

Præſtaret tamen, totam ſimul virgam formari, idque fieri vellem, ne ea duabus ex partibus coaleſceret. Video quidem majores ferri maſſas difficiliùs tractari poſſe, ut elaborentur; ſed de hac re in ſequenti articulo dicam : ſepoſitâ autem difficultate hac, ſolidior certè erit, ſine junctione illâ, virga fabrefacta. Vellem præterea, ut ſi baculi, aut laminæ, longitudinis neceſſariæ non eſſent; illorum, aut harum junctiones ferruminarentur ita, ut ad varias virgæ partes referrentur.

Brachia verò perficiuntur artificio propè eodem; ipſorumque extremis partibus ferruminantur pedes, quibus validiùs firmandis, utile erit, eos, quaſi dente, à brachiis retineri; ut in Figurâ videre eſt (*Fig.* 2.) in quâ *aenc* pars brachii eſt, *ab* eſt pars pedis, *ncb* dens pedem retinens. Itaque horum, quæ hactenùs de anchoræ partibus tradita fuere, nihil prætermittendum opinor; ut propiùs ad perfectionem ipſæ partes accedant.

§. V.

De anchoræ partibus inter ſe componendis, ac firmè ſolidandis, ut integra anchora perfectè formetur.

TRes ſunt conſolidandæ partes, duo brachia, & virga : hoc maximi momenti & difficillimum opus eſt. Quod ut tutiùs perfici poſſet; mihi quidem placeret, extremitatem (*Fig.* 3.) *SPR* virgæ *EP* extendi veluti in alas *a*, *z*, jungendas brachiorum principiis : placeret itidem, brachii (*Fig.* 4.)

XZ extremitatem diduci in alas duas *e*, *u*, quarum *e* cum oppoſito brachii principio firmè conſolidaretur ; *u* verò cum virga ipſa conjungeretur modo eodem : placeret jungendas partes non malleo tantùm, ſed etiam limâ elaboratas eſſe, ut perfectiùs congruere poſſent.

Ratione autem ſuadetur, confirmaturque experientiâ conſtanti, ferreas duas maſſas candentes, ferruminandas, eò meliùs conjungi & conſolidari, quò gravioribus illæ malleis cuduntur. Malleus verò qui ab uno homine tractari poteſt, ut graviſſimus ſit, libras tamen quadraginta non excedet. Porrò eſſet providendum, ut prægrandi malleo partes ſolidandæ ferirentur, atque ut ſuper incude ſine difficultate moveri partes ipſæ, & pro lubitu illi malleo ſubjici, poſſent.

Itaque vellem, malleum, qui ſaltem eſſet trecentarum librarum pondo, ad extremum trabeculæ longæ pedes circiter octo adaptari ; & hanc circa medium inſtrui duobus cardinibus aptâ machinâ ſuſtentatis, circum quos moveri liberrimè poſſet ; & ab ejuſdem trabeculæ extremo ejus altero (niſi alicujus aquæ curſu motus machinæ commodè inderetur) funes pendere, ut horum tractione elevaretur malleus, qui candens percuteret ferrum poſitum ſuper incudem. At ſub malleo eodem partes ſolidandas, aptè appoſitèque, ut melior operis requireret conformatio, accommodare oporteret.

Ad id obtinendum, vellem adhiberi machinam illam, quæ ad pondera tollenda inventa eſt (Grus à nonnullis dicitur : *le Gruau*) in loco, benè, & commodè poſitam ; vellem funis ejus extremitatem inſtructam eſſe grandi unco ferreo, in quem induceretur anchoræ virga prope eam partem, prope quam eſſet gravitatis centrum movendæ ferreæ maſſæ. Vellem etiam, extremitati virgæ (*Fig.* 3.) *EP* conjungi tres ferreos baculos (peracto opere, abſtrahendos, aut reſcindendos) non admodùm craſſos *BA*, *CD*, *EF*, longos tres vel quatuor pedes. Ita enim fieret, ut grue tantillùm moto, homines tres applicati ad extremitates *A*, *D*, *F*, quomodocumque opus eſſet, celerrimè partem ſolidandam ſuper incude poſſent accommodare.

Illud

Illud autem diligentiſſimè curandum, ut plures ferreæ laminæ aptè ſuperponantur trium illarum partium extremitatibus jam ferruminatis, & cum iiſdem hæ quoque novæ laminæ ferruminentur aptè ſolidèque; ut tandem ab extremis partibus brachiorum, & virgæ, atque ab adjunctis hiſce laminis, formetur unum idemque ſolidiſſimum corpus. Nec verò probarem foramen ullum propè extremitatem *P* fieri. Quamvis enim per hoc trajectus religaretur funis index commodè quidem, & commodè tunc adhiberi poſſet funis idem cùm majori anchoræ minor adjungeretur, ne illa, (ut aiunt) araret; id tamen foramen minùs placet, propterea quod exiſtimo, nihil quicquam eſſe tentandum, quod quovis modo eam poſſit partem debilitare. Et hæc omnia, ut reputo, conducent ad artificium fabricæ anchorarum perficiendum.

SECTIO SECUNDA.

Nova Anchoræ partium diviſio & compoſitio proponitur.

§. I.

Quid partium Anchorarum diviſio, ad faciliorem reddendam earumdem ſtructuram, præſtare poſſit.

CUM diviſionem partium propono, haudquaquam intelligo, ex unâ earum plures fieri; ut ex unâ duas quodammodo effici poſſe cenſebat vir doctiſſimus, idemque peritiſſimus artis machinarum, Claudius Perraultius, cui placuiſſet (quemadmodum in ejus Libro de Machinis videre eſt) anchoræ virgam *A B* (*Fig.* 5.) dividi in ramos duos *B P*, *B P*, ſuis annulis in *P*, *P*, inſtructos; quos per annulos trajectum anchorale dum traheret, ramis illis ſeſe flectentibus, & quaſi cedentibus, anchoralis tractionis violentia imminueretur.

Sed ego, partium diviſionem proponens, prorsùs intelligo,

divisim fabrefieri duas, vel tres, anchorarum partes, eo quidem modo, ut hæ possint sine ullâ ferruminatione deinde inter se aptari atque conjungi tam firmè quàm si, ferruminationis ope, essent integræ anchoræ junctúræ omnes consolidatæ. Porrò quod in grandibus anchoris formandis maximum incommodum creat, est difficultas machinæ figuræ illius, & tam immanis ponderis, tractandæ: ut, artificum grandes anchoras cudentium labores pluries observando, planè cognovi. Neque enim (dum virga cum brachiis est consolidanda) machina illa incudi aptari, neque malleis subjici ex omni parte potest; neque ipsis artificibus suppetit commoditas operandi æquabiliter partibus omnibus, ut vellent. Quamobrem operandi difficultatem sæpè vitia operis consequuntur.

Hanc itaque nimiam difficultatem tollere, idem fermè judico, ac suppeditare modum fabricæ anchorarum perficiendæ. Hanc verò difficultatem tolli posse reor, componendo anchoras ex duabus, vel tribus, partibus seorsim fabrefactis. Quapropter ad explicanda ea, quæ cogitavi de re hac, progrediar.

§. II.

Ut Anchoræ ex tribus seorsum fabricatis partibus componi queant, explicatur.

VIrgæ, & brachiorum partibus iis, quæ ad formandum nodum, sive crucem, destinantur, illiusmodi figura tribui debet, quæ ad firmandam connexionem apprimè facere possit.

Figuram igitur, quam virgæ tribuendam reor expositurus, pono (*Fig. 6.*) *P C* esse virgam, cujus pars *s z n c*, ad nodum, consuetæ crassitiei sit, quatuorque planis superficiebus terminetur, quarum *s h*, eidemque oppositam, nominabo facies virgæ; & *n c h*, atque huic oppositam, dicam virgæ latera. Hac verò parte *s z n c* sit crassior pars proximè superior *H s n K*, in quâ ad latera duæ crenæ *s t*, *n r*, sint inciſæ. Virgæ extremitas *m C x* ejusdem crassitiei sit cum superioris

partis extremitate *s t e r n*, & figuræ habeat ejusmodi, ut cum eâdem illâ superiore extremitate efficiat crenam *s z h i*, in quam inseri possit brachii ala, & crenam *i h c n*, in quam inseri possit extrema pars brachii; totidemque alias crenas ad oppositas partes efficiat. *u* erit foramen, per quod trajici possit clavus haud crassus.

Quod verò ad brachia attinet, vellem, ut brachii pars (*Fig.* 7.) *n H D*, instructa pede suo, *G D*, prædita esset eâ brachiorum aptiore figurâ, de quâ fusè aliàs à me dictum est: præter verò partem *g a*, quæ quadrare perfectè debet lateri virgæ, vellem brachium produci alâ veluti quâdam *n s E F*, partim faciei virgæ, partim alteri brachio aptandâ: quamobrem brachium propè *g n* crassius faciendum; ut ala illa, toto tractu aptando virgæ, tam sit crassa, quàm in consuetâ formâ crassum brachium est: at reliqua ejusdem alæ pars, cum altero brachio connectenda, quasi ad cunei formam, extenuetur. Ad *n* & ad *s* vellem protuberare brachium & alam, ac duos quasi dentes *s*, *n*, efficere. *u* erit foramen æquale foraminis *u* virgæ.

Figura autem octava repræsentat jam descriptas partes aptatas inter se atque connexas: nimirum virgam *P C*, brachia alis instructa *b K I s n*, *D H G d b*, & hæc ut inserta esse debent alis suis in virgæ crenas. Apparent in eâdem Figurâ insertiones dentium *s*, *n*, in partem virgæ *t e r*. Apparent duæ laminæ *R b*, *q d*, quæ complectuntur alas, & quæ ex ferro ignefacto facilè circum alas easdem possunt circumplicari; quemadmodum circum junctiones dentium anchorarum instructarum dentibus quatuor probè fieri observavi: *u* est clavus alas & virgam (majoris firmitatis comparandæ gratiâ) connectens: *m C x* est virgæ extremum claudens, atque (ut ita dicam) roborans integrum artificium.

Ratione itaque hactenùs descriptâ, faciliùs, ut puto, anchoræ construentur, quoniam vitabitur maximum illud incommodum crucis ferruminandæ: ac partes multò commodiùs (&, quod consequitur, perfectiùs) pro connexione elaboratæ, nodum efficere poterunt valentiorem, quàm si

ferruminatione data fuiſſet opera, ut coaleſcerent. Ubi vitietur aliqua pars, multò promptiùs redintegrari illa poterit, facili diſſolutione, novâque compoſitione anchoræ totius. Nodus erit gravior, preſſionemque anchoræ juvabit. Magiſque partes reſiſtent, quoniam impetus nodis vim faciens, imprimetur in plures partes, neque contra angulum, à virgâ & brachio comprehenſum, ita aget; ut ſecundùm conſuetam formam, agere ſolet.

§. III.

De Anchorarum ex duabus, ſeparatim fabrefactis partibus, compoſitione.

QUæ ſuperiore in articulo expoſuimus, expeditiora quidem reddunt hæc, quæ ſunt modò proponenda. Igitur, ut priùs, ſit (*Fig.* 9.) *PC* virga; in quam, ubi nodus fieri deberet, inſculptum ſit grande foramen *aL*, os habens quadrilaterum, atque intùs planis ſuperficiebus terminatum, ad quod adjacentes (ut ita dicam) parietes *tz*, *es*, craſſiſſimi ſint, ac æquivalentes conſuetarum anchorarum craſſitiei ad nodum. Deſinat autem virga in duos mucrones *Cm*, *Cx*, longos quartâ unius futuri brachii parte, ac quales refert ipſa figura. Neque ſanè difficile erit partes haſce fabrefacere; quandoquidem baculi illi & laminæ ex quibus componitur virga (ut aliàs eſt demonſtratum) non conjunctæ ubi foramen, atque intortæ & circumactæ ad extremum, materiam ſuppeditare poſſunt huic operi ſolidè perficiundo. *uu* ſunt duo foraminula, per quæ trajici duo clavi poſſunt.

Brachia ſunt (*Fig.* 10.) *BRFqD*, quæ unicam ſolidamque anchoræ partem unâ efficiunt. *uu* ſunt duæ crenæ ad excipienda clavorum dorſa, ut inferiùs dicetur.

Demùm undecima Figura refert partes illas arctè conjunctas. In virgæ *PC* foramen *aL* inducta ſunt brachia *BRqD*, firmiter connexa cum virgâ ipsâ duobus clavis *uu* comprimentibus crenas paulò ſuprà indicatas; atque ita etiam brachia eadem comprimuntur contra mucrones *Cm*, *Cx*,

Anchoræ verò, confectæ modo hoc, pedes facili artificio, vel etiam clavis, adjungentur.

Hæc autem si considerentur, simul (opinor) etiam intelligetur commoda illa ad calcem superioris articuli proposita, ad hunc quoque modum anchoræ fabrefaciendæ pertinere. At certè illa (haud leviter animadvertenda) major erit utilitas, quâ minuetur periculum (periculum sanè anchoris sæpè fatale) ne anchoræ brachia, ubi hæc connectuntur cum virgâ, frangantur. Quandoquidem, si ponamus brachii *s D* pedem fixum hærere, atque solidum illud virgæ & brachii aggregatum *P s D* esse vectem facilè concipiemus, hujusce vectis esse quasi duo fulcra clavum *e*, & apicem *x* mucronis *C x*; quamobrem vis ad *P* applicata minùs quidem valebit ad disfringendum brachium in *s* ubi illud cum virgâ conjungitur. Itaque concludam videri mihi hisce artificiis & faciliorem & tutiorem propositam fabrefactionem anchoræ haberi posse.

FINIS.

DE MELIORE MODO EXPERIUNDI ANCHORARUM VIRES, SEU RESISTENTIAM, *DISSERTATIO.*

Hìc teneat noſtras Anchora CERTA rates.

UT nemo, qui ſapiat, inficias iverit, perutiles eſſe regulas benè proviſas & diligenter conſtitutas ad anchorarum figuras optimè præſcribendas, atque ad commonſtrandam fabricationem earumdem aptiorem: ita quoque fatebitur is, perutilia futura experimenta, quibus perſpiciatur num regulis illis reſpondeant fabrefactæ anchoræ, num debitâ præditæ ſint reſiſtentiâ. Uno verbo dicam; propoſiti problematis perfectio tam excellit, quàm præſtat, in periculo eſſe anchoram ſolam potiùs quàm ſimul cum anchorâ navim, naviganteſque. Id quidem unum qui cogitet, facilè (ni peſſimè fallor) cùm excellentem ſapientiam eorum, qui problema propoſuere, tùm problematis ejuſdem permagnum momentum, omnique curâ dignum, eſſe cognoſcet. Vel ego itaque lubens conabor, & diſſertatione hac in duas partes diviſâ, primùm quæ ſine machinis, deinde quæ machinarum ope, ſunt perficienda, exponam.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ ad propositum problema pertinent, nullius tamen machinæ explicationem requirunt.

§. I.

De violentis inflexionibus ac rupturis partium anchorarum.

CUR contorqueantur & frangantur anchoræ, duæ plerumque causæ sunt, quæ conveniunt : interna (ut ita dicam) una, altera externa. Primùm agamus de primâ.

Constat experientiâ corpora firma ita ab naturâ esse constituta, ut eorumdem fibræ aliquando quidpiam habeant heterogenei, ut appellant, & inæqualibus viribus cohæreant. Hæc verò inæqualitas haud rarò crescit, si ars egerit in corporibus iisdem. Quòd si multæ fibrillæ ferri laxiores sint, & extensionis nimium capaces, torquentur flectunturque, leviore momento anchoræ partes. At rumpuntur anchoræ, ubi ferrum impurum fuerit, ac extraneis corpusculis nimis infectum, ubi inter ferreas laminas parteſque, ex quibus adferruminatis formata anchora fuit, cavernulæ aliquæ internæ remanserint, ubi interior ferrugo soliditatem læserit, vel similia contigerint. Ac quidem partes quasdam quasi arenæ similes, sciſſuras, aliquando etiam cavitates, in variis, quas vidi, fractis anchorarum partibus, observavi. Hinc autem manifestum est, neque cohærentiam basium illarum fuisse integram, neque fuisse fibrillas in eâ materiâ omnes ejusmodi, ut fibrillæ ipsæ extendi & elongari æquabiliter possent antequam rumperentur : cùm tamen basium integrarum cohærentia & fibrillarum (ante rupturam) ad extensionem æquabilis dispositio, duo principia sint momenti magni ; ut quidem animadverterunt Mariotus, Varignonius, aliique, qui posterioribus

posterioribus temporibus in doctrinâ resistentiæ firmorum corporum explicandâ, magnâ cum laude sunt versati.

Sed jam pergentes ad causas, quæ externè agunt, animadvertemus, tunc maximè fieri posse, ut anchoræ lædantur cùm earumdem brachia foraminibus aut cavernulis saxei fundi sunt infixa firmiter, neque loco cedere queunt modo ullo. Si enim navis à gravibus ventis vehementiùs agitetur, violentia tractionis anchoralis efficere potest, ut anchoræ partes inflectantur, si ex molli ferro sint; vel ut disrumpantur, si sint ex ferro duriore. Quoniam verò in ejusmodi anchoræ constitutione virga quasi vectis est, brachiis vim faciens; ideò brachia læsionibus sunt magis obnoxia, & quidem propè pedes, namque hi resistunt; & prope angulos crucis, ubi primus virgæ conatus exercetur. Aliquando etiam læditur virga propè tertiam suî partem infra caput, plerumque ubi conjuncta fuere gemina virgæ frusta, quando virga formata fuit. Cæterum alibi etiam frangi anchoræ queunt, si alibi infirmæ sint internæ earumdem partes, ob vitia illa, de quibus paulò suprà dictum est.

§. II.

Attentis iis quæ superiore in Articulo dicta sunt, explicatur, quid modus anchoras experiundi, suâpte naturâ, referre debeat.

UT periculum fiat virium resistentiæque anchorarum, violentia iisdem aliqua adhibenda est similis ejus, quam ab externis jam enarratis causis, usu anchoræ ipsæ pati possunt; ut ita dignoscatur, num anchoræ aliquo laborent ex vitiis iis, quæ ad causas pravæ earumdem structuræ internas jam retulimus.

At diligenter animadvertere oportet, curandum profectò esse, ut anchorarum vitia, ubi iisdem insint, detegantur; verùm eodem tempore esse cavendum, ne violentiâ nimiâ etiam anchoræ illæ quæ vitiis carerent, disrumpantur. Porrò ea est adhibenda ratio tentaminum, quibus anchoræ suum

quidem robur manifestare possint, lædi autem ex nimiâ violentiâ non possint. Et in hac tentaminum cautione (ut opinor) propositæ rei cardo est.

§. III.

Primi quidam modi roboris anchorarum explorandi, indicantur.

SI malleo percuterentur variæ anchoræ partes, ex sono aliquid fieri posset de ipsarum soliditate judicium. Item ex diligentissimâ partium mensurâ cum pondere comparatâ, de ferri anchoræ ejusdem densitate duci aliqua posset conjectura. Aliqua itidem ex attentâ inspectione superficierum ipsius anchoræ, num ferri suâpte naturâ capacis levigationis, an scabri signa apparerent. Limâ ferri durities tentari posset. Modis itaque hisce, & similibus roboris anchorarum indicia veluti quædam possent vestigari.

At per se satis est manifestum, eas conjecturas seorsim factas aut ex sono, aut ex mensurâ & pondere, aut ex superficierum inspectione, aut ex alio aliquo de hujuscemodi tentaminibus, esse incertas conjecturas & ambiguas: si tamen ex hisce plures unâ consentirent præbentes singulæ eadem vel præstabilia, vel prava indicia; non adeò incertum esset & ambiguum quod exinde fieret judicium.

§. IV.

Experimentum sumendum de anchoris, percussione ex casu oriundâ, profertur.

PErcussione (ut fieri apud Batavos consuevit) resistentiam anchoræ possumus experiri, curando ut anchora cadens ex edito loco impingatur in subjectam crassissimam ferream virgam transversè positam, aut in crassissimam ferream laminam. Ejus enim anchoræ structuram vitiis carere, & ejus partes satis esse firmas, probabile fiet, si ex violentâ illâ collisione nullum ceperit anchora detrimentum.

Itaque usus percussionis (cujus vis limitari ac definiri ex notâ impetûs doctrinâ potest) inter utilia tentamina ponendus esse videtur. Si tamen considerentur diligenter positiones centrorum gravitatis in brachiis anchorarum, atque animadvertatur, gravitatis vim quasi in centris iisdem constitutam reputari consueviſſe; dissimulandum non erit, paulò minùs exploratam haberi anchorarum resistentiam quæ hujusmodi tentatur experimentis.

Quæ nihilominùs (ut certiora fierent) juvari possent, si anchoræ pedi utrique adjungeretur connecterturque extraneum aliquod pondus æquans, puta decimam sextam ponderis totius anchoræ partem: nam gravitatis brachiorum centra, versùs eorumdem extremitates quodammodo retracta, agerent eo modo, quo considerato, ratione tutiori ferri judicium posset de anchorarum robore resistente viribus, eas flectere conantibus aut frangere.

Sed, antequam Sectionem hanc finio, addam, tentamen aliquando aliud instituì ad experiundum, num anchoræ pes futurus sit aptus, ut se se convertat versùs fundum eumdemque mordeat. Super lævigata superficie anchora ita detinetur, ut unius ejus pedis extremitas, & axis lignei extremitas una superficiem eamdem contingant; tum verò anchoræ permittitur, ut moveatur: ac si anchora convertatur in orbem, ea conversio indicio est perfectionis figuræ ejusdem. Verè tamen ac liberè dicam: perfectio illa examine attento figuræ partium anchoræ datæ, atque consideratione diligenti proportionis earumdem, meliùs quidem quàm experimento, cognosci potest.

SECTIO SECUNDA.

Usus quidem machinarum, in experimentis de Anchorarum vi & resistentiâ instituendis, proponitur atque explicatur.

§. I.

De æstimandâ & pro lubitu determinandâ quantitate primæ vis, quam machinæ datæ oporteat applicare.

EXPERIMENTA, quæ machinarum vi & violentiâ tentarentur, verebar olim, ne nimium aliquando valere possent: nempe dum contingeret, ut ea adhiberetur vis, cui facilè neque optimæ resisterent anchoræ. Atque hinc opinabar, dubiam semper futuram ac incertam determinationem quantitatis adhibendarum virium ad experimenta de anchoris, ope machinarum, instituenda.

At *discipulus est prioris posterior dies:* mutavi deinde sententiam eatenus, quatenus cogitavi de modo apto ad æstimandas vires, quas homo aliquis impendere posset ad motum ope machinæ procreandum. Constitui enim, in experimentis (de quibus agendum est) primum principium motûs, hominis alicujus ad machinam applicatione, procurari oportere. Ad vim autem hominis illius æstimandam, augendam, minuendamque facere posse credidi artificium hoc, quod proponam.

Sint duo fulcra (*Fig.* 1.) *ACD*, *BEG*, per quorum foramina *u* ac *t* liberè volvi queat teres paxillus *S t*; cujus axis congruat cum axe cylindri *TZN*. Sit *a e* prima rota, quæ debeat adhiberi in machinâ idoneâ ad tentanda anchorarum experimenta. Sed (gratiâ facilioris comparationis cum cylindro *TZN*) fingamus eam rotam ad propositum paxillum esse aptatam, & hujus axem per ejusdem centrum pertransire.

Cylindro *T Z N* intelligatur adnexus funis *g d*, de quo dependeat pondus *P*. Rotæ autem & cylindri diametri sint ejus magnitudinis; ut actiones dentium rotæ, & ponderis trahentis exerantur æquali intervallo ab axe paxilli, quasi vires essent applicatæ ad extremitates similium & æqualium radiorum alicujus axis in peritrochio.

Bacilli extremitas definat in crassum parallelepipedum *q R*, in medio perforatum, ut in foramen immittatur manubrium *x F m*, recurvum in *F*, ad cujus extremitatem manus *V* hominis debet applicari. Demum, *n* est cochleola, quâ firmatur manubrium, ut ejus longitudo *n F* ea (pro lubitu) sit, quæ requiretur.

Id artificium ad rotam *a e* propositam refertur. Hujus autem vis proficiscitur ab vi applicatâ ad *V*. Et vis applicata ad *V* æstimatur ex pondere *P*.

Si constans esse debeat manubrii longitudo *n F*; augeatur vel imminuatur pondus *P* eò usque, dum inter ipsum & vim applicatam ad *V*, æquilibrium fiat : ita pondus *P* erit vis ejusdem *V* mensura.

Quando opus sit, ut rota *a e* ab hominis manu, hoc est, à vi applicatâ ad *V*, recipiat determinatam quandam vis quantitatem respondentem dato alicui ponderi *P*; tunc ope cochleolæ *n* firmetur manubrium ad eam longitudinem *n F*, quæ propria sit, ut vis applicata ad *V* æquivaleat vi ponderis *P*. Ita in nostro erit arbitrio, adhibitâ machinâ propositâ, æstimare vires ad *V* applicatas, & posse eam, quâ indigebimus, determinatam primæ vis quantitatem applicare.

§. II.

De machinâ, rotis compositâ, ad anchorarum robur pertentandum, aptâ.

VIm fieri anchoræ non posse, nisi firmiter consistant & anchora, & machina vim faciens, certum adeò esse opinor, ut minimè debeat demonstrari. Fingam itaque ad murum solidissimum aptatas esse machinam, anchoramque. Sed super solido etiam pavimento quæ propositurus sum (paucis mutatis) præstari facilè possent.

Sit itaque murus (*Fig.* 2.) *ABCD*, & ex eo promineant duo (vel plures) ferrei trunci *EF*, quorum, ut ita dicam, radices tam firmiter intra murum sint consolidatæ; ut ab machinæ violentiâ neque lædi, neque vinci ullo modo queat eorumdem resistentia. Crassus ferreus baculus, de quo experimentum sit sumendum, inseratur inter eosdem truncos *E* & *F*, alterâ suî parte: parte verò alterâ comprehendatur ab unco ferreæ regulæ *IKML*. Quæ regula dentata sit, moveaturque horizontaliter à dentibus tympani *nm*. Hujus tympani axis idem sit ac rotæ *NP*. In ejusdem autem rotæ *NP* superiores dentes inserantur dentes tympani *ec*. Quod tympanum in eodem axe est cum rotâ *QR*, à cujus dentibus excipiuntur dentes tympani *gh*. At tympani hujusce *gh* axis instructus esse intelligatur manubrio, cujus artificium idem sit, ac artificium manubrii (*Fig.* 1.) *xRFm*, superiore in articulo explicatum.

Post hæc animadvertere præstat, tympanum (*Fig.* 2.) *gh*, quod in propositâ constructione ultimum est, posse conjungi cum axe ulterius rotæ, & hanc moveri posse ab alio tympano quod ultimum sit; atque eâdem prorsùs ratione datum esse augere numerum tympanorum rotarumque; &, quod consequitur, augere (pro lubitu) machinæ vires.

Proposita autem ferrea dentata regula, nec non rotæ, atque tympani, tantæ crassitiei firmitatisque esse debent, ut dum agit machina, partes illæ, neque curvari, neque deprimi,

neque à locis ſuis dimoveri, neque lædi, neque frangi, violentâ machinæ actione queant. Idemque intelligendum cùm de partibus deſtinatis ad continendos rotarum, tympanorum, cylindrorumque axes, tùm de partibus reliquis, quibus machina tota (artificiis conſuetis) conligata erit, atque connexa. Uno verbo dicam : tam firma ac robuſta machina eſſe debet ; ut ipſa quidem (ſi vis ad manubrium applicata potis ſit) ferrum *G H* curvare aut frangere poſſit, ipſa verò capere detrimentum non poſſit.

Et cùm jam ſuperiore in articulo artificium demonſtraverim conducens ad cognoſcendam quantitatem primæ vis, quæ impenditur, dum effectus aliquis ope machinæ, compoſitæ rotis, progignitur; nunc velim, adhibitâ machinâ hac, varias determinari primas vires expreſsè neceſſarias ad ferreos baculos, varias craſſities habentes, inflectendos, aut disfringendos. Velim (gratiâ exempli) dato ferreo baculo parallelepipedæ figuræ, cujus quadratæ baſis latus eſſet pollicis unius, eodemque inter *F, E,* & *K I,* conſtituto, velim, inquam, determinari primam vim neceſſariam, ut id ferrum inflectatur, vel disfringatur : hanc autem vim primam pollicis unius appellabo.

Itaque, his poſitis, ſi datâ anchorâ aliquâ placeat experimentum ſumere de uno ex ejuſdem brachiis, inter *F, E,* & *K I,* conſtituto, cujus brachii minima craſſities uni quadrato pollici reſpondeat ; pro vi primâ adhibeatur vis paulò minor vi illâ primâ pollicis unius (de quâ modò dictum eſt.) Et, ſi brachium reſiſtat, jam experimento de firmâ illius partis anchoræ conſtitutione liquebit.

Porrò, quæcumque anchora detur, ſemper vis determinata, ope alicujus ex iis experimentis, quæ paulò ſuprà ſunt indicata, vel novi ope experimenti, modum ſuppeditabit tentandi & virgam & brachia ejuſdem anchoræ datæ. Atque ita, ſi hæ partes ſolidè reſiſtant, habebitur ipſius anchoræ firmitas experimento comprobata.

Neque plura addam : nota enim ſunt quæ ſpectant ad propoſitæ machinæ partes. Sed quoniam earumdem uſus, &

virium æstimatio facilis est ; idcircò à me planè habitæ sunt partes illæ ceu perutiles ; ut, conjunctæ cum artificio à me tradito primæ vis æstimandæ, ad novum propositum hoc opus transducerentur.

§. III.

De simplicissimâ machinâ ad vires resistentiæ Anchorarum dignoscendas experimentis.

QUi minùs sapiunt mysteriis delectantur, hoc est implicatiora artificia pluris faciunt. At simplex machina, postremo hoc loco, à me quidem proponitur lubenter, quoniam subjicitur judicio Sapientum, quibus res hujuscemodi ipsâ suâ simplicitate commendantur. Pars prima, à quâ ordiar, erit fulcrum (*Fig.* 3.) *ABCDEF*, cujus constructio potest pro lubitu, & pro re natâ, ac pro loci opportunitate variari (ut adhibendo grandes ferreos palos in imo crassissimi muri horizontaliter intrusos, vel in aliquod fundamentum infixos) dummodò tamen fulcrum ipsum sit solidissimum, præsertim ubi extant partes *EF*, in quas inseri debent cardines *ns*.

Extremitati trabeculæ *ab*, longæ saltem duodecim pedes, validissimè aptati esse debent cardines illi ; ut trabecula eadem, ipsorum ope, liberrimè volvi queat : ita tamen ut, ejus axem ab uno eodemque plano verticali numquam exeuntem, in eodem plano circulum quodammodo describere, concipi queat.

Malleus *eq*, haud absimilis iis, qui cursu aquæ moventur in ferrariis officinis ubi fodinæ sunt, prægrandis (puta qui pendeat quingentas pondo libras, aut ampliùs) sit infixus in trabeculam eamdem, sed tamen possit versùs utramque extremitatem *a*, vel *b*, pro lubitu duci (undè mutetur distantia *aR*) & hæc ubi sit determinata, ibi ille ferreo cuneo in *R* impendendo, satis arctè firmari queat.

Vellem constitui sub hoc singillatim varios bacillos, sive varia parallelepipeda ferrea, ut *HL:* & hæc imponi solidissimis

mis fulcris *GI*, *MN*, ut nihil esset ad *P*, sub ferro *HL* ubi ictus ferro eidem est infigendus.

Tribus autem modis fiet ut major vel minor sit percussionis effectus : nimirùm auctâ vel imminutâ distantiâ *a R* ; malleo ad majorem, vel minorem altitudinem elevato ; ac demùm fulcris remotioribus, aut vicinioribus inter se. Quæ varietatum facilitas perutilis quidem esse debet perque commoda.

Notæ verò esse possunt & distantia *a R*, & distantia inter fulcra, & altitudo, ad quam elevandus sit malleus, ut primò (ita dicam) inflectatur vel disfringatur ferrum *HL* : igitur, si aliquantillo aut alterutra ex distantiis illis, aut altitudo illa imminuatur, usque dum non ampliùs inflectatur, aut non rumpatur ferrum idem : jam habebitur certa & explorata mensura ad tentandas eodem modo anchorarum partes ; & ad ferendum de partibus iisdem judicium : atque id rationibus illis, quæ expositæ sunt in superiore secundo articulo, & quæ facilè ad hunc quoque referri queunt.

Ita machinâ simplicissimâ, & (ni pessimè fallor) satis tutâ, datum erit experiri anchorarum vires seu resistentiam : quod quidem reor ad perficiendam Dissertationis hujusce propositionem requiri.

FINIS.

FIN de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix de l'année 1737.

PIECE

QUI A REMPORTÉ LE PRIX

DE L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES,

en l'Année 1736.

Par M. JEAN BERNOULLI,
Docteur en Droit.

RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

Sur la Queſtion :

COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION DE LA LUMIERE,

Propoſée par l'Académie Royale des Sciences pour le Sujet du Prix de l'Année 1736.

..... Hunc labor æquus
Provehit, & pulchro reddit ſua dona labori.
Juvenal. Sat. XVI. v. 56.

I.

JE ne trouve pas qu'il ſoit néceſſaire de faire un long préambule ſur ce qu'on doit entendre ici par *Propagation*, on le verra aſſez dans la ſuite de ce petit Ouvrage. Je me contente d'attacher une idée convenable

au terme de *Lumière*, puiſque ce terme eſt équivoque, & que ſouvent, même parmi les Philoſophes, on entend, en parlant de la *Lumière*, tantôt une choſe, tantôt une autre.

II.

Le mot de *Lumière* ſe prend donc en différentes ſignifications; quelquefois on entend par ce terme, la ſenſation ou la perception qui s'excite en nous, lorſque les corps ou les objets que l'on nomme *viſibles*, par les rayons qui paroiſſent en émaner, frappent les organes de la vûe, & que de-là il réſulte dans notre ame ce qu'on appelle *voir* ou *ſentir* la lumiére. En d'autres occaſions on prend la lumiére pour ce qui eſt dans les corps lumineux eux-mêmes qui les rend viſibles. Quelquefois auſſi on veut que la lumiére ſoit une je ne ſçais quelle vertu émanante qui ſort du corps lumineux, qui ſe répand ſur les corps opaques, & qui les éclaire. Certains Philoſophes anciens ont donné à cette prétendue vertu le nom d'*Eſpéces incorporelles*, (*SPECIES VEL IMAGINES RERUM VISIBILIUM.*) Les Phyſiciens d'aujourd'hui nomment ſouvent ce qui paroît émaner du corps lumineux le *véhicule de la lumiére*, (*VEHICULUM LUMINIS*,) par lequel ils n'entendent autre choſe que les rayons qui tranſportent la lumiére ſur les objets éloignés.

III.

C'eſt en particulier dans cette ſignification que le ſujet en queſtion doit être traité : car on veut ſçavoir comment ſe fait la propagation de la lumiére, c'eſt-à-dire, de quelle maniére les rayons, ce *véhicule de la lumiére*, ſe portent au loin, & font appercevoir le corps lumineux dont les rayons partant ſe tranſportent à des diſtances immenſes, telles que ſont celles qui ſont entre la Terre & le Soleil, ou les autres Aſtres.

IV.

Entre les corps diſtans ou éloignés les uns des autres, il n'y a point d'autre communication que celle qui ſe fait par le mouvement de quelque matiére qui va de l'un à l'autre. C'eſt là la ſeule idée claire qu'on peut avoir d'une telle

communication. Auſſi les Philoſophes de bon goût, dès qu'ils ont remarqué que l'Aimant, par exemple, agit ſur le Fer éloigné, ont-ils conclu qu'il y avoit des effluves qui ſortoient de l'Aimant, & qui faiſoient cet effet.

V.

Mais tout mouvement & toute matiére ne ſont pas capables de produire toutes ſortes d'effets. Ceux qui ſont prompts, qui ſont violens, qui ſont ſubits, demandent ſans doute une matiére extrêmement ſubtile, & un mouvement tout-à-fait extraordinaire qui les puiſſent produire ; comme ſont, par exemple, les exploſions & les effervescences de certaines liqueurs chymiques, l'inflammation de la Poudre à canon, l'éclat & la force pénétrante de la Foudre.

VI.

Tous ces mouvemens cependant ne ſont rien en comparaiſon de l'étonnante rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte, puiſque, ſuivant le calcul de M. Huygens fondé ſur l'obſervation de M. Romer, elle n'emploie que 11 minutes de tems pour faire le chemin depuis le Soleil juſqu'à nous. M. Newton ne lui donne même que 7 à 8 minutes pour parcourir cette vaſte étendue qui contient plus d'onze mille diametres de la Terre.

VII.

Il faudra donc trouver une force mouvante convenable à effectuer cette prodigieuſe vîteſſe, qui puiſſe tranſmettre dans une ſeule minute plus de mille diametres de la Terre, dont la rapidité par conſéquent ſoit 6 à 700000 fois plus grande que celle du ſon, qui, quoique bien prompte par rapport à nos ſens, ne parcourt que 180 toiſes dans une ſeconde, ou près de 11000 toiſes dans une minute horaire.

VIII.

Cependant il ne faut pas trouver étrange que dans la Nature il y ait réellement de la matiére agitée ou douée d'une ſi énorme vîteſſe ; car ceux qui connoiſſent familiérement les propriétés de la force mouvante, qui n'eſt autre choſe qu'une preſſion appliquée continuellement pendant un

tems, grand ou petit, à mouvoir quelque corps, comprennent fort bien que la force mouvante d'une mesure déterminée, quelque médiocre qu'elle soit, est capable d'imprimer tel degré de force accélératrice que l'on voudra à un corps sur lequel seul elle agit, pourvû que ce corps, qui doit recevoir toute l'impression de la force mouvante, soit d'une masse assez petite.

IX.

Pour en être mieux instruit, il n'y a qu'à considérer que la force mouvante absolue est en raison composée de la masse du corps, & de la force accélératrice qu'elle lui imprimera; cela veut dire, qu'en nommant f la force mouvante, m la masse, & a la force accélératrice, on aura $f = ma$.

X.

D'où il suit qu'en diminuant m, on augmentera a en même raison, ou bien qu'on peut faire $f = ma = \frac{1}{n} m \times na$; ainsi la force accélératrice a, que la force mouvante f imprime à la masse m, sera multipliée n fois, si elle n'agit que sur la masse diminuée $\frac{1}{n} m$.

XI.

Supposons, par exemple, un ressort bandé, appuyé d'un côté contre un obstacle fixe, & de l'autre contre un corps mobile m; soit la force mouvante de ce ressort, quand il se débande variable ou invariable $= p$, la vîtesse qu'il aura communiquée au corps $m = v$, après s'être dilaté par un espace $= x$; on sçait, par le principe général de la Dynamique, que l'on aura $\frac{p\,dx}{m} = v\,dv$, & partant $\frac{2}{m} \int p\,dx = vv$. Donc un autre ressort semblable & égal au premier, & bandé également, mais qui déploie sa force p sur un autre corps M différent du premier m, quand il se sera débandé par la même étendue x, on aura pour la détermination de la vîtesse, que je nomme u, cette autre équation $\frac{2}{M} \int p\,dx = uu$; ce qui fait voir que $vv . uu :: \frac{2}{m}, \frac{2}{M}$

:: $M.m$, d'où on infere que les quarrés des vîteſſes ſont en raiſon réciproque des maſſes ; on peut auſſi tirer cette vérité de la démonſtration que donne M. Newton dans ſes Principes de la Philoſophie naturelle, *Propoſ.* 39. *Liv.* 1. Cela étant, il eſt clair que la moindre force mouvante p peut exciter dans un corps m une auſſi grande vîteſſe que l'on voudra, pourvû que l'on donne à ce corps une maſſe m aſſez petite : car en le prenant infiniment petit, il acquerra une vîteſſe infiniment grande.

XII.

On voit bien à quoi cela aboutit, pour démontrer que quelque exceſſive que ſoit la rapidité de la lumiére, qu'on eſt obligé de ſuppoſer en admettant l'obſervation de M. Romer; il n'y a rien là qui paroiſſe impoſſible ou incroyable. Il faudra examiner ſeulement s'il n'y a pas, ou s'il ne peut pas y avoir une force univerſelle répandue par tout l'Univers, qui faſſe un effort continuel de ſe dilater en tout ſens, & qui ſe dilate effectivement dès qu'en quelque endroit la réſiſtance qui la retient en équilibre vient à être ôtée ou diminuée.

XIII.

Nous en voyons au moins un exemple dans l'air de notre Atmoſphere, dont les parties ſont comprimées les unes par les autres, & s'empêchent mutuellement de ſe dilater, comme elles le feroient en vertu de leur élaſticité, ſi par quelque accident il arrivoit que la preſſion d'un côté devînt plus ou moins forte que la contrepreſſion oppoſée.

XIV.

S'il eſt permis à Mrs. les Newtoniens de ſuppoſer une attraction univerſelle des corps les uns vers les autres, quoiqu'ils n'en puiſſent alléguer aucune cauſe phyſique compréhenſible; à plus forte raiſon nous ſera-t-il permis de ſuppoſer une force dilatatrice qui ſe trouve dans une matiére très-ſubtile, qui remplit les vaſtes eſpaces du Monde, & dans laquelle les autres corps ſont iſolés comme des iſlots flottans dans l'Océan.

XV.

Ce principe de dilatation ſera d'autant plus admiſſible que l'on peut au moins en avoir une idée claire, & rendre quelque raiſon phyſique d'une telle force qui tend à écarter les corps qui l'environnent. Pour qu'une matiére ſe dilate, il faut qu'elle faſſe impulſion ſur les corps contigus qui l'environnent immédiatement; y a-t-il rien de plus intelligible que la production du mouvement par impulſion?

XVI.

Il eſt vrai que le principe de dilatation peut faire de la peine : car eſt-il naturel ou eſſentiel à la matiére? Point du tout, on conçoit la matiére ſans y comprendre la vertu de ſe dilater néceſſairement. Il faut donc une matiére univerſelle qui ſoit élaſtique; mais ce reſſort, cette force élaſtique d'où lui vient-elle, puiſque la matiére en tant que telle ne demande point cette vertu, pouvant exiſter ſans être élaſtique?

XVII.

Mrs. Huygens & Newton, en traitant de la propagation de la lumiére, ont ſuppoſé que l'éther, comme le véhicule de la lumiére, eſt actuellement élaſtique par lui-même; ils l'ont ſuppoſé ſimplement, ſans en indiquer aucune raiſon phyſique, le premier ayant attribué un reſſort parfait à chacun des petits globules qui, ſelon lui, compoſent l'éther; & l'autre voulant que l'éther ſoit un milieu très-uniforme, très-ſubtil, & également dilatatif dans toutes ſes parties, & même dans tous ſes points.

XVIII.

Quant à nous, nous admettons l'élaſticité de l'éther, mais nous l'expliquerons phyſiquement; ſans cela, nous tomberions avec ces deux grands hommes dans le défaut de vouloir expliquer une choſe obſcure, par la ſuppoſition d'une autre également, ou encore plus obſcure.

XIX.

Pour éviter ce reproche, j'ai recours à la propriété connue & fort intelligible de la force centrifuge qu'ont naturellement les corps qui circulent autour d'un point, c'eſt la force ou l'effort

l'effort qu'ils acquiérent de s'éloigner du centre de ce mouvement provenant de la loi générale, que tout corps en mouvement tend conſtamment à ſuivre en droite ligne la direction où il ſe trouve à chaque moment.

XX.

Or je ne trouve rien de plus propre pour mon deſſein que les petits tourbillons du P. Malebranche; je conçois donc avec évidence, qu'il eſt poſſible, & même probable, que la matiére de l'éther eſt un fluide compoſé originairement d'une infinité de petits tourbillons, mais ſi petits qu'ils peuvent paſſer très-librement par les pores les plus étroits des autres corps fluides ou ſolides.

XXI.

Ainſi chacun de ces petits tourbillons fait un effort continuel de ſe dilater par la force centrifuge de ſes parties circulantes autour de ſon centre, & ſe dilate actuellement dès qu'il arrive que par quelque accident, les autres tourbillons dont il eſt environné, ſoient chaſſés ou pouſſés ailleurs.

Ce que je dis d'un ſeul petit tourbillon doit être entendu d'un volume ou d'un amas qui contient une infinité de ces tourbillons qui ſe contiennent dans leurs bornes, par cela ſeul qu'ils ſont réprimés, & tenus en équilibre par tous ceux qui touchent tout à l'entour ce volume, ſans quoi il s'étendroit dans le moment du côté où il trouveroit une moindre force pour réſiſter que pour s'étendre, de même que nous voyons que l'air renfermé dans un récipient, & plus condenſé que l'extérieur, s'en échappe avec impétuoſité dès qu'on lui fait quelque ouverture.

XXII.

Ce n'eſt pas que je prétende que l'air, non plus que d'autres corps terreſtres élaſtiques tirent l'origine de leur reſſort de l'action de ces petits tourbillons, puiſque ceux-ci à cauſe de leur infinie petiteſſe, trouveroient les pores, dans les corps groſſiers, trop ouverts pour ſe laiſſer comprimer. C'eſt peut-être la raiſon qui a déterminé M. Bernoulli à donner dans ſon *Diſcours du Mouvement*, une autre cauſe

phyſique, par laquelle il explique le reſſort des corps terreſtres, priſe auſſi de la force centrifuge de certaines particules qui voltigent autour d'un centre, mais qui pour être trop groſſes ne peuvent pas s'échapper par les pores.

XXIII.

Revenons à nos petits tourbillons: on doit les ſuppoſer d'une petiteſſe au de-là de tout ce qu'on peut imaginer de plus ſubtil : car par-là on augmente leur force de ſe dilater autant que l'on veut juſqu'à l'infini ; ſuppoſé même que la vîteſſe actuelle de leur circulation ne fût que très-médiocre ; étant conſtant que la force centrifuge des corps qui tournent en rond avec une vîteſſe donnée, eſt en raiſon inverſe du diametre, ou de la circonférence qu'ils décrivent, enſorte que diminuant à l'infini cette circonférence, on augmentera autant la force centrifuge.

XXIV.

Je me figure préſentement, que tout cet amas de petits tourbillons qui remplit les vaſtes eſpaces du Monde, eſt parſemé de corpuſcules très-ſubtils, durs ou ſolides, laiſſant entre eux des intervalles, ſi vous voulez, mille fois plus longs que le diametre d'un de ces corpuſcules, je n'en détermine pas la longueur, il ſuffit que je conçoive très-clairement que chaque ligne droite tirée d'un point à l'autre, enfilera une infinité de ces petits corpuſcules, dont je puis ſuppoſer les intervalles à peu près égaux, puiſque les corpuſcules ſont uniformément diſperſés parmi les petits tourbillons, quoique les corpuſcules eux-mêmes puiſſent être de différente grandeur.

XXV.

Ces corpuſcules demeureront tous en repos, les plus & les moins grands, comme le hazard les a placés, étant également preſſés de tout côté par les tourbillons qui les environnent ; mais dès qu'une force nouvelle ſurvient d'un côté, qui pouſſe ou chaſſe un de ces corpuſcules de ſa place ſuivant une certaine direction, l'équilibre ne pourra plus ſe ſoûtenir, puiſqu'il eſt clair que les petits tourbillons ſitués entre le

corpuſcule pouſſé & le plus voiſin ſur la même ligne de direction, ſeront comprimés en forme de reſſort, & pouſſeront par conſéquent auſſi ce ſecond corpuſcule, enſuite le troiſiéme, le quatriéme, &c. juſqu'à un grand nombre, avant que la compreſſion ſoit entiérement achevée, ce qui étant fait, les tourbillons en ſe reſtituant ſur le champ, repouſſeront les corpuſcules, & même au de-là de leur centre de repos, preſque autant qu'ils s'en étoient écartés de l'autre côté, d'où ils ſeront chaſſés & rechaſſés une ſeconde fois, & ainſi de ſuite, faiſant un grand nombre de réciprocations en forme d'oſcillations ou de vibrations, mais très-petites & très-promptes.

XXVI.

Si je conçois maintenant que les corps qui ſont originairement lumineux, tels que le Soleil, les étoiles, la flamme, les charbons ardens, &c. ne ſont, ou ne contiennent autre choſe qu'une infinité de particules ſolides, agitées en tous ſens avec beaucoup de violence, qui frappent ſans ceſſe contre l'éther élaſtique, ſous lequel le corps qu'on nomme *lumineux*, eſt enveloppé, je veux dire contre cette matiére compoſée de petits tourbillons, avec de petits corpuſcules entremêlés, qui environne immédiatement les corps lumineux; je vois clairement que chaque point phyſique de la ſurface de ce corps doit être capable d'exciter une infinité de rayons; ſçavoir, autant qu'il y a de lignes droites tirées de ce point comme d'un centre vers la ſurface d'une ſphere.

XXVII.

Car chacune de ces lignes droites remplie de petits tourbillons, & chargée de petits corpuſcules de diſtance en diſtance, doit recevoir par le point lumineux un ébranlement violent qui condenſe les premiers tourbillons voiſins; & ceux-ci condenſés, chaſſent les corpuſcules de leur centre d'équilibre, ce qui produit, ainſi que nous l'avons expliqué, des vibrations tout le long de chaque ligne droite qui part du point lumineux.

XXVIII.

Il n'eſt pas néceſſaire de déterminer la longueur de ces lignes droites depuis l'origine juſqu'à la fin de la premiére compreſſion : cela dépend de la groſſeur des corpuſcules de l'intervalle, ou de la file des petits tourbillons entre les corpuſcules, & de pluſieurs autres circonſtances qu'il ſeroit difficile de connoître. Il ſuffit que je faſſe voir qu'il faudra toûjours un même tems à la lumiére pour parcourir une grande diſtance donnée, quelque longueur qu'on veuille attribuer à chacune de ces lignes droites, que je nommerai deſormais *fibres lumineuſes*, enſorte qu'un rayon de lumiére eſt une ſuite ou une chaîne compoſée d'un grand nombre de fibres lumineuſes miſes bout à bout ſur une longue ligne droite, au moins pendant que la lumiére s'étend dans un milieu uniforme.

XXIX.

C'eſt déja un grand avantage que cette méthode d'expliquer la propagation de la lumiére, montre d'abord la raiſon phyſique pourquoi elle ſe fait en ligne droite dans un milieu de conſiſtance uniforme. M. Huygens ne pouvant démontrer cette propriété par ſa *Méthode des Ondes*, quoique d'ailleurs très-ingénieuſe, ſe contente de faire remarquer que la lumiére doit ſe faire ſentir le plus ſenſiblement ſuivant la direction de la ligne qui coupe perpendiculairement toutes ſes ondes ; mais s'enſuit-il pour cela qu'on n'en ſentira pas le moindre effet, dès que la direction devient tant ſoit peu oblique ? Pourquoi, par exemple, les rayons du Soleil entrant par un petit trou dans une chambre obſcure, font-ils voir ſon image ſi bien terminée & ſi directement oppoſée, ſans qu'aucune trace de quelque foible lueur paroiſſe autour de l'image qui eſt préciſément la baſe d'un cone, dont le ſommet eſt dans le centre du trou, & oppoſé en même tems à l'autre cone, qui a pour baſe le diſque du Soleil lui-même, ſelon les régles de l'Optique ordinaire ? On ne doit pas m'objecter la petite penombre qu'on obſerve à la circonférence de l'image : car cette penombre eſt en dedans

de la circonférence, & n'exiſteroit nullement, ſi le Soleil n'étoit qu'un ſeul point lumineux.

XXX.

Il ſemble du moins que la nature de la lumiére devroit imiter en quelque façon celle du ſon qui, comme nous verrons bien-tôt, a beaucoup d'affinité ou d'analogie avec la lumiére par rapport à leur production & leur progrès. Or l'expérience montre aſſez que le ſon ſe fait entendre non-ſeulement en ligne droite depuis ſon origine; mais auſſi quoique plus foiblement, en procédant par des obliquités & des détours, ce que les rayons de lumiére ne ſont nullement, à moins qu'ils ne ſoient réfléchis à la rencontre d'un corps opaque, ou rompus, en paſſant par une matiére tranſparente de différente denſité, continuant d'ailleurs toûjours leur cours en ligne droite auſſi long-tems qu'ils ſont dans un milieu uniforme.

XXXI.

En faiſant attention à la conſtitution des corpuſcules ſolides entremêlés dans tout l'amas des petits tourbillons, qui nous viendra dans la ſuite ſous le nom d'*Ether élaſtique*, nous trouverons très-probable que ces corpuſcules ſont de différente groſſeur, ſitués entr'eux confuſément & ſans ordre, pendant qu'ils ſont encore en repos: nous ſerons même obligés de ſuppoſer les plus gros corpuſcules d'une petiteſſe extraordinaire, pour les concevoir capables de recevoir par la force agitative de l'éther élaſtique une accélération ſuffiſante pour produire cette prodigieuſe rapidité avec laquelle la lumiére parcourt des diſtances immenſes.

Il n'y a rien là qui choque la raiſon; la diviſibilité à l'infini de la matiére permet de donner à nos corpuſcules telle ſubtilité que nous jugerons convenable à notre deſſein, Mrs. Huygens & Newton ayant fait la même ſuppoſition dans leurs ſyſtêmes.

XXXII.

Conſidérons préſentement ce qui ſe fera, lorſque la matiére, dont l'agitation violente eſt la ſource de la lumiére, ou lorſqu'un point ſeulement de l'objet lumineux vient à

frapper subitement l'éther élastique, & à le repousser tout à la ronde comme du centre vers la circonférence; nous voyons que du premier coup l'éther repoussé se condensera à la rencontre & par l'opposition des corpuscules les plus proches, lesquels par conséquent seront chassés dans le moment de leurs places, ce qui ne se peut faire sans qu'ils condensent l'éther contenu dans les seconds intervalles, & que par-là soient mis en mouvement les seconds corpuscules, ensuite les troisiémes, les quatriémes, &c. jusqu'aux derniers, qui ne cederont plus sensiblement de leur place, parce que l'impétuosité du choc s'absorbe enfin après la compression parvenue à un certain dégré.

XXXIII.

Ainsi voilà une infinité de fibres lumineuses rectilignes, lesquelles excitées par l'ébranlement d'un point physique sur la surface du corps lumineux, partent de ce point, & tendent comme du centre vers la circonférence. Cependant quoique les corpuscules nagent dans l'éther pêle-mêle, les plus gros avec ceux qui le sont moins, avant qu'ils soient agités par la matiére de la lumiére; il faut pourtant être persuadé que quand l'agitation survient, les corpuscules se sépareront & se rangeront de telle maniére, que toutes les fibres soient composées de corpuscules égaux; les unes, de ceux qui sont d'une telle ou telle grosseur, d'autres fibres qui sont composées d'autres corpuscules égaux, d'autres encore composées de corpuscules égaux d'un autre genre de grosseur, & ainsi pour toutes les espéces de fibres. Enfin cela dépend du hazard: selon qu'une certaine fibre qui se produit a son premier corpuscule, qui est le plus proche du point lumineux, d'une certaine grosseur, cela suffit pour faire que tous les corpuscules de la même grosseur, qui se trouvent entre les deux extrémités de la fibre, y demeurent & commencent à participer à l'agitation du premier corpuscule; les autres, plus ou moins gros, n'ayant pas la disposition de suivre avec la même facilité l'ébranlement primitif, seront expulsés de côté & d'autre de la fibre, pour aller se ranger parmi leurs semblables en d'autres fibres qui leur conviennent.

Ces ſortes de mouvemens communicatifs dans les corps d'une même diſpoſition au mouvement, ſont quelque choſe de fort ordinaire à la Nature; nous voyons, par exemple, que pluſieurs cordes de Muſique, tendues tout près les unes des autres, dont quelques-unes ſont miſes à l'uniſſon; nous voyons, dis-je, qu'une de ces derniéres étant pincée, fera trémouſſer ſenſiblement toutes celles qui ſont tendues ſur le même ton, & laiſſera en repos toutes les autres, quoique les plus proches, qui ſont tendues ſur des tons différents, ſi ce n'eſt l'octave & la quinte, qui recevront auſſi quelque petite impreſſion ſenſible; mais en général les cordes qui donnent des tons fort diſſonants ne font aucune impreſſion les unes ſur les autres, lorſqu'elles ſont touchées ou pincées ſucceſſivement. La raiſon de tout cela eſt ſans doute la conformité ou la difformité de diſpoſition au mouvement, laquelle fait que l'air ébranlé par la corde pincée communique aiſément le même trémouſſement aux unes qui ſont diſpoſées à le recevoir, & n'en communique rien à celles qui n'y ſont pas diſpoſées.

XXXIV.

La réflexion que je viens de faire ſur la diverſité des fibres lumineuſes, me donnera occaſion de parler des différentes couleurs des rayons que l'on y remarque, lorſqu'ils ſe ſéparent par la réfraction ou par la réflexion, & d'entrer par-là dans la diſcuſſion de l'ingénieux ſyſtême ſur l'origine des couleurs, donné par M. Newton dans ſon Optique. Ce célebre Auteur attribue auſſi la diverſité des couleurs à la différente groſſeur des petits corpuſcules ſolides; mais il prétend que ces corpuſcules viennent du corps lumineux lui-même, & en partent par un mouvement de tranſport très-rapide depuis la ſource de la lumiére juſqu'aux objets qui la reçoivent : au lieu que, ſelon ma Théorie, ces corpuſcules capables de faire ſentir la lumiére, ſe trouvent par-tout diſperſés dans l'éther élaſtique, & que ſans ſortir loin de leur centre de repos, ils forment une infinité de fibres lumineuſes autour de chaque point ſur la ſurface du corps lumineux. Je ferai voir comment

chacune de ces fibres une fois formée se multiplie & s'étend toûjours en ligne droite à des distances énormes avec une excessive rapidité. Ces fibres ainsi répétées & multipliées, chacune suivant sa premiére direction, seront ce qu'on nomme les rayons de la lumiére, dans l'extension desquels consiste sa propagation.

XXXV.

Il faut donc considérer de plus près la génération, la nature, l'action & d'autres symptomes de nos fibres lumineuses. Nous avons déja vû de quelle maniére l'éther élastique ou les petits tourbillons comprimés ou condensés par l'impulsion d'un point du corps lumineux, chasse de sa place le premier corpuscule d'une fibre, celui-ci chasse le second par la compression de l'éther interjetté, le second chasse le troisiéme, & ainsi de suite jusqu'à l'extrémité de la fibre, où la condensation de la matiére éthérée étant parvenue à son plus haut degré, ne prend plus d'augmentation sensible, & commence par conséquent à se restituer, en repoussant les corpuscules en sens contraire jusques par de-là leur centre de repos, d'où ils rebrousseront, & feront ainsi des allées & des revenues en forme d'oscillations très-promptes, que j'appellerai *vibrations longitudinales*, parce qu'elles se font suivant la longueur & dans la direction même de la fibre, au lieu qu'une corde tendue, lorsqu'elle est tirée un peu hors de sa situation rectiligne, & puis lâchée subitement, fait des vibrations *latitudinales* en direction perpendiculaire à la situation naturelle de la corde.

XXXVI.

Je prouverai deux choses ; 1°. Que chaque fibre lumineuse étant en agitation forte ou foible, fait ses vibrations longitudinales en tems égaux, c'est-à-dire, qu'elles seront Tautochrones ; tout comme on a prouvé ce tautochronisme dans les vibrations latitudinales des cordes de musique tendues. 2°. Que les fibres lumineuses multipliées & mises bout à bout sur une ligne droite depuis l'origine de la lumiére jusqu'à une telle distance que l'on voudra, où la lumiére puisse

puiſſe être portée, ſe communiqueront leurs vibrations en tems égaux par égales diſtances ; je veux dire que la lumiére parcourt des eſpaces proportionnels aux tems, ſuppoſé que la propagation ſe faſſe toûjours dans un milieu uniforme. Pour cette fin, je démontre une propoſition générale après ces deux définitions.

XXXVII.

DÉFINITION I. J'appelle *centre d'équilibre forcé*, le point où un corps placé entre deux reſſorts bandés, leſquels font un effort égal pour ſe dilater en directions oppoſées, eſt par cela même retenu en équilibre, étant ſollicité ou preſſé de part & d'autre par deux forces égales & oppoſées.

DÉFINITION II. Le centre d'*équilibre oiſif* eſt le point où un corps ſe trouve entre deux reſſorts lâches ou débandés, en ſorte qu'il demeure en équilibre ou plûtôt en repos, par cela ſeul qu'il n'eſt point preſſé ni d'un côté ni de l'autre.

XXXVIII.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

Un corps mis dans un centre d'équilibre forcé, s'il en eſt déplacé par quelque cauſe que ce ſoit, juſqu'à un petit intervalle dans la direction des deux reſſorts ou forces motrices oppoſées, il retournera ſur ſes pas, & fera des vibrations en tems égaux en forme d'oſcillations tautochrones.

DÉMONSTRATION. Soit le corps mobile *P* ſur la droite *MN* entre deux reſſorts ou deux forces motrices contraires quelconques, mais égales, repréſentées par *P M* & *P N*, comme ſi c'étoit, par exemple, deux reſſorts bandés également, l'un appuyé contre le point fixe *M*, & l'autre contre le point fixe *N*, le premier faiſant effort pour pouſſer le corps *P* vers *N*, & l'autre pour le pouſſer vers *M*. Soit exprimée chacune de ces deux forces par la perpendiculaire *P B*; voilà donc le corps *P* dans ſon centre d'équilibre forcé. Soit maintenant la courbe *D B F*, dont les ordonnées *G L*, *g l*, marquent les forces motrices du reſſort *P N*, lorſqu'il Fig. 1.

s'eſt dilaté juſqu'en G, ou reſſerré en g; ſoit auſſi la courbe ABC, dont les ordonnées GE, ge, expriment les forces motrices de l'autre reſſort oppoſé PM, lorſqu'il ſe reſſerre en G, ou ſe dilate en g.

D'abord il eſt clair qu'au centre d'équilibre forcé P l'appliquée PB ſera commune aux deux courbes DBF, ABC, & paſſera par leur interſection B, parce que le corps P y eſt également preſſé, mais en ſens contraires PN & PM. Mais le corps P venant à être délogé de P pour ſe tranſporter, par exemple, en G, le reſſort PN ſe dilatera en NG, & ne gardera que la force GL, avec laquelle il tâche de le pouſſer plus loin vers M, pendant que l'autre reſſort PM, reſſerré en GM, acquiert une plus grande force GE, avec laquelle il repouſſe le corps vers N; c'eſt donc avec l'excès EL, dont la force GE ſurpaſſe la force GL, que le corps en G eſt pouſſé ou ſollicité vers le centre P. Or, pendant que l'éloignement PG eſt aſſez petit, le triangle mixte EBL peut paſſer pour un triangle rectiligne; donc EL eſt à PG pour tous les autres éloignemens en raiſon conſtante, c'eſt-à-dire, les forces motrices ou accélératrices, (car c'eſt la même choſe où il n'y a qu'un corps à conſidérer,) ſont proportionnelles aux diſtances du centre. Il en eſt de même, lorſque le corps P eſt tranſporté de l'autre côté en g: donc ſelon la propriété connue de ces forces, le corps P fera des vibrations tautochrones pour des excurſions égales ou inégales. *C. Q. F. D.*

XXXIX.

COROLLAIRE. De-là il paroît que les trémouſſemens d'un corps élaſtique, quand il eſt dans un état de compreſſion, & par conſéquent chacune de ſes petites particules dans ſon centre d'équilibre forcé, pendant que le corps & toutes ſes parties ſont en repos, les trémouſſemens, dis-je, ſeront tautochrones, lorſque ce corps vient à être frappé, ou violemment ébranlé.

XL.

SCHOLIE. Il faut remarquer que l'équilibre forcé eſt

abſolument néceſſaire, pour que les trémouſſemens, grands ou petits, ſoient tautochrones. Car quand les petites parties, étant en repos, ne ſont pas preſſées par les deux côtés oppoſés, ou, ce qui revient au même, quand elles ſont ſimplement dans un équilibre oiſif, alors le tautochroniſme du trémouſſement ou des petites vibrations n'aura plus lieu.

XLI.

Pour m'èxpliquer plus clairement : ſoit *MP* un reſſort unique fixé en *M* & libre en *P*, en ſorte qu'il ſoit entiérement débandé, lorſqu'il eſt dans ſon état naturel. Soit *AEP* la courbe des forces motrices de ce reſſort, dont les appliquées *GE* marquent ſa force dilatative, lorſque de l'eſpace *MP* il eſt reſſerré dans un moindre *MG*. Soit auſſi *PEC* la courbe des forces contractives, dont les appliquées *ge* expriment les forces avec leſquelles le reſſort cherche à ſe raccourcir, lorſque de ſon état naturel *MP*, il vient à être étendu par un eſpace plus long *Mg*. Nous ſçavons que la Nature n'opere jamais ſes changemens que par degrés infiniment petits; donc le reſſort *MP* réduit en *MG*, où il a la force *GE*, ne perdra pas bruſquement toute ſa force, lorſqu'il ſe ſera dilaté juſqu'à ſon centre de repos naturel *P*; mais cette force périra inſenſiblement comme en s'évanouiſſant, tellement que l'angle *EPG* ſera infiniment petit, ou un angle de contact; il en eſt de même des forces contractives *ge* qui naiſſent auſſi graduellement pour faire un angle de contact *ePg*, en ſorte que la droite *MPN* ſera la commune tangente des deux courbes *AEP* & *PeC*. Cela étant ainſi, on ſçait que les arcs *PE*, pris ſur la courbe *PEA*, auſſi-bien que les *Pe*, pris ſur la courbe *PeC*, quelque petits qu'ils ſoient, ne peuvent plus paſſer pour de petites lignes droites, comme dans le cas de deux reſſorts antagoniſtes, bandés, où les angles *EBL*, *eBl* (*Fig.* 1.) ſont des angles finis. Car ici les petits arcs *PE*, *Pe* ayant toûjours la nature des paraboles ordinaires, pourvû que la convexité des deux courbes *PEA*, *PeC*, ſoit finie en *P*, les appliquées *GE*, *ge*, ne ſeront pas proportionnelles aux ſimples abſciſſes *PG*, *Pg*, mais elles Fig. 2.

ſeront en raiſon des quarrés de ces abſciſſes, conformément à ce qu'a déja démontré M. Newton dans ſes *Princ. Philoſ. Nat. lem.* 11. *coroll.* 1. *liv.* 1.

XLII.

Fig. 2. Après cette démonſtration, on voit qu'un corps *P*, placé à l'extrémité d'un reſſort *MP*, tout-à-fait lâche & débandé, ne ſçauroit faire des vibrations tautochrones par la contraction & dilatation alternante de ce reſſort, vû que ſes forces motrices, dans l'un & l'autre état, ne ſeroient pas proportionnelles aux éloignemens du centre d'équilibre oiſif *P*. Ce ſeroit la même choſe, ſi le corps *P* étoit mis entre deux reſſorts directement oppoſés, mais débandés & ſans force: car, en vertu de notre démonſtration, le point *P*, où le corps ſe trouve ſans être preſſé ni tiré par les reſſorts, n'étant toûjours qu'un centre d'équilibre oiſif, les vibrations, que le corps feroit par l'ébranlement des reſſorts, ne ſeroient jamais tautochrones dans les excurſions inégales, parce que les forces motrices ne ſe trouveroient ici, non plus que dans le cas d'un ſeul reſſort, proportionnelles aux diſtances du centre d'équilibre oiſif.

XLIII.

A l'occaſion de cette remarque, je ne ferai pas une choſe deſagréable ni inutile, en faiſant une petite digreſſion, pour montrer la fauſſe pratique qu'on obſerve dans l'Horlogerie, & le reméde qu'on pourroit y apporter. M. Huygens, entre autres belles inventions, imagina le premier le moyen d'ajuſter au Balancier d'une Montre de poche un petit reſſort ſpiral pour en rendre les balancemens tautochrones, à l'imitation des grandes Horloges à pendule, dont le même Auteur eſt auſſi le premier inventeur; il eſt pourtant vrai que, quoique ce ſpiral ſerve beaucoup à rectifier le mouvement du balancier, il s'en faut pourtant bien que de la maniére qu'on l'applique, il faſſe tout l'effet qu'on en ſouhaite: la raiſon en eſt manifeſte par ce que nous venons d'expliquer: car ce reſſort ſpiral étant unique, il eſt viſible que quand le balancier eſt dans l'inaction ou en repos, le point où eſt

attaché le ſpiral eſt le centre d'équilibre; mais c'eſt un équilibre *oiſif*, puiſque le reſſort n'étant ni comprimé, ni dilaté, n'exerce point de force ſur le balancier, ſans cela il ne pourroit pas ſe maintenir dans l'équilibre. Quand donc le balancier ſe met en mouvement par la force des roues, & que le petit reſſort ſpiral commence à jouer & à ſubir alternativement ſes compreſſions & ſes dilatations, on voit bien, par notre raiſonnement, que les excurſions ne ſeront pas proportionnelles aux forces motrices du ſpiral pour pouſſer le balancier, & pour le ramener enſuite, comme elles devroient l'être, pour rendre ces réciprocations tautochrones.

XLIV.

Il ſemble qu'on s'eſt apperçu de cet inconvénient, quoique ſans en pénétrer la véritable raiſon : c'eſt pourquoi quelques-uns ſe ſont aviſés d'ajuſter au balancier deux reſſorts ſpiraux dont les ſpires alloient à contre-ſens; M. du Fay, qui lui-même a imité cette pratique, mais pour un autre uſage, fait mention d'un M. du Tertre, ſans doute Horlogeur, qui fit voir à l'Académie une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajuſté deux reſſorts dans la même vûe, & l'on jugea que cette invention avoit ſon utilité. Mais cette vûe, dans laquelle le Sr. du Tertre s'eſt ſervi d'un double reſſort ſpiral, étoit, ſelon le rapport de M. du Fay, pour remédier au changement de l'élaſticité du reſſort, provenant, à ce qu'ils croyoient, du changement de la température de l'air, au lieu qu'il falloit plûtôt ſonger à un moyen de faire avoir aux reſſorts ſpiraux des forces motrices proportionnelles aux excurſions du centre d'équilibre.

Voy. les Mem. de 1731. p. 432.

XLV.

Quoi qu'il en ſoit de l'invention du double reſſort ſpiral, ſi ce n'étoit qu'en cela que conſiſtât la derniére perfection des Montres à reſſort en ſpirale, la gloire de la premiére invention en ſeroit dûe à l'illuſtre M. Leibnitz, puiſque, ſelon ce que dit M. de Neufville dans la Vie de M. Leibnitz, imprimée à Amſterdam en 1734. « Ce ſçavant homme » ayant entendu parler avec éloge de la nouvelle invention

Tome 1. p. 188. & 189.

» de M. Huygens, proposa lui-même, à peu-près vers le même » tems, dans les Transact. Philos. (*N°. 113. p. 285. mense* » *April. an. 1675.*) une autre idée pour perfectionner la con- » struction des Montres; que c'étoit d'employer dans le mou- » vement deux balanciers & deux ressorts qui se banderoient » & se débanderoient alternativement sans interruption. »

XLVI.

Cependant on a beau ajuster au balancier deux ressorts en spirale, ou tant d'autres que l'on voudra, on n'avancera jamais à rendre le tautochronisme au mouvement du balancier, à moins qu'on ne mette les deux spirales dans un centre d'équilibre forcé. M. de Neufville se trompe, quand il pense » que la théorie n'a plus rien à y ajoûter, & que tout ne dé- » pend que du travail; que du moins ce seroit à des personnes » du génie & de l'adresse d'un Sully, d'un Graham, d'un le » Roy, à inventer quelque chose de neuf & à l'exécuter. «

Les plus habiles maîtres, en fait de pratique, ne sont pas toûjours ceux qui entendent le mieux la Méchanique, & moins encore les loix de la plus sublime partie de cette science, qu'on appelle la *Dynamique*. Ce n'est donc pas d'eux qu'il faut attendre ce qu'il faut faire pour obtenir la derniére perfection des Montres: on peut être adroit à exécuter, mais moins heureux à inventer; souvent leurs inventions ont l'apparence de réussir, mais si l'on en vient à l'épreuve, le succès ne répond pas toûjours à l'imagination. Il ne s'agit pas ici de fabriquer des ressorts spiraux qui pressent le balancier avec des forces selon une loi donnée pour toutes leurs dilatations, on n'en viendroit peut-être jamais à bout; mais c'est à sçavoir seulement de quelle maniére il faut appliquer au balancier deux ressorts ordinaires, mais dont les spires soient à contresens, pour qu'ils produisent le tautochronisme dans l'agitation du balancier.

XLVII.

Pour cette fin, il n'y a qu'à les appliquer ensorte que le point où ils sont attachés à l'arbre du balancier soit dans un équilibre forcé, lorsqu'il n'est pas en mouvement; il faut

donc que dans cet état de repos chaque reſſort ſoit comprimé ou reſſerré, & point débandé entiérement, comme on le fait dans la pratique ordinaire; il faut même obſerver que quand le balancier fait ſes vibrations, les plus grands allongemens alternatifs de chaque reſſort n'aillent jamais juſqu'à l'entiére extinction de la force qu'il auroit de s'allonger ou de s'étendre encore davantage, s'il n'en étoit empêché & retiré par ſon antagoniſte.

XLVIII.

Quant à la figure de ces petites lames élaſtiques, je préférerois à la ſpirale, tant pour la commodité que pour l'exactitude, la figure ondoyante, telle que feu M. de la Hire a ingénieuſement inventée & communiquée dans les Mémoires de 1700. p. 166.

Selon la deſcription qu'il en fait, ce reſſort auroit un grand avantage ſur le ſpiral, s'il n'avoit pas le défaut commun avec celui-ci, qui eſt, qu'en n'employant qu'un ſeul reſſort ondoyant, comme l'Auteur le preſcrit, on voit bien que dans l'état de repos du balancier, le point de la fourchette, par où l'extrémité du reſſort tient au balancier, ſeroit un centre d'équilibre oiſif, par conſéquent incapable de rendre les vibrations tautochrones, par les raiſons ſuſdites. (§. XLIII.) C'eſt pourquoi, pour perfectionner cette belle invention, je conſeillerois d'appliquer au côté oppoſé un autre reſſort ondoyant, antagoniſte, & ſemblable au premier, obſervant au reſte les mêmes conditions & les mêmes précautions que j'ai recommandées pour les reſſorts à ſpirale, afin d'obtenir un centre d'équilibre forcé.

Tout ce qu'il y auroit encore à inſinuer là-deſſus, c'eſt de faire enſorte que les excurſions de ce centre ne ſoient pas trop longues, auquel cas les forces motrices des reſſorts ceſſeroient d'être proportionnelles aux éloignemens du centre de repos; ni trop courtes, parce que le balancier ſeroit trop ſujet à s'arrêter.

XLIX.

Explication analytique de la nature & du mouvement des Fibres lumineuſes & des Fibres ſonores.

Après la digreſſion que je viens de faire ſur la maniére de diſpoſer les reſſorts, pour qu'ils faſſent leurs vibrations plus ou moins étendues, toûjours en tems égaux, je retourne à mon ſujet.

La propagation de la Lumiére & celle du Son ont une ſi grande affinité entr'elles, comme je l'ai déja dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matiéres en même tems. Le ſon, auſſi-bien que la lumiére, prend ſon origine par la production des fibres qui s'excitent immédiatement à l'endroit où le corps, qu'on appelle *ſonore*, ébranle l'air circonvoiſin, leſquelles fibres enſuite s'étendent, en ſe multipliant, comme je l'expliquerai, à des diſtances plus ou moins grandes, ſelon la grandeur de la force avec laquelle le corps ſonore frappe l'air qui le touche; je les appellerai *Fibres ſonores*, comme j'ai appellé celles de la lumiére *Fibres lumineuſes*. Dans l'eſſentiel, ces deux ſortes de fibres ont la même nature: car les unes & les autres demandent un milieu élaſtique, toûjours dans un état de compreſſion, dont les parties s'efforcent ſans ceſſe de s'étendre, mais qui ſont toûjours contrebalancées par les forces égales des parties voiſines. C'eſt en de tels milieux élaſtiques que les fibres des deux eſpéces s'engendrent; les fibres lumineuſes ſe forment dans l'éther infiniment ſubtil & compoſé de tourbillons d'une petiteſſe inconcevable, dont les parties continuellement circulantes ſur de ſi petites circonférences, acquiérent par cela ſeul des forces centrifuges quaſi infinies; c'eſt en quoi conſiſte l'énorme élaſticité de l'éther, qui cauſe, comme nous verrons, l'exceſſive rapidité de la lumiére.

L.

Mais c'eſt l'air groſſier de notre atmoſphere que nous reſpirons, qui tranſporte le ſon, l'expérience le prouve; il a ſon élaſticité, mais d'un dégré incomparablement moindre que

que celle de l'éther, & au lieu que celui-ci doit mettre en agitation des corpuſcules ſolides auſſi extrémement petits, ce qui aide à augmenter la vîteſſe des fibres lumineuſes trémouſſantes, l'air groſſier n'a point d'autres corpuſcules à agiter par ſes condenſations & raréfactions réciproques, que ſes propres parties, leſquelles étant de maſſe ſans comparaiſon plus grande que les corpuſcules qui ſont mêlés dans l'éther, joint à la foible élaſticité de l'air par rapport à celle de l'éther, font que les vibrations des fibres ſonores, quelque rapide que paroiſſe la propagation du ſon, priſe en elle-même, ſont pourtant ſept cens mille fois plus lentes que celle des fibres lumineuſes. On voit encore de-là pourquoi les rayons de lumiére vont toûjours en ligne droite, parce que les corpuſcules ſolides ſont incomprimibles, & ne peuvent ainſi s'étendre ſur les deux côtés de leur direction; mais les petites parties de l'air qui dans les fibres ſonores tiennent lieu de corpuſcules, étant elles-mêmes condenſables, on conçoit bien que quand elles viennent à être preſſées pardevant par l'agitation longitudinale de la fibre, & qu'elles ſouffrent en même tems de l'oppoſition de la matiére poſtérieure, ces parties ſe comprimeront ſur la direction de la fibre, & s'étendront par-là en largeur ſur les deux côtés, ce qui fera naître de nouvelles fibres acceſſoires qui ſortent de la principale comme des branches, & qui peuvent porter auſſi le ſon, quoique plus foiblement, par des voyes obliques, & non directement oppoſées à ſon origine.

LI.

Mais il ne s'agit ici que de l'impreſſion longitudinale qui ſe fait ſelon la longueur de la fibre, pour en déterminer la loi des vibrations, & tout ce qui en réſulte; & comme la nature de cette action eſt commune à la fibre lumineuſe & à la ſonore, la démonſtration analytique que je vais faire, ſervira pour l'une & pour l'autre.

Soit donc un eſpace rectiligne AG, contenant des corpuſcules ou des particules égales en maſſe, B, C, D, E, &c. & diſtantes par des interſtices égaux, remplis d'un fluide Fig. 3.

élaſtique comprimé très-ſubtil, que je conſidere comme un reſſort ſans matiére. Ainſi avant l'agitation, chaque particule étant preſſée également par les deux côtés oppoſés, ſera dans ſon centre d'équilibre forcé. Concevons qu'une de ces particules, par exemple, D, reçoive une violente percuſſion, qui la faiſant ſortir de ſon centre d'équilibre, la pouſſe juſqu'en d, il eſt clair que le fluide élaſtique DC, comprimé par-là, chaſſera incontinent la particule C en c, enſorte que le fluide DC occupera préſentement une moindre étendue dc. Mais cela ne ſe peut faire ſans que le filament CB ſe condenſe & ſe tranſporte en même tems en cb, en pouſſant la particule B en b, de maniére que Bb ſera plus petite que Cc, comme Cc eſt plus petite que Dd, & ainſi de ſuite par un grand nombre de filamens élaſtiques, juſqu'à ce que la denſité devienne ſi grande vers l'extrémité, que l'accroiſſement de leurs compreſſions ne ſoit plus ſenſible ; ce ſera donc là, par exemple en A, que ſera le terme d'un côté de la demi-fibre DA.

LII.

Conſidérons maintenant ce qui ſe fera de l'autre côté, dans le moment que la particule D va en d; il eſt aiſé de comprendre que le filament ou le fluide ED ne trouvant plus tant de réſiſtance du côté de D, ſe raréfiera en s'étendant vers ce côté, & que par conſéquent la particule E perdant ſon équilibre, ſera pouſſée en e par le filament plus denſe EF. Par la même raiſon la particule F ſe jettera en f, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'à la fin la propulſion, allant toûjours en diminuant de diſtance en diſtance, s'évanouiſſe entiérement ; poſons que le terme des diminutions ſoit en G, juſqu'où aillent les propulſions décroiſſantes Ee, Ff, &c. dans le même ordre & de la même quantité que les antécédentes ſont leurs excurſions par Dd, Cc, &c. juſqu'à l'autre terme A, enſorte qu'après un nombre innombrable de propulſions faites de part & d'autre, la longueur DA devienne ſenſiblement égale à la longueur DG C'eſt donc la ligne entiére AG que j'appelle une *fibre*, ſoit *lumineuſe*, ſoit *ſonore*.

LIII.

Les particules $B, C, D, E, F,$ &c. étant ainſi reſſerrées vers A par leurs tranſports en $b, c, d, e, f,$ &c. & dilatées vers G, il eſt viſible que la matiére élaſtique, condenſée du côté de A, & raréfiée du côté de B, repouſſera incontinent les mêmes particules, & les fera aller au delà de leurs centres de repos $B, C, D, E, F,$ &c. qui ſont autant de centres d'équilibre forcé juſqu'en $(b), (c), (d), (e), (f),$ &c. tellement que les intervalles $B\,(b), C\,(c), D\,(d),$ &c. ſeront reſpectivement égaux aux précédentes excurſions $Bb, Cc, Dd,$ &c. comme dans toutes les réciprocations oſcillantes, excepté qu'après pluſieurs vibrations ce mouvement languit juſqu'à ſon entiére extinction. On voit donc que toutes les vibrations de la fibre, fortes ou foibles, doivent être d'égale durée, ou qu'elles ſont tautochrones, parce que chacune de ces particules, dans ſon état naturel, eſt dans ſon centre d'équilibre forcé, étant preſſé également de côté & d'autre par la matiére élaſtique.

LIV.

La premiére & principale fibre étant formée de la maniére que nous l'avons expliqué, nous ferons voir comment une infinité d'autres fibres ſecondaires s'en formeront, qui ſeront toutes miſes bout-à-bout ſur une même ligne droite, & compoſées chacune de corpuſcules ou de particules de groſſeur égale à celles dont eſt compoſée la fibre principale. Pour en être au fait, il n'y a qu'à faire attention à ce qui doit arriver au moment que les particules $B, C, D,$ &c. ſont parvenues aux limites de leurs excurſions en $b, c, d,$ &c. on verra clairement que l'éther ou la matiére élaſtique aux environs de A ſera accumulée & condenſée le plus fortement, laquelle par conſéquent reprenant d'abord le deſſus, & faiſant effort pour ſe reſtituer en avant & en arriére, comme font tous les reſſorts, non-ſeulement elle repouſſera les particules de la premiére fibre, mais ſe répandant auſſi du côté oppoſé, elle mettra en agitation les particules qu'elle trouve dans la région L, & y produira une nouvelle fibre qui ſera ſecondaire,

mais ſemblable & égale à la premiére, compoſée de particules ou de corpuſcules de même groſſeur que ceux de la premiére. (§. XXXIII.) On voit que quand la fibre principale ou la premiére finit ſa premiére vibration, & va commencer la ſeconde, la nouvelle fibre commence ſa premiére vibration.

LV.

Par la même raiſon & de la même maniére, la ſeconde fibre en engendre une troiſiéme, la troiſiéme une quatriéme, & ainſi conſécutivement, ſelon que la violence de la premiére peut étendre la force plus ou moins au loin, & chacune de ces fibres ſecondaires commence ſa premiére vibration dans le moment que la précédente acheve la ſienne pour commencer la ſeconde. D'où il ſuit qu'à chaque retour de la fibre principale, il s'en forme une nouvelle, qui fait ſa premiére vibration. Ainſi, par exemple, la centiéme fibre ſe forme & commence ſa premiére vibration, lorſque la principale vient d'achever ſa centiéme vibration. Il y aura donc à chaque moment autant de fibres nouvellement produites, que la principale a déja fait de vibrations, dont par conſéquent la multitude indiquera le nombre des fibres. Cette conſidération nous ſervira très-utilement à déterminer la vîteſſe du ſon & celle de la lumiére, puiſqu'il ne faut que bien déterminer le petit tems que chaque vibration demande, ce que je ferai d'une maniére aſſez ſemblable à celle dont on s'eſt ſervi pour déterminer les petites durées des vibrations d'une corde de muſique tendue : car dans les unes & les autres les vibrations, grandes ou petites, fortes ou foibles, ſont toûjours tautochrones.

LVI.

Ce que l'on a dit ſur la formation des fibres ſecondaires qui s'étendent depuis l'extrémité *A* de la principale ſuivant la direction *AL*, doit être entendu auſſi de celles qui ſe forment de l'autre côté *G* dans la direction oppoſée *GM*, puiſqu'il s'en fait autant d'un côté que de l'autre, ſuppoſé qu'il n'y ait point d'empêchement qui en interrompe la

continuation. Prenant donc le point *D* pour l'origine de la lumiére ou du ſon, & conſidérant ce point comme le centre d'une grande Sphere, nous comprendrons que tous ſes diametres ſeront autant de fibres compoſées chacune d'une principale & de ſecondaires miſes bout-à-bout juſqu'à la ſurface de la ſphere d'activité, & ces chaînes de fibres qui partent du centre *D*, ſont ce qui nous vient ſous l'idée de *Rayons de lumiére*, ſi c'eſt la lumiére originale qui les excite en frappant contre l'éther élaſtique, & qui peuvent fort bien être appellés *Rayons ſonores*, lorſque ce n'eſt que l'air groſſier & élaſtique qui reçoit la premiére agitation par quelque corps frémiſſant.

LVII.

Il faut ſe ſouvenir, quant aux fibres lumineuſes, de ce que j'ai montré ci-deſſus, qu'elles ſont de différens ordres, les unes étant remplies de corpuſcules d'une certaine groſſeur, d'autres d'une autre groſſeur, d'autres encore de groſſeur différente, & ainſi de pluſieurs autres; mais toûjours que les corpuſcules appartenans à une même chaîne de fibres ou à un même rayon, ſoient tous d'une égale groſſeur. Ainſi à cauſe de l'extrême ſubtilité des rayons ſolitaires, un nombre prodigieux de tous ordres pourra être contenu ſous un volume inſenſible, comme des poils très-fins dans un même pinceau, qui ne ſe diſtinguent les uns des autres qu'en ſe diſperſant par la différente refrangibilité, & en repréſentant différentes couleurs, comme nous l'expliquerons en ſon lieu.

LVIII.

Pour expoſer plus préciſément la propagation de la lumiére, je m'attacherai à celle du ſon, parce que nous connoiſſons mieux la propriété & la force de l'élaſticité de l'air que celle de l'éther, qu'on ne pourra déterminer que par l'effet, qui eſt l'exceſſive rapidité avec laquelle la lumiére ſe tranſporte. Quand donc la particule *D*, dans le milieu d'une fibre principale, commence à être agitée ou ébranlée, il ne faut pas penſer que dans le même moment toutes les autres particules qui doivent former la fibre, acquiérent ce *Fig. 3.*

mouvement conſpirant néceſſaire, pour que chacune faſſe ſes réciprocations conjointement avec chaque autre; mais néanmoins cette premiére irrégularité qui leur ôteroit à chacune la liberté de faire des vibrations iſochrones, eſt terminée bien vîte, en s'accommodant les unes aux autres, à peu-près de la même maniére qu'une corde de muſique bien tendue, lorſqu'on la retire de ſa ſituation rectiligne, prend une telle figure qu'on veut lui donner, par exemple, celle d'un triangle iſoſcele; mais dès qu'on l'abandonne, elle quitte cette figure après un petit nombre de vibrations, & converge très-promptement à la courbure d'une ligne qu'on nomme la *compagne de la roulette allongée*, que l'on a démontrée être celle que la corde tendue doit avoir, afin que toutes ſes petites parties faſſent conjointement leurs vibrations en tems égaux, & que de cette maniére elles ne s'embarraſſent pas les unes les autres dans leur mouvement. Il en eſt donc de même des vibrations d'une fibre: car celle-ci eſt élaſtique par compreſſion, comme la corde eſt élaſtique par extenſion, toute la différence eſt que les vibrations de la fibre ſont *longitudinales*, au lieu que celles de la corde ſont *latitudinales*; mais pour le reſte les unes & les autres ſont ſujettes à une même loi, par rapport aux forces accélératrices qui en agitent les petites parties, ce que le calcul ſuivant prouvera pour la fibre ſonore, applicable auſſi à la fibre lumineuſe, moyennant une hypotheſe fondée ſur l'obſervation de M. Romer.

LIX.

CALCUL.

Pour ſupputer exactement la petite durée d'une ſeule vibration d'une particule quelconque de la fibre, car j'ai déja prouvé que toutes les particules ſont tautochrones & iſochrones avec la fibre entiére, j'avance d'abord que, 1°. les forces élaſtiques de l'air, ou de ce milieu élaſtique, qui remplit les interſtices des particules à agiter, ſont proportionnelles à ſes denſités, ce qui eſt vérifié par l'expérience;

que 2°. les excurſions Bb, Cc, Dd ſont cenſées être infiniment petites par rapport aux intervalles AB, BC, CD, &c. entre les particules; que 3°. en vertu de la premiére poſition, les forces motrices qui ſollicitent ou preſſent les particules par les deux côtés oppoſés en ſens contraire l'un à l'autre, ſont en raiſon inverſe des eſpaces Ab, bc, cd, &c. dans leſquels ſont réduits ou reſſerrés les intervalles AB, BC, CD, &c. par la compreſſion qui ſe fait, quand la demi-vibration va vers A.

LX.

Conſidérons préſentement une des particules intermédiaires, par exemple C, laquelle pendant qu'elle eſt encore en repos, eſt ſans doute preſſée également par les deux côtés oppoſés, étant dans le centre d'équilibre forcé; & il eſt viſible que cette preſſion doit être égale au poids d'une colomne fort déliée, ou plûtôt d'un filament d'air uniforme d'égale groſſeur & d'égale denſité avec la fibre, & dont la hauteur ſurpaſſe autant de fois la hauteur du Mercure dans le Barometre, que le Mercure eſt plus peſant que l'air, c'eſt-à-dire, que la hauteur de ce filament aërien contienne (ſuivant la poſition de M. Newton) la hauteur du Barometre 11890 fois; car alors le poids du filament verticalement érigé ſera égal à la compreſſion de la fibre, puiſque le poids du premier entretient la fibre dans ſa compreſſion par le principe d'Hydroſtatique. Nommons donc, avec M. Newton, cette hauteur connue du filament $= A$; & ſoit la gravité naturelle qui anime les corps terreſtres $= g$: on aura le poids du filament aërien qui eſt en équilibre avec la fibre comprimée $= gA$, & qui ſera par conſéquent égal à la force élaſtique, avec laquelle chaque particule C eſt preſſée par les deux côtés oppoſés, pendant qu'il reſte dans ſon centre d'équilibre forcé.

LXI.

Il s'agit maintenant de trouver avec combien plus de force ſera preſſée la particule C d'un côté que de l'autre, après qu'elle ſera déplacée de ſon centre d'équilibre & tranſportée en c, lorſqu'en même tems les deux particules voiſines B

& D ſont tranſportées en b & d. Pour cela il n'y a qu'à déterminer l'excès, dont la force du fluide élaſtique contenu dans l'eſpace BC, mais reſſerré maintenant dans un plus petit eſpace bc, ſurpaſſe la force élaſtique de ſon antagoniſte qui étoit contenu en CD, mais réduit auſſi dans un plus petit cd, quoique pas tant plus petit que le précédent bc. Cet excès de force fera connoître la force motrice & la loi de l'accélération avec laquelle la particule C ſera rechaſſée de c pour faire le retour de la vibration.

LXII.

A cette fin, ſoit AB ou BC ou CD, &c. $= a$, $Bb = r$, $Cc = s$, $Dd = t$; ce qui donne $bc = a + r - s$ & $cd = a + s - t$. Or puiſque bc eſt à BC comme la force élaſtique naturelle du fluide contenu en BC eſt à la force du même, mais condenſé en bc, nous aurons $a + r - s . a :: gA . \frac{gAa}{a+r-s} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en bc; par la même raiſon nous aurons $\frac{gAa}{a+s-t} =$ à la force élaſtique du fluide condenſé en cd; donc l'excès de la premiére par deſſus celle-ci, ſçavoir $\frac{gAa}{a+r-s} - \frac{gAa}{a+s-t}$ ou $\frac{gAa(2s-t-r)}{(a+r-s)\times(a+s-t)}$ ou (à cauſe de r, s, t, infiniment petites auprès de a, quoique a lui-même ſoit infiniment petit par rapport à la longueur de la fibre AG) $\frac{gAa(2s-t-r)}{aa}$, donnera la force motrice, qui repouſſe la particule C parvenue en c; mais comme il y a autant de particules qu'il y a d'intervalles a, on doit exprimer la maſſe de chacune par a, donc diviſant la force motrice $\frac{gAa(2s-t-r)}{aa}$ par la maſſe a, nous aurons la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aa}$.

LXIII.

Puis donc que les particules de la fibre dans leur état de repos

Fig. 2

Fig. 3

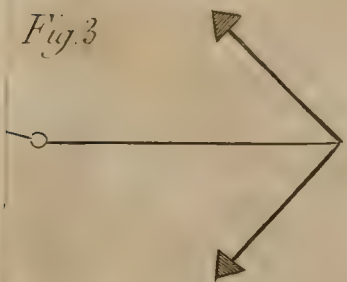


Fig. 4

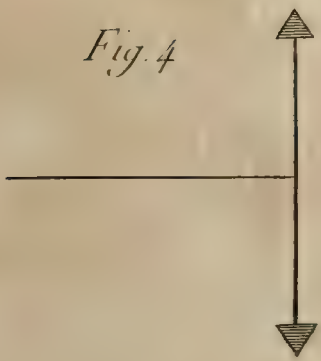


Fig. 6

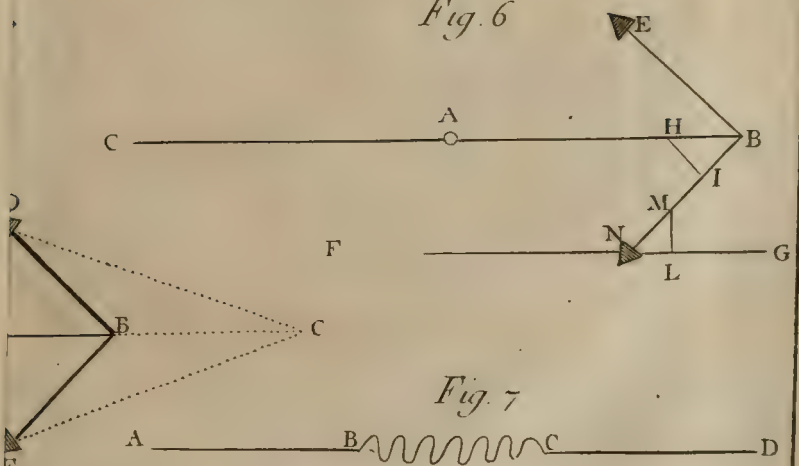


Fig. 7

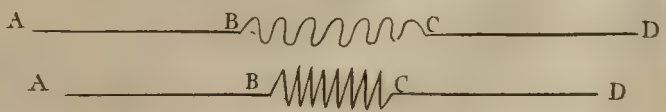


Fig 1

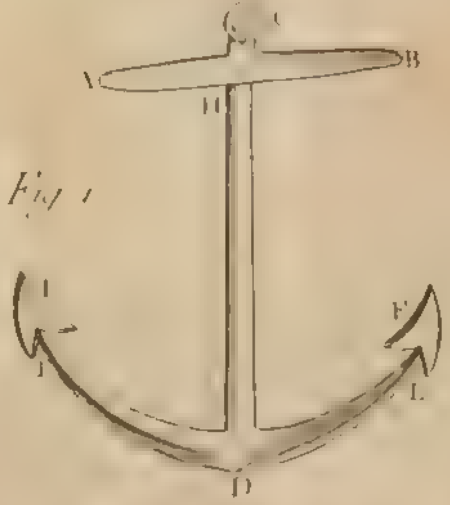


Fig 2

Fig 3

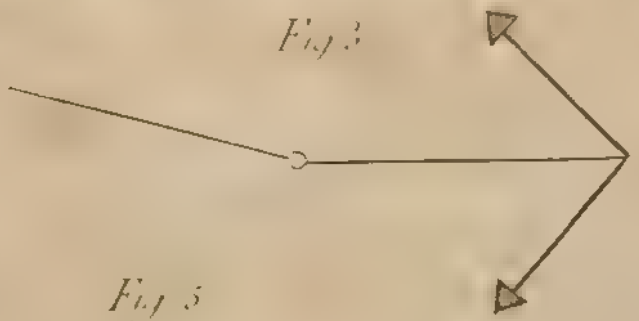


Fig 4

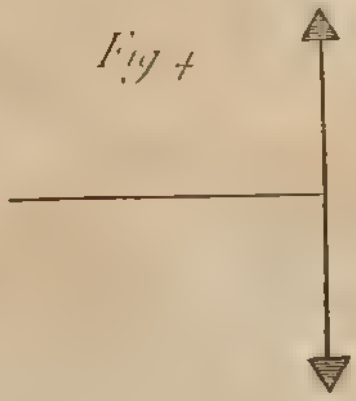


Fig 5

Fig 6

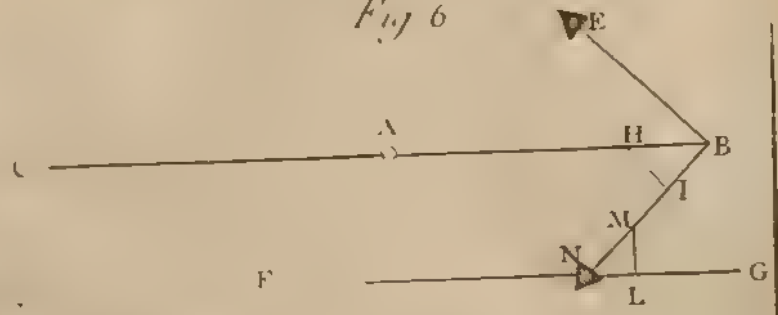
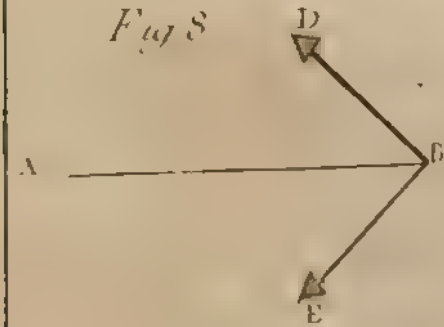
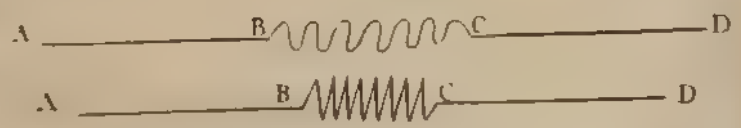


Fig 8



C

Fig 7



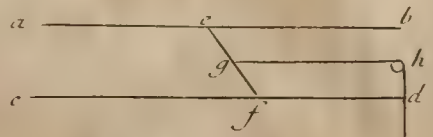


Fig. 10

Fig. 11

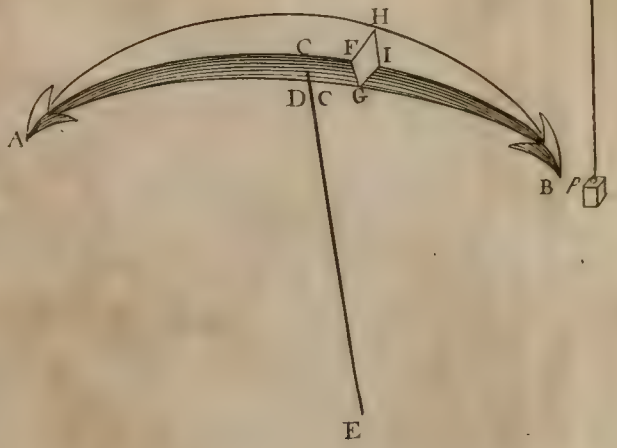


Fig. 12

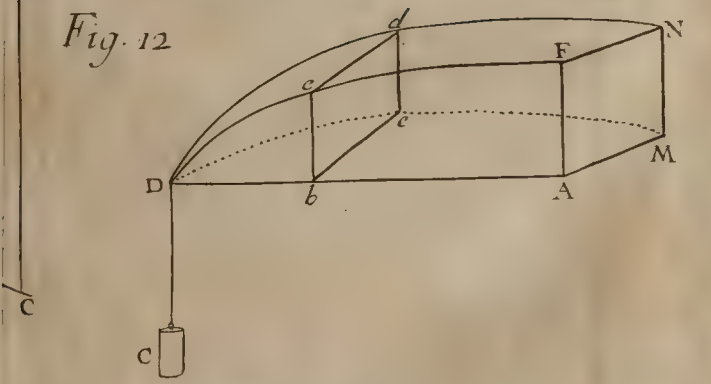


Fig. 13

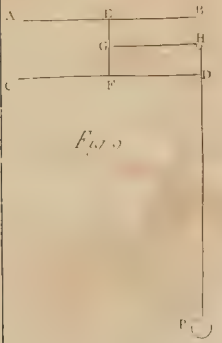


Fig. 9

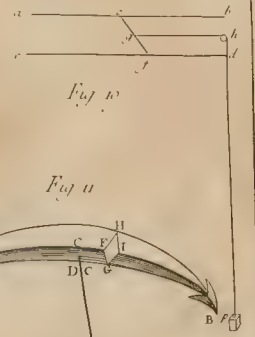
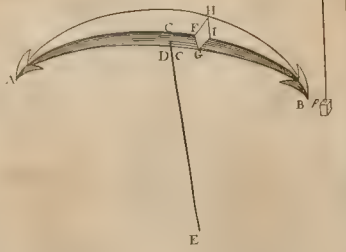


Fig. 10

Fig. 11



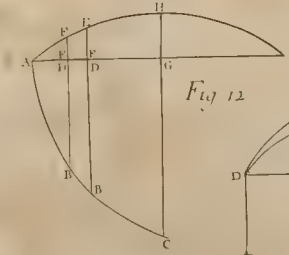


Fig. 12

Fig. 13

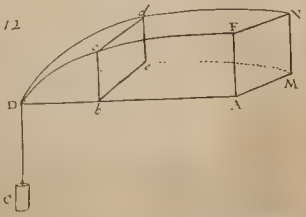
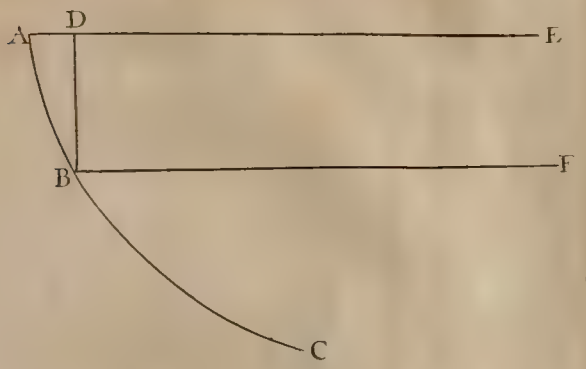


Fig. 15



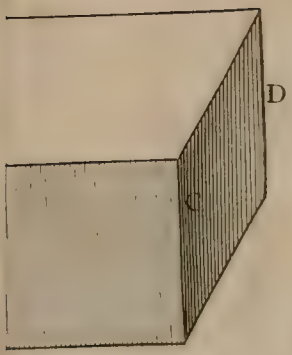
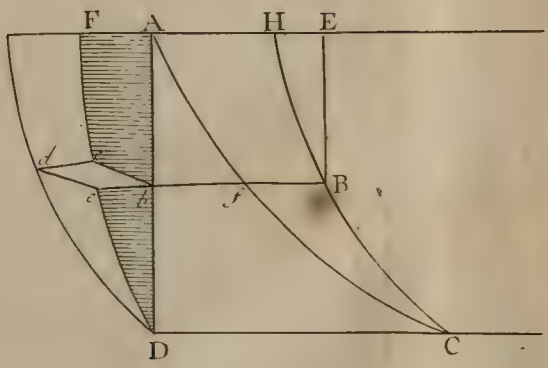


Fig. 17



Simonneau Sculp

Pl. 3 du Mem.s pag. 32

Fig 14

Fig 15

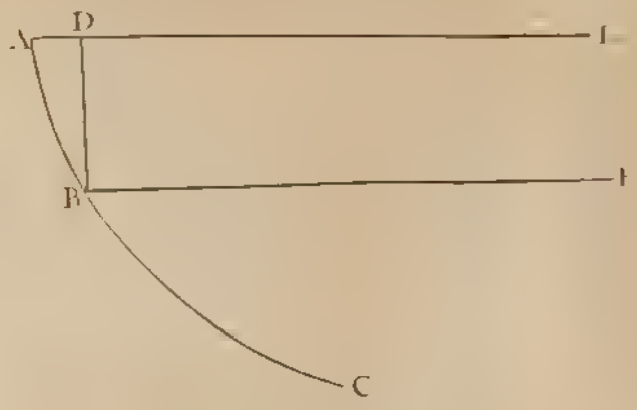


Fig 16

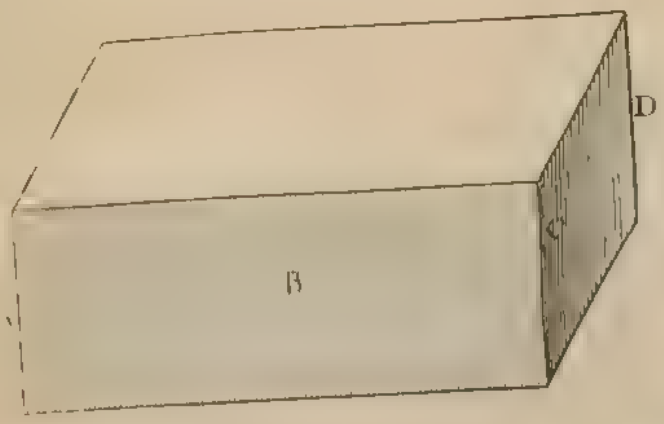
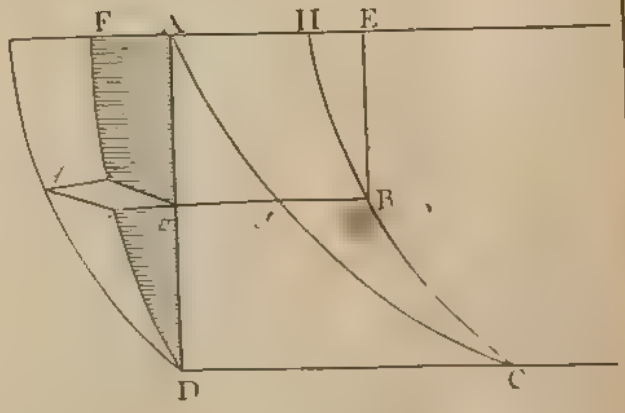


Fig 17



repos, ſont chacune dans un équilibre forcé, il faut (par le Lemme général) que toutes leurs petites vibrations ſoient tautochrones & iſochrones, ou ſynchrones entr'elles; donc auſſi les intenſités des forces accélératrices ſeront par-tout égales; or l'intenſité d'une force accélératrice s'exprime en la diviſant par le chemin à faire juſqu'au point de repos, c'eſt-à-dire, par s pour la particule C. Ainſi on aura l'intenſité de la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ qui doit être égale à une conſtante pour toutes les autres.

LXIV.

Pour faire naître une idée nette de la relation entre toutes les excurſions différentes des particules d'une fibre, & pour déterminer enſuite le petit tems de chaque vibration; concevons aux points B, C, D, &c. appliquées perpendiculairement, les petites lignes $B\mathfrak{C}$, $C\mathfrak{x}$, $D\mathfrak{d}$, &c. égales à leurs reſpectives Bb, Cc, Dd, &c. Les points $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{e}$, &c. ſeront à une courbe $A\mathfrak{C}\mathfrak{x}\mathfrak{d}\mathfrak{e}\varphi G$, que je démontrerai être auſſi la compagne de la Cycloïde fort allongée, tout comme l'eſt la courbe que forme la corde de muſique tendue, lorſqu'elle eſt en vibration.

LXV.

Car d'autant que l'intenſité $\frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ doit être conſtante pour toutes les particules (§. LXIII.), diviſant par le conſtant $\frac{gA}{aa}$, on aura encore $\frac{2s-t-r}{s} =$ à une conſtante; or il eſt viſible que le numérateur de cette fraction n'eſt autre choſe que la différence des différences des trois appliquées conſécutives, r, s, t; car $2s-t-r=(s-r)-(t-s)$. Nommant donc à la maniére ordinaire chacune des trois appliquées t, l'abſciſſe depuis le centre D de la fibre $= y$; ſon élément conſtant dy, qui repréſentera a ou l'intervalle entre deux particules, de même que $t-s$ ou $s-r$ repréſente dt ou la premiére différence de l'appliquée t, & partant $(s-r)-(t-s)$ donne $-ddt$, ou la

seconde différence prise négativement, parce que les abscisses y croissants, les appliquées t décroissent; on obtiendra donc (pour la nature de la courbe $A\,\&\,G$) en place de $\frac{2s-t-r}{s} =$ à une constante, cette équation (en forme ordinaire des équations différentio-différentielles) $-\frac{d\,dt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$ où dy est constante, & c une autre constante prise arbitrairement, afin que $\frac{dy^2}{cc}$ devienne homogene à $-\frac{d\,dt}{t}$.

LXVI.

Il faut donc intégrer cette équation $-\frac{d\,dt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$, sans cela on n'y connoîtroit encore rien; mais dans l'état où elle est, elle n'est pas intégrable: c'est pourquoi on l'y doit préparer, en la multipliant par $t\,dt$; de cette maniére j'aurai $-dt\,d\,dt = \frac{t\,dt\,dy^2}{cc}$, ce qui est manifestement intégrable; car, selon la régle ordinaire, je réduis cette équation à cette autre, qui ne contient que des différences du premier degré, sçavoir $\frac{1}{nn}dy^2 - dt^2 = \frac{t\,t\,dy^2}{cc}$, où j'ai ajoûté, suivant la pratique, une constante $\frac{1}{nn}dy^2$ pour rectifier l'équation, qui sans cela auroit été incomplette, vû que le quarré négatif $-dt^2$, ne pourroit être égal au quarré affirmatif $\frac{t\,t\,dy^2}{cc}$; outre cela, j'entends par n un nombre constant, mais très-grand, afin que $\frac{1}{nn}dy^2$ devienne comparable avec dt^2, puisque dy seul doit être considéré comme incomparablement plus grand que dt. Cette réduction étant faite, on doit séparer les indéterminées, & ensuite intégrer, soit par quadrature, soit par rectification d'une courbe connue, si la chose est faisable, comme en effet j'aurai ici .... $y = nf\frac{c}{n}dt : \sqrt{\frac{cc}{nn} - tt}$, où le second terme est visiblement égal à un arc de cercle, dont le rayon $= \frac{c}{n}$, &

le co-sinus $= t$, prenant cet arc au nombre de fois exprimé par n. C'est en quoi consiste précisément la nature qui convient à la compagne de la Roulette ou de la Cycloïde extrémement allongée.

LXVII.

Or on a démontré dans les Commentaires de l'Académie de Petersbourg, que la même ligne convient aussi à la courbure que prend une corde de musique tendue par un poids, lorsqu'elle fait ses vibrations, qui sont aussi tautochrones : d'où l'on doit inférer que la fibre comprimée & la corde tendue suivent une même loi en faisant leurs vibrations. Si on conçoit, par exemple, une fibre aërienne, de la longueur d'une aune, comprimée par le poids d'un filament de même air de la hauteur A, & puis une corde fort subtile de la même longueur d'une aune, dont la quantité de matiére soit précisément égale à la quantité d'air contenue dans la fibre d'une aune, & que cette corde soit tendue par un poids égal au poids du filament aërien A; il est clair, par tout ce que nous venons de dire, que les vibrations de la fibre & celles de la corde se feront également vîte, & seront par conséquent d'égale durée. Car comme les circonstances sont tout-à-fait semblables dans l'une & l'autre, sçavoir, égales longueurs, égales quantités de matiére à agiter, répandues uniformément, & enfin égales forces, compressive dans l'une & extensive dans l'autre; il en résulte nécessairement que les intensités des forces accélératrices soient aussi égales de part & d'autre, ce qui rend les vibrations longitudinales de la fibre synchrones avec les vibrations latitudinales de la corde, ou, ce qui revient au même, il y a un même nombre de vibrations, dans un tems donné, pour la fibre & pour la corde.

Tome 3. p. 24. & suiv.

LXVIII.

Ainsi si nous voulons déterminer ce nombre, & déduire ensuite la vîtesse de la propagation du son, nous n'avons qu'à consulter la formule donnée & démontrée par une double méthode, à l'endroit cité des Comment. de Petersb. *P. 25. & 27.*

Cette formule eſt exprimée par $\frac{p\sqrt{(D\times P)}}{\sqrt{(AB\times L)}}$, laquelle donne exactement le nombre des vibrations qui ſe font par une corde tendue par un poids donné pendant une ſeule oſcillation d'un Pendule de la longueur donnée; où il faut noter que AB ſignifie la longueur de la corde tendue, L la quantité de ſa matiére, P le poids ou la force avec laquelle eſt tendue la corde, D la longueur du Pendule donné, & enfin le petit p ſignifie la circonférence du cercle dont le diametre eſt $=$ 1. Il eſt à remarquer, pour plus de confirmation, que M. Taylor a trouvé auſſi en d'autres Lettres, quoique d'une maniére un peu embarraſſante & obſcure, la même formule. (*V. Meth. Increm. p.* 98.)

LXIX.

Nous en ferons donc uſage pour le cas préſent de la fibre ſonore repréſentée dans notre figure par AG, en ſubſtituant dans la formule générale, AG pour AB, & $\frac{A}{AG}$ pour $\frac{P}{L}$; ainſi il en viendra $\frac{p\sqrt{(D\times A)}}{\sqrt{(AG\times AG)}}$, c'eſt-à-dire, $\frac{p\sqrt{(D\times A)}}{AG}$ $=$ au nombre de vibrations longitudinales de la fibre ſonore faites à chaque fois que le Pendule donné D acheve une de ſes oſcillations. Ceci fournit maintenant une maniére très aiſée de déterminer la vîteſſe du ſon, en ſe rappellant ce qui a été montré ci-deſſus (*§.* LIV.) touchant la production ſucceſſive des fibres ſecondaires, dont le nombre (qui fait le progrès du ſon ou ſa propagation) eſt préciſément égal au nombre de vibrations qui ſe ſont faites par la fibre principale pendant la production des ſecondaires, puiſqu'à chaque vibration de la principale il ſe forme une nouvelle ſecondaire. Donc la même formule $\frac{p\sqrt{(D\times A)}}{AG}$ ſert auſſi à déterminer le nombre de toutes les fibres, depuis le centre de la principale, ou depuis l'origine du ſon juſqu'au point où le ſon eſt parvenu, & où il ſe fait entendre pendant la durée d'une oſcillation du Pendule donné D.

C'eſt pourquoi je n'ai qu'à multiplier la longueur d'une fibre AG (quelle que ſoit cette longueur) par le nombre des fibres $\frac{pV(D\times A)}{AG}$, il me vient conſtamment en termes très-ſimples cette quantité donnée $pV(D\times A)$ pour la diſtance parcourue par le ſon dans le tems d'une oſcillation du Pendule D.

Il paroît d'abord étrange que ſans connoître la longueur des fibres obſervée par la nature, on puiſſe connoître le total de la diſtance de toutes les fibres, priſes enſemble, parcourues dans un tems donné; mais on ne s'en étonnera pas, ſi on réfléchit un peu ſur ce que deux différentes fibres de même matiére, d'égale groſſeur, & comprimées par des forces égales, mais qui ſont d'inégales longueurs, font dans un tems donné le nombre de leurs vibrations en raiſon réciproque de leurs longueurs, & que le nombre des vibrations eſt auſſi celui des fibres ſecondaires produites ſucceſſivement; d'où il eſt évident que, par exemple, cent fibres d'une longueur double ne demandent ni plus ni moins de tems pour être engendrées & miſes en agitation, que deux cens fibres pareilles, mais d'une longueur ſimple.

Pour les cordes de muſique d'égale groſſeur & également tendues, c'eſt une vérité connue depuis long-tems; ſçavoir, que la promptitude de leurs vibrations augmente à proportion qu'on en diminue la longueur; c'eſt ſur quoi on fonde l'explication de leur conſonance ou diſſonance.

LXX.

Nous allons faire voir avec quelle préciſion notre expreſſion ſi courte & ſi aiſée $pV(D\times A)$ s'accorde avec l'expérience que l'on a faite ſur la vîteſſe du ſon; je me ſervirai des mêmes ſuppoſitions de M. Newton, où il donne en meſure d'Angleterre, au Pendule D à ſeconde, la longueur de $39\frac{1}{5}$ pouces, & fait la hauteur A d'une colomne d'air uniforme (qui tient en équilibre le Mercure dans le Barometre) $=$ 356700 pouces; item, la raiſon de p à 1 comme 93384 à 29725 : ce qu'ayant ſubſtitué, on aura

V. Schol. ad prop. 50. l. 2. Princ. Philoſ.

$p\sqrt{(D\times A)} = \frac{93384\sqrt{(39\frac{1}{3}\times 365700)}}{29725}$ pouces, pour la longueur du chemin que le ſon parcourt dans une ſeconde de tems ; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, $11747\frac{1}{4}$ pouces $=$ 979 pieds d'Angleterre, moins un demi-pouce, ce qui eſt conforme à ce qu'a trouvé M. Newton dans l'endroit cité, quoique je ne ſçache pas ſi ce n'eſt pas peut-être une voie fort indirecte qui l'y a conduit : car, pour avouer la vérité, ſon long raiſonnement dans les propoſ. 47, 48, 49, qui précédent ce Scholie, & dans le Scholie même, me paroît ſi obſcur & ſi perplex, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, ſur-tout comme il raiſonne dans la propoſ. 47. où il paroît difficile de démêler ce qu'il ſuppoſe d'avec ce qu'il veut prouver.

LXXI.

D'ailleurs le nombre de 979 pieds, que j'ai trouvé avec M. Newton par ma théorie, étant environ d'une centaine ou davantage plus petit que le véritable nombre de 1080 pieds d'Angleterre obſervé par l'expérience ; M. Newton en rejette la cauſe ſur ce que les particules ſolides entremêlées dans l'air, tranſmettent chacune dans un inſtant d'un bout à l'autre de ſon diametre la propagation du ſon; ce qui fait, ſelon lui, que la ſomme des diametres de toutes les particules ſolides doit être ajoûtée à la longueur de 979 pieds ; & pour trouver ſon compte, il donne à chaque diametre environ la 9me ou 10me partie de l'intervalle qui eſt entre les centres de deux particules les plus proches ; il leur en auroit donné davantage à proportion que le véritable nombre de l'eſpace du ſon auroit plus ſurpaſſé le nombre trouvé de 979 pieds. Mais on voit bien par notre théorie, que les diametres de ces particules ſolides ne peuvent être cenſées qu'incomparablement petites à l'égard de leurs interſtices, vû que s'ils occupoient toute l'étendue d'une vibration, ils n'entreroient point encore en comparaiſon avec leurs diſtances. L'or, par exemple, qui a plus de 15000 fois plus de matiére que l'air dans un même volume, ne laiſſe pas d'avoir ſes pores aſſez

larges pour laiſſer paſſer très-librement la matiére ſubtile ou l'éther ; que ne doit-on pas penſer de la largeur des pores de l'air, qui ne ſont autre choſe que ces mêmes interſtices entre les particules ſolides de l'air dont il s'agit ici ? C'eſt donc une autre raiſon plus eſſentielle qui fait trouver la propagation du ſon un peu moins vîte qu'elle n'eſt en effet : c'eſt que l'on ſuppoſe dans la théorie, que la fibre, tant la ſonore que la lumineuſe, & toute la ſuite des ſecondaires, qui font le rayon, ne ſont qu'une ſimple ligne droite partant du centre à la circonférence de la ſphere d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons ſont de petits cones infiniment aigus, qui ont leurs pointes ou leurs ſommets dans leur milieu, tout comme la fibre principale doit être formée, ayant viſiblement la pointe dans ſon milieu, où eſt la ſource du ſon ou de la lumiére.

En effet, une corde de muſique tendue, (dont nous avons démontré que les vibrations ſont ſujettes à la même loi que celles d'une fibre,) une corde, dis-je, qui auroit une figure de double cone fort pointu, & dont le ſommet commun fût au milieu, ſera trouvée par approximation faire ſes vibrations plus promptement qu'une corde uniforme par toute la longueur, toutes choſes étant d'ailleurs égales : je dis *par approximation* ; car pour connoître la courbure de la corde vibrante, il faudroit ſçavoir réduire à une équation différentielle du premier degré cette autre du ſecond degré $-\frac{ddt}{t} = \frac{yydy^2}{c^4}$, comme je l'ai fait de celle-ci (§. LXVI.) $-\frac{dddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$: mais j'avoue que la réduction exacte me manque encore ; cependant les méthodes des approximations montrent très-certainement que les cordes & les fibres coniques ont leurs vibrations plus rapides que celles qui ſont uniformément épaiſſes, toutes les autres circonſtances étant d'ailleurs égales.

LXXII.

Puis donc que la différence du réſultat n'eſt pas bien grande

entre ces deux sortes de fibres, je continuerai à les regarder comme des lignes droites physiques en forme de filaments, qui sont d'une petite grosseur par-tout égale. Or comme nous avons suffisamment démontré que l'action & les vibrations des fibres lumineuses & des fibres sonores sont d'une même nature, en ce que les unes & les autres se produisent successivement par leurs principales, & cela en telle maniére que le nombre des fibres secondaires nouvellement formées répond toûjours au nombre de vibrations de leurs principales, & que les vibrations sont tautochrones dans la lumineuse aussi-bien que dans la sonore; ce sera donc aussi dans cette succession & progrès de fibre en fibre que consiste l'extension ou la propagation de la lumiére. Ainsi notre formule générale $p\sqrt{(D\times A)}$ trouvée ci-dessus (§. LXIX.) nous serviroit ici également pour déterminer la vîtesse de la lumiére, ou la longueur qu'elle parcourt dans un tems donné, si l'élasticité de la matiére éthérée étoit connue.

LXXIII.

Mais A qui signifie une force constante avec laquelle l'air naturel est comprimé, & acquiert par-là une élasticité égale à la force A, connue en tout tems par le poids du Vif-argent dans le Barometre; mais cette A, dis-je, requise pour la compression de la matiére dans la fibre lumineuse, ne sçauroit être connue *à priori* par aucune expérience : car l'éther, qui est imperceptible en toute maniére, ne se laisse pas manier immédiatement comme l'air, dont on peut mesurer le ressort par différentes expériences. Selon notre théorie, l'élasticité de l'éther consiste dans la force centrifuge perpétuelle de la matiére des petits tourbillons resserrés dans des circonférences extrêmement étroites, & circulants avec une rapidité nécessaire pour causer une force centrifuge aussi grande que l'on jugera convenable; par-là ces tourbillons s'appuyant les uns contre les autres, & se tenant ainsi en équilibre, produisent dans la masse de tout l'éther, & dans chacune de ses parties, ce ressort général ou cet effort avec lequel l'éther cherche continuellement à se dilater.

LXXIV.

LXXIV.

Je ferai donc ici le contraire par la voie indirecte, en allant de la vîteſſe de la lumiére pour en tirer la force du reſſort de l'éther, ce qui me ſera facile à exécuter par l'application de la formule $pV(D \times A)$ qui donne la vîteſſe du ſon ou la diſtance qu'il parcourt pendant la durée d'une oſcillation d'un Pendule donné D : car la lumiére étant, ſuivant l'obſervation de M. Romer, 700000 fois plus rapide que le ſon, il faut que 700000 $pV(D \times A)$ exprime la longueur du chemin de la lumiére qu'elle fait pendant une ſeule oſcillation du pendule D. Or 700000 $pV(D \times A)$ eſt $= pV(D \times 490000000000\ A)$; donc le poids du filament A d'air uniforme & de la denſité comme il eſt à la ſurface de la Terre, ce poids, dis-je, pris 490000000000 fois, montre la compreſſion de la fibre lumineuſe ; d'où il ſuit que l'élaſticité de l'éther lui-même a le même nombre de fois plus de force pour ſe dilater que n'a le reſſort de notre air groſſier. Ainſi lorſque ce reſſort eſt capable de ſoûtenir le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30 pouces, comme le ſuppoſe M. Newton, la force élaſtique de l'éther, s'il ne pouvoit pas pénétrer par les pores du tuyau, ſoûtiendroit le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30 × 490000000000 pouces, ou 1225000000000 pieds, ce qui feroit plus de 61200000 lieues de France, en comptant 20000 pieds ſur une lieue. On laiſſe à juger ſi on n'eſt pas en droit d'attribuer la cauſe de la plus parfaite dureté à une ſi prodigieuſe force avec laquelle les parties d'un corps ſolide ſont comprimées par l'éther les unes contre les autres, ainſi que déja le P. Malebranche l'a heureuſement conjecturé, & après lui feu M. Jacques Bernoulli dans ſon Traité *de Gravitate Ætheris*.

LXXV.

Dans le Traité d'Optique de M. Newton, on voit bien que cet Auteur reconnoît auſſi que la force élaſtique de l'éther eſt exceſſivement grande ; il la fait même, comme moi, 490000000000 fois plus grande que n'eſt la force élaſtique

Pag. 520. *&* 521. *édit. de Paris* 1722.

de l'air proche de la Terre. Mais il se contente de l'avancer sans démonstration, fondé apparemment sur son raisonnement obscur fait dans les Princ. Philos. De plus, l'élasticité de l'éther est chez lui une pure supposition, sans en alléguer aucune cause physique. Notre théorie satisfait à l'un & à l'autre, montrant clairement, 1°. Quelle peut être la cause immédiate de l'excessive élasticité de l'éther; sçavoir, que cette élasticité peut provenir de la force centrifuge dans la matiére des petits tourbillons. 2°. Quelle est la proportion qui regne entre l'élasticité de l'air & celle de l'éther, où nous avons démontré par notre formule très-simple $pV(D \times A)$, que la premiére force est à la seconde, comme le quarré de la vîtesse du son est au quarré de la vîtesse de la lumiére. On peut remarquer ici en passant, que quand M. Newton considere la *gravité* comme une force attractive, il le fait dans ses Princ. Phil. en qualité de Géometre, sans se mettre en peine de la véritable cause physique de la pesanteur, comme il l'avoue lui-même en plusieurs endroits : ainsi ses partisans lui font tort, de lui prêter des sentimens sur la nature de la pesanteur, comme si c'étoit une qualité des corps essentielle & inhérante, contre sa propre déclaration, d'autant plus qu'il dit positivement, que les corps pesent vers la Terre, à cause qu'ils y sont poussés par la force élastique de l'éther. Voici comme il parle. » La force élastique de l'éther, dit-il, est » excessivement grande, elle peut suffire à pousser les corps » des parties les plus denses de ce milieu vers les plus rares » avec toute cette puissance que nous appellons *gravité*. «

Liv. 2. prop. 47. & suiv.

V. Traité d'Optique, p. 520.

LXXVI.

De la Réflexion & de la Réfraction des Rayons de la Lumiére.

Jusqu'ici nous avons expliqué en général la propagation de la lumiére, en montrant l'origine & la formation successive des fibres lumineuses, qui la portent de fibre en fibre par le moyen de leurs trémoussemens ou vibrations longitudinales. Nous en pourrions demeurer là, puisque la

queſtion ne demande autre choſe qu'une explication naturelle & intelligible de la maniére dont ſe fait le progrès ou tranſport de la lumiére depuis ſon origine juſqu'à de très-grandes diſtances, & cela, avec une rapidité inconcevable : cependant pour plus grande confirmation de la validité de mon ſyſtême, je veux bien faire voir encore avec combien de facilité on en déduit les principales propriétés de la lumiére, & les ſymptomes qui lui arrivent en certains cas : Tels ſont l'égalité des angles d'incidence & de réflexion qui s'obſerve lorſque les rayons donnant obliquement contre une ſurface polie, ſont obligés de ſe réfléchir vers le côté oppoſé à celui d'où ils viennent, enſorte que non-ſeulement les deux angles obliques deviennent égaux; mais auſſi que le rayon incident & ſon réfléchi ſe trouvent toûjours dans le plan qui paſſe par le point d'incidence perpendiculairement à la ſurface, qui, par ſa rencontre, cauſe la réflexion.

Une autre propriété plus remarquable que la premiére, eſt que le rayon de la lumiére qui rencontre obliquement la ſurface polie d'une matiére tranſparente de différente conſiſtence, dans laquelle il va s'immerger, au lieu de continuer ſa route en droite ligne avec le rayon incident, il s'en détourne en telle façon, que s'imaginant une perpendiculaire à cette ſurface tirée par le point d'incidence, & prolongée, le ſinus de l'angle d'incidence fait par le rayon incident avec la perpendiculaire, eſt au ſinus de l'angle de réfraction fait par le rayon rompu avec la même perpendiculaire, toûjours en raiſon conſtante, quelle que ſoit l'obliquité des rayons.

LXXVII.

Quant à la premiére de ces deux propriétés de la lumiére, ſçavoir l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, l'explication en eſt fort facile & trop claire pour m'y arrêter long-tems, d'autant plus que les corps à reſſort parfait, qui heurtent obliquement contre d'autres corps durs & immobiles, obſervent généralement cette loi d'égalité entre les deux angles d'incidence & de réflexion, comme par exemple, une bille pouſſée contre le bourlet du billard, dont la raiſon ſe

manifeſte d'elle-même par la décompoſition du mouvement. Or, chaque fibre lumineuſe n'étant qu'une ſuite de corpuſcules ſolides, qui, quoiqu'ils ne ſoient point élaſtiques par eux-mêmes, le ſont pourtant par l'élaſticité de l'éther, qui les tient toûjours dans leur centre d'équilibre forcé, avant que de recevoir leurs vibrations, par conſéquent dans un état, comme ſi eux-mêmes avoient un reſſort parfait : il eſt viſible que quand la fibre près de la ſurface polie commence à faire ſes vibrations, celui des corpuſcules trémouſſans, qui donne obliquement contre la ſurface, ſera obligé de réfléchir par un angle égal à l'angle d'incidence, ce qui détermine déja, après la réflexion, la direction de la partie de la fibre qui doit engendrer d'autres fibres nouvelles, laiſſant l'autre partie d'en-deçà du point d'incidence dans la direction qu'elle avoit. On voit donc la raiſon de l'égalité qui s'obſerve entre les deux angles d'incidence & de réflexion, ſans qu'il ſoit beſoin d'en parler plus amplement.

LXXVIII.

Je paſſe maintenant à conſidérer la réfraction de la lumiére ou la propriété des rayons rompus, qu'on remarque lorſqu'ils paſſent d'un milieu dans un autre de différente nature; qui eſt que les ſinus des angles d'incidence & de réfraction ont pour toutes les obliquités une raiſon conſtante. On trouve ſur cette matiére dans les Actes de Leipſic 1701, au mois de Janvier, un Mémoire de M. (Jean) Bernoulli, où l'Auteur explique la loi de la réfraction, en la réduiſant au principe connu de Statique, en vertu duquel trois puiſſances quoiqu'inégales, qui agiſſent ſur un point mobile en diverſes directions, obſerveront un équilibre parfait entr'elles, lorſque deux quelconques de ces puiſſances ſont réciproquement proportionnelles aux ſinus des angles que font leurs directions avec la direction de la troiſiéme puiſſance; cette vérité a lieu généralement, ſoit que les puiſſances agiſſent en tirant le point mobile, ſoit en le pouſſant. Mais comme l'Auteur, traitant ſon ſujet plus en Géometre qu'en Phyſicien, & ſans approfondir la maniére dont ſe fait la propagation

de la lumiére, ſe contente de conſidérer le point d'incidence comme un point mobile ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, lequel point doit être ſoûtenu en équilibre par trois forces, dont l'une conſiſte dans l'effort avec lequel le rayon incident doit entrer obliquement dans un autre milieu; la ſeconde force différente de la premiére, à cauſe de la diverſité des milieux; c'eſt l'oppoſition ou la réſiſtance plus ou moins grande, ſelon la nature du ſecond milieu, que doit faire le rayon rompu; & enfin la troiſiéme force eſt ſimplement paſſive, conſiſtant en ce que le point d'incidence ſollicité par les deux autres forces, eſt empêché de quitter la ſurface ſur laquelle il peut couler librement en tout ſens. D'où l'on voit que la direction de cette troiſiéme force eſt toûjours la ligne droite perpendiculaire à la ſurface, & qui paſſe par le point d'incidence.

LXXIX.

Il ſemble qu'il ne manque rien à cette explication, que la maniére de montrer d'où procédent les deux premiéres forces, & où c'eſt qu'elles peuvent avoir leurs points d'appui pour conſerver entr'elles & avec la troiſiéme un parfait équilibre, & tel qu'il eſt requis pour faire perſévérer dans ſon exiſtence chaque fibre lumineuſe pendant qu'elle fait ſes vibrations. Je crois que mon ſyſtême y peut ſuppléer aſſez naturellement, voici comment: Nous avons vû (§. LIII. & ſuiv.) que toutes les fibres ſecondaires produites par une principale, doivent être ſituées bout à bout ſur une ligne exactement droite, parce que l'éther également élaſtique par toute l'étendue des fibres, doit pouſſer avec forces égales chaque corpuſcule par les deux côtés diamétralement oppoſés, pour le ſoûtenir dans le centre d'équilibre forcé, ce qui fait que tous les centres ſont enfilés par une même ligne droite qui repréſente la ſuite des fibres formées par une principale: car ſi un ſeul ou pluſieurs corpuſcules ne ſe trouvoient pas très-exactement ſitués avec les autres ſur une même ligne droite, on voit bien que les preſſions ne ſeroient plus oppoſées diamétralement, par conſéquent ces corpuſcules vien-

droient à être chaſſés hors de la fibre, & n'y appartiendroient plus. Or chaque fibre a ſes deux extrémités qui lui tiennent lieu d'appuis immobiles pendant qu'elle fait ſes vibrations longitudinales.

LXXX.

Ainſi le rayon de lumiére, qui n'eſt autre choſe, comme nous l'avons déja dit, qu'une ſuite ou une chaîne de fibres continuée, procédera toûjours en droite ligne tant qu'il ſe trouve dans un milieu uniforme, & contenant de l'éther également élaſtique par toute ſon étendue. Mais comme il y a des milieux ou des matiéres tranſparentes de différente conſtitution par rapport à leur ſtructure intérieure & à leurs pores, par où les rayons doivent paſſer, ne peut-on pas préſumer naturellement que les conduits ou les pores dans les corps diaphanes ſont plus ou moins étroits dans les uns que dans les autres, ſelon qu'ils ſont d'une conſiſtence plus ou moins denſe, plus ou moins compacte ? Si cela eſt ainſi, il faut dire que les petits tourbillons qui logent dans ces pores, ſont plus ou moins au large ſelon la largeur des pores : ils ſe trouvent donc réduits ou reſſerrés à un moindre volume ; par exemple, dans le verre que dans l'eau, à un moindre auſſi dans l'eau que dans l'air, & à un moindre encore dans celui-ci que dans le milieu de la matiére éthérée, où on peut les conſidérer comme étant dans leur état naturel, & comme ayant leur plus grand volume, quoique toûjours d'une extrême petiteſſe.

LXXXI.

Faiſons préſentement attention à la nature de la force centrifuge d'un corps qui tourne ſur la circonférence d'un cercle avec une vîteſſe donnée : nous ſçavons que cette force doit augmenter en même raiſon que cette circonférence ou ſon diametre vient à être diminué, tellement qu'un même degré de vîteſſe peut procurer à ce corps une force centrifuge infinie, pourvû que l'on conçoive que le diametre de ſa circulation devienne infiniment petit. D'où il eſt clair que la matiére éthérée qui voltige dans chaque petit tourbillon

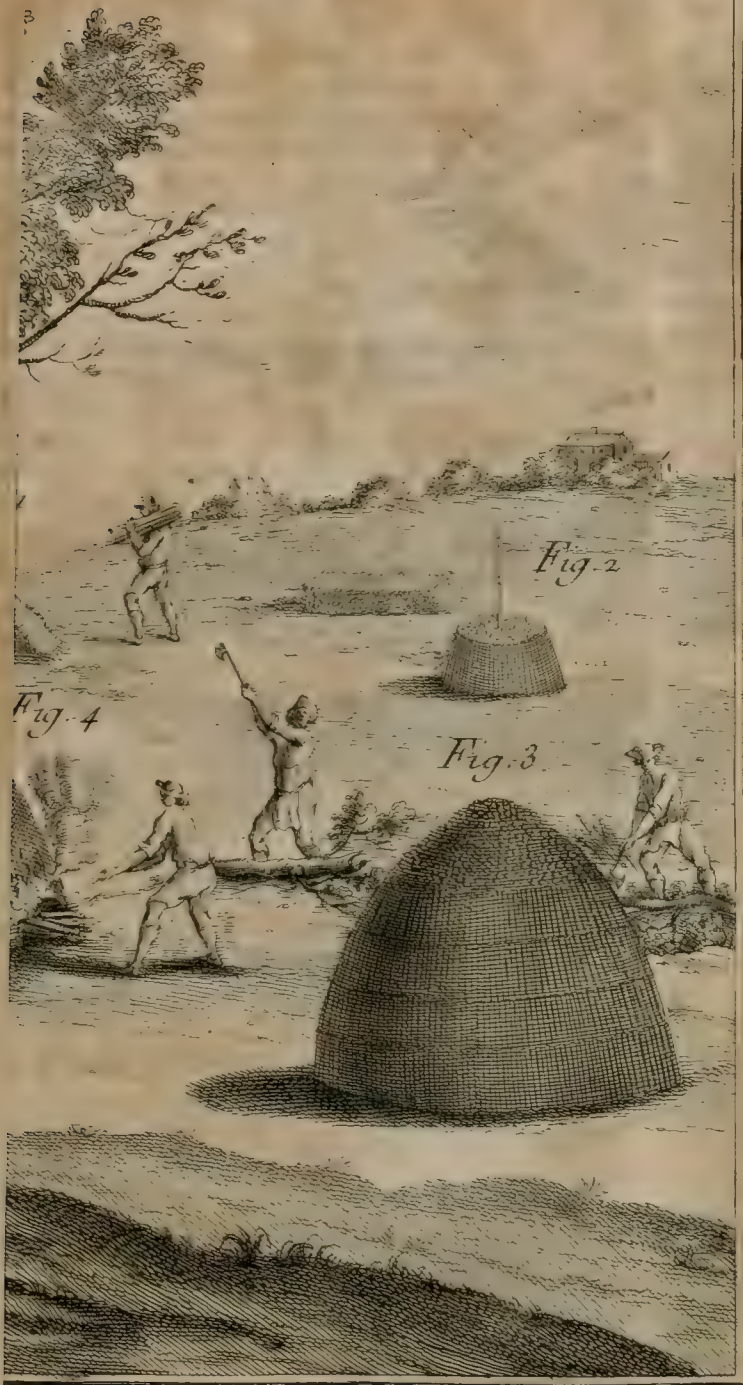


Fig. 2
Fig. 4
Fig. 3

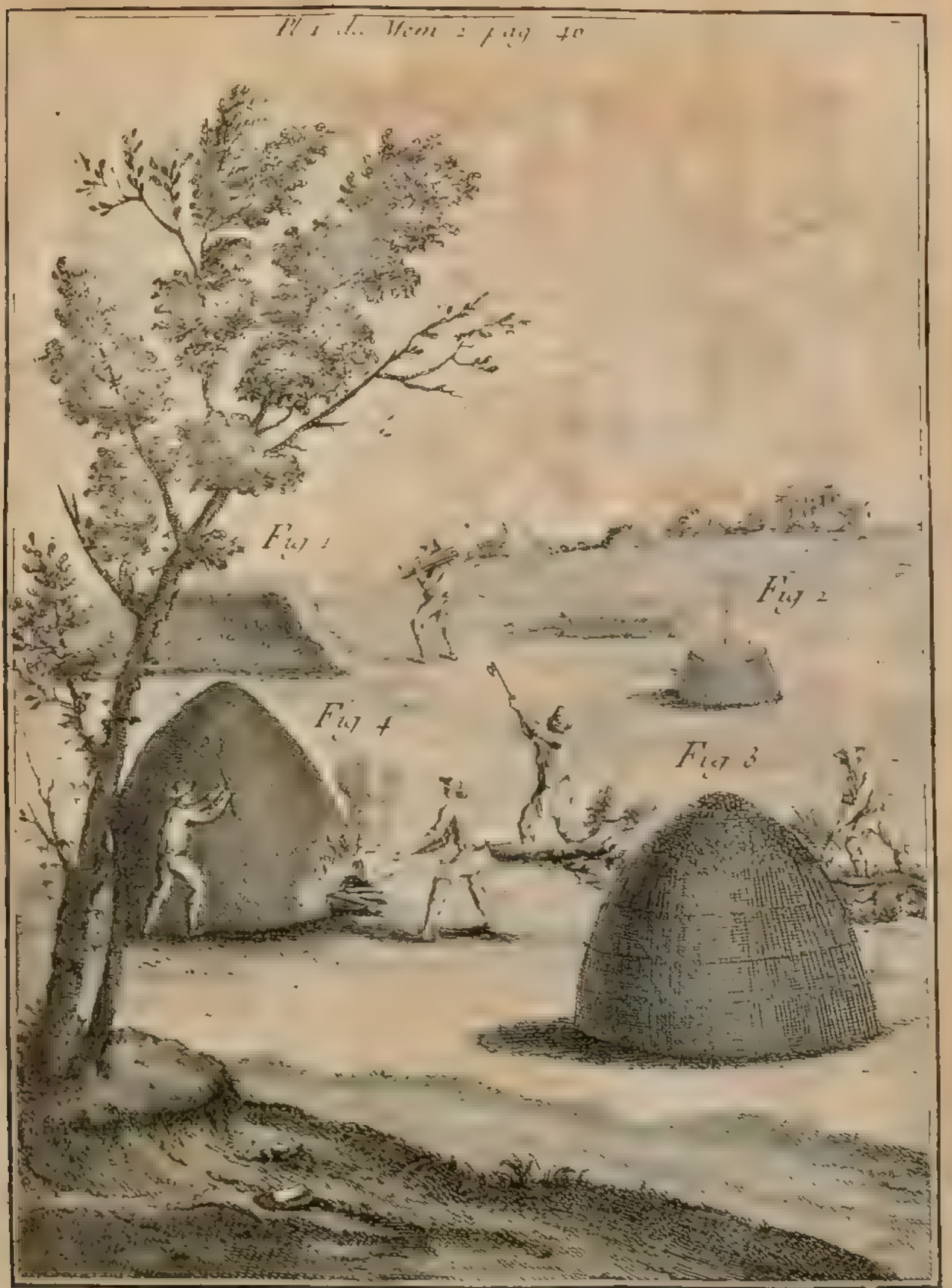
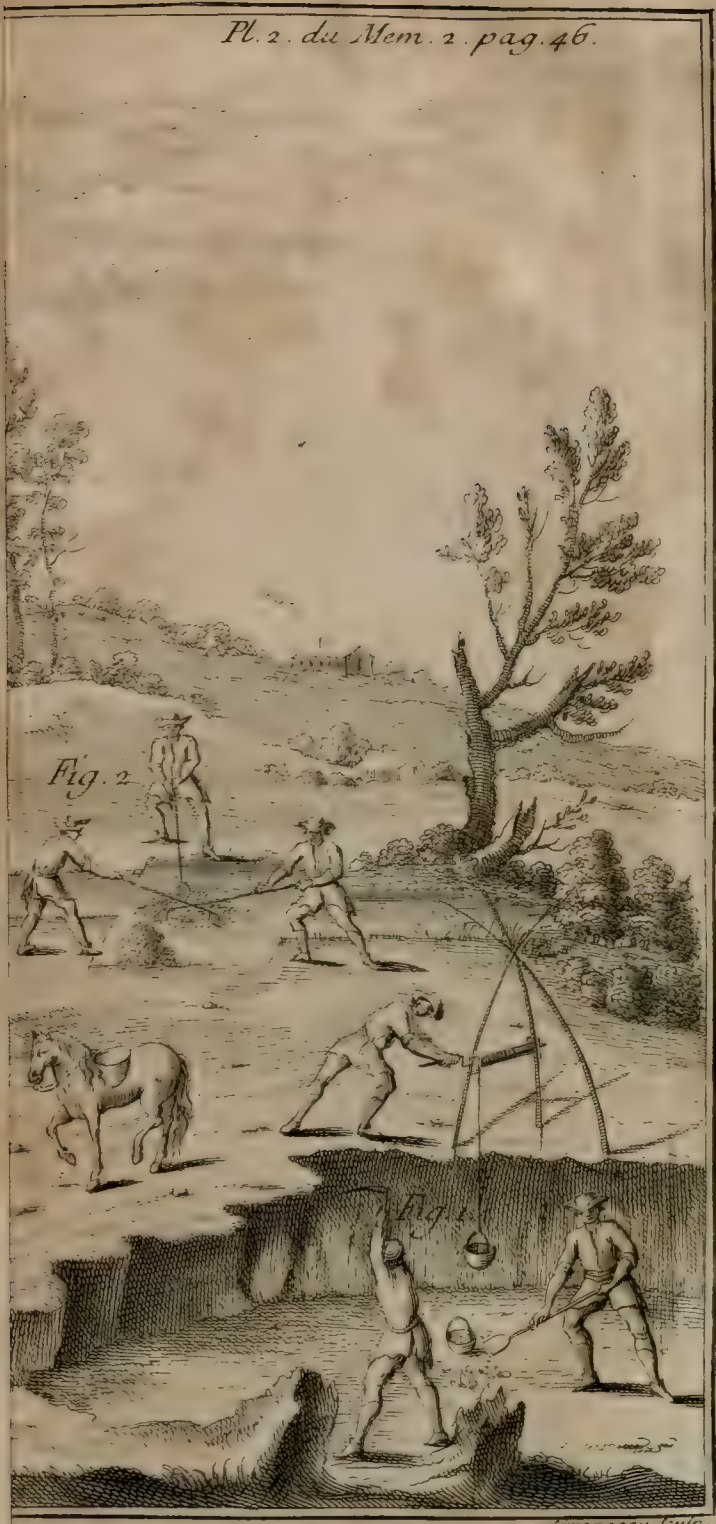
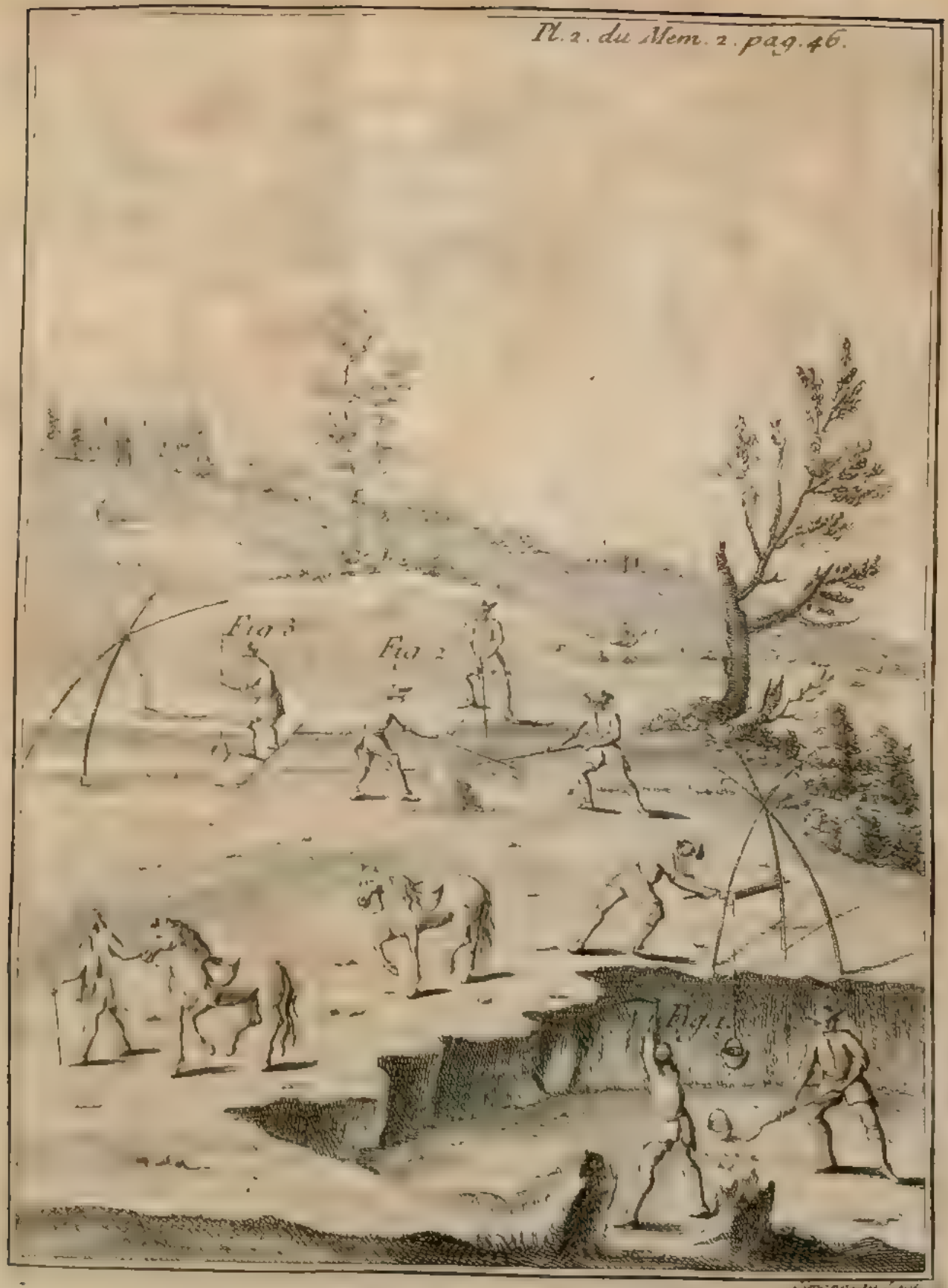


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4

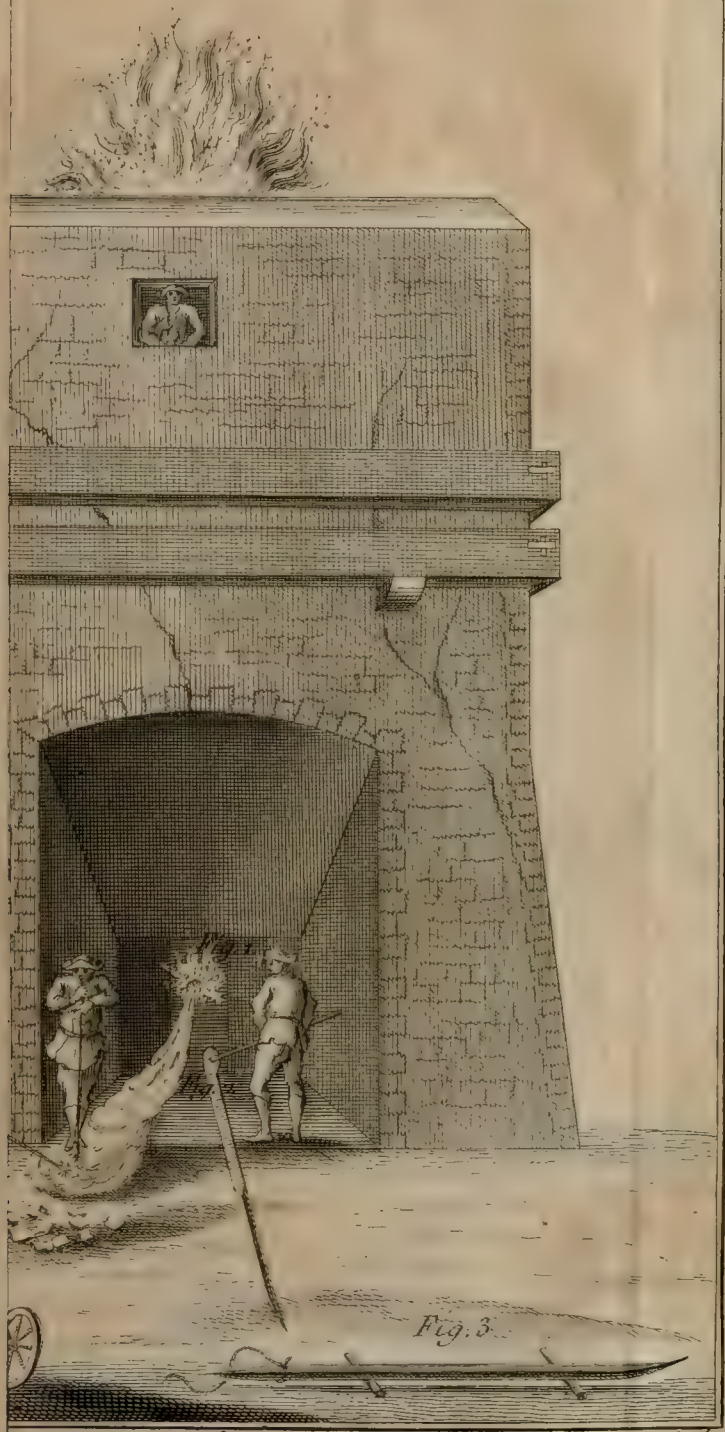
Pl. 2. du Mem. 2. pag. 46.



Simonneau Sculp.


Pl. 2. du Mem. 2. pag. 46.
Fig 3
Fig 2
Fig 1

Pl. 3. du Mem. 2. pag. 46.

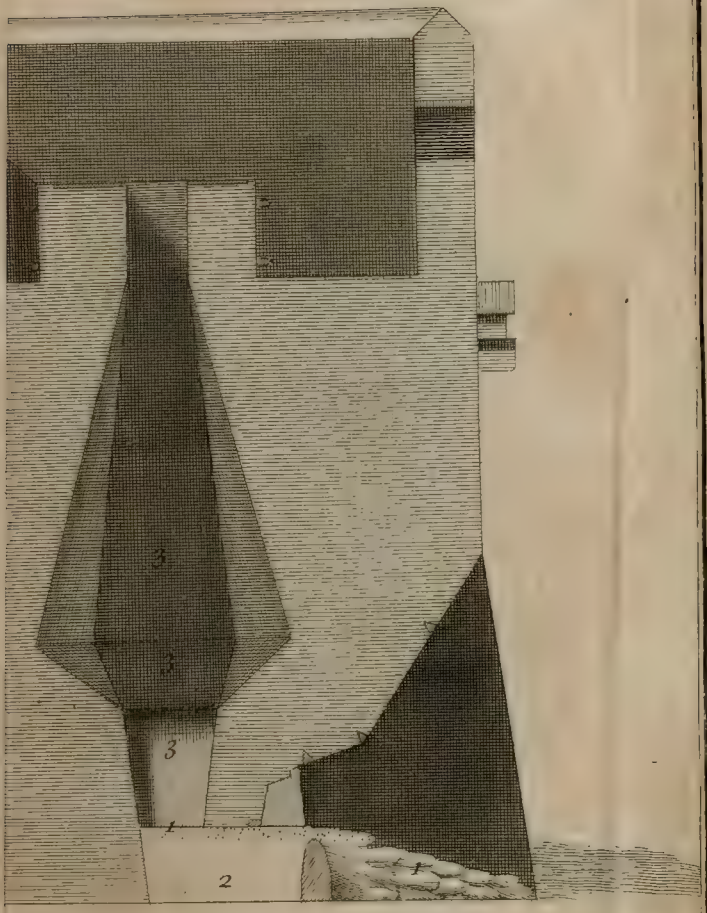


Simonneau Sculp.

Pl. 3. du Mem. 2. pag. 46

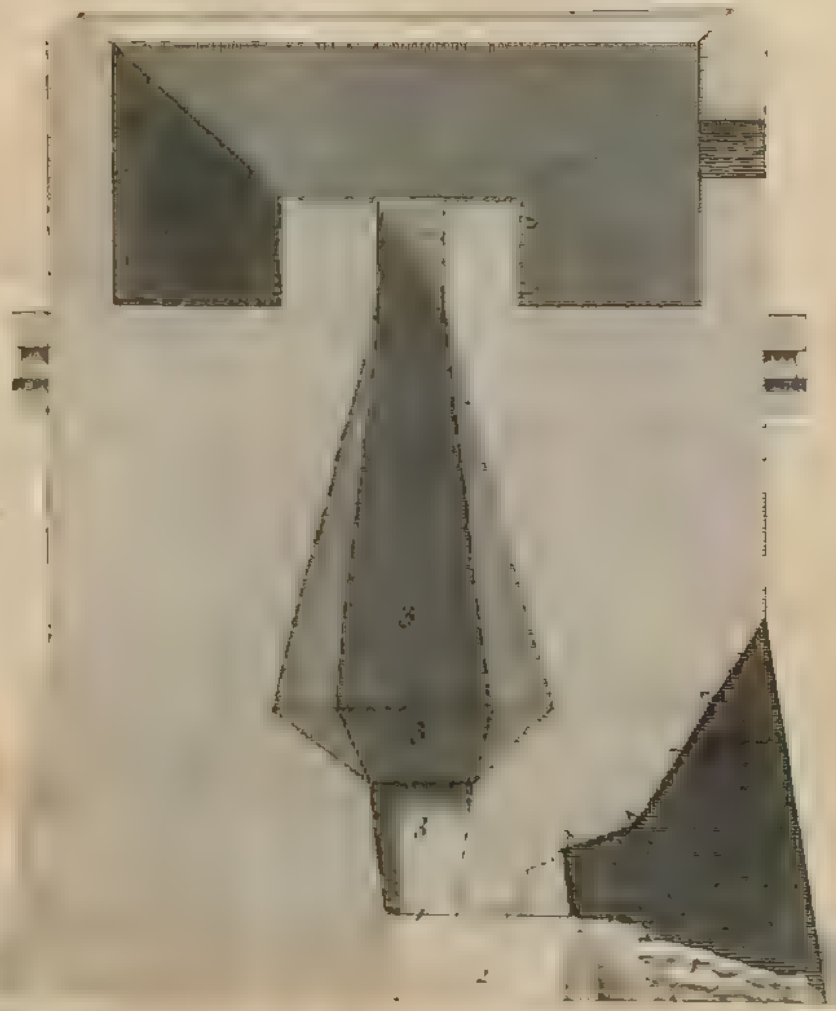
Fig. 3

Pl. 4. du Mem. 2. pag. 46.



Simonneau Sculp.

N 4. du Mem. 2. pag. 46.



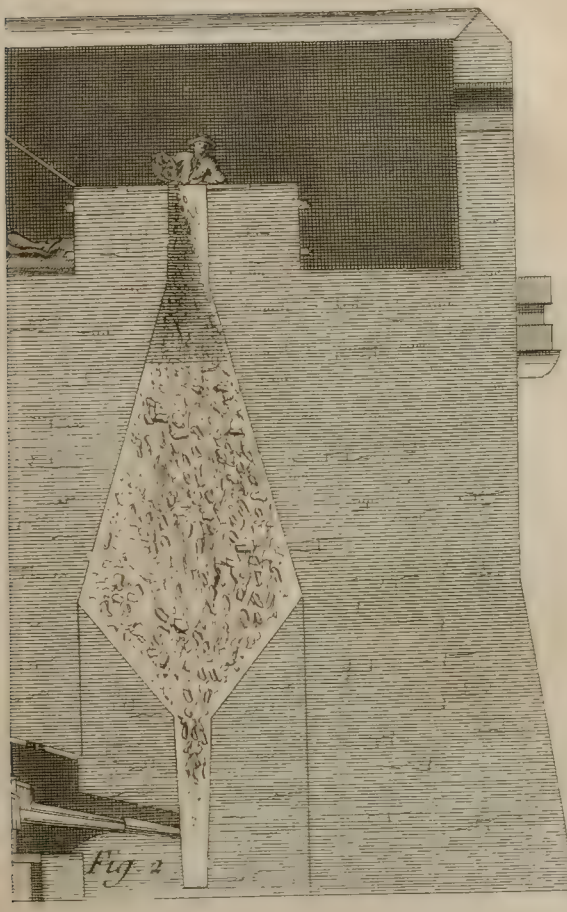


Fig. 2

Simonneau Sculp

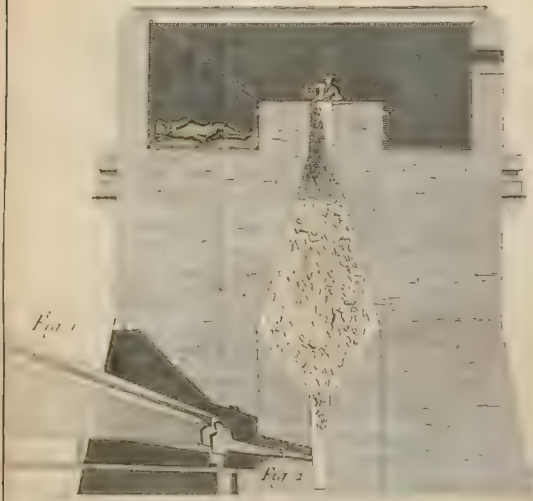
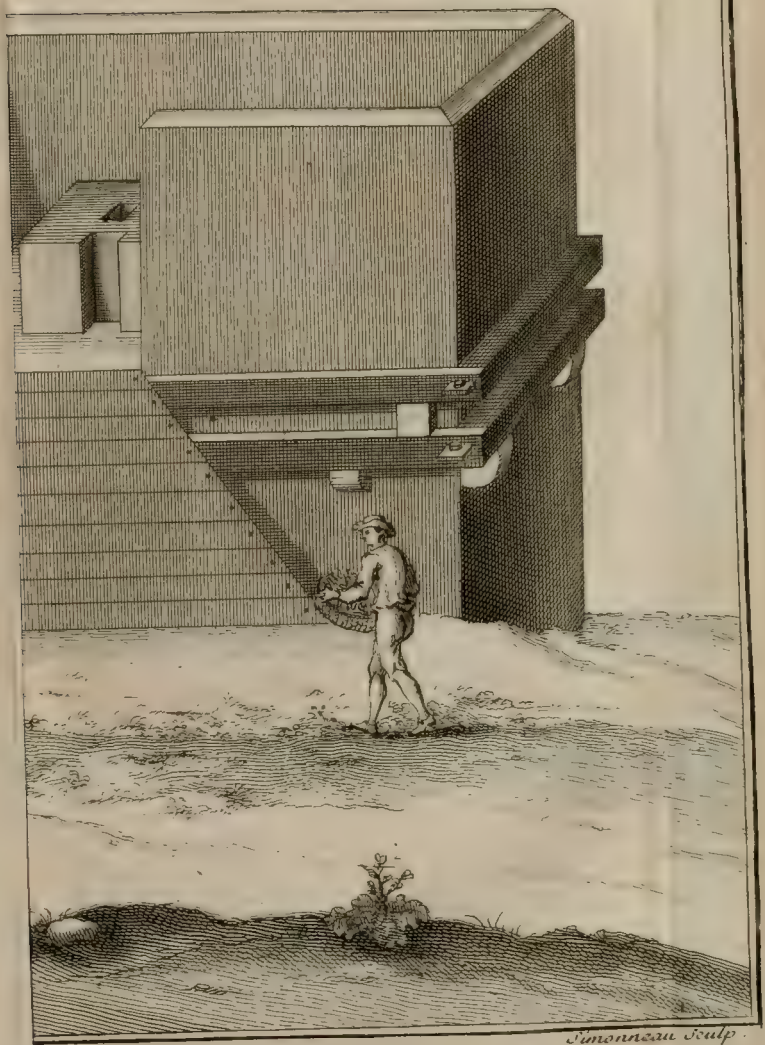


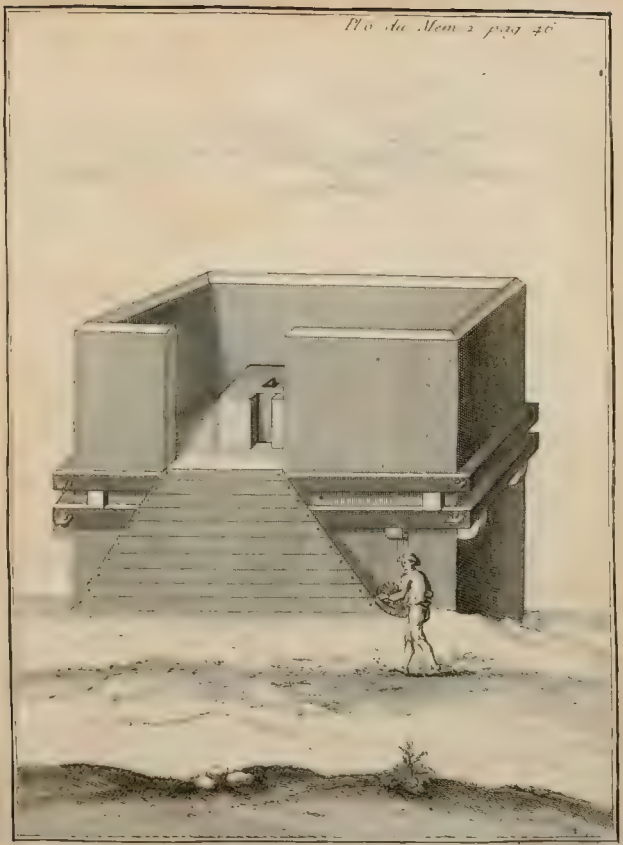
Fig 1
Fig 2

Pl. 6. du Mem. 2. pag. 46.

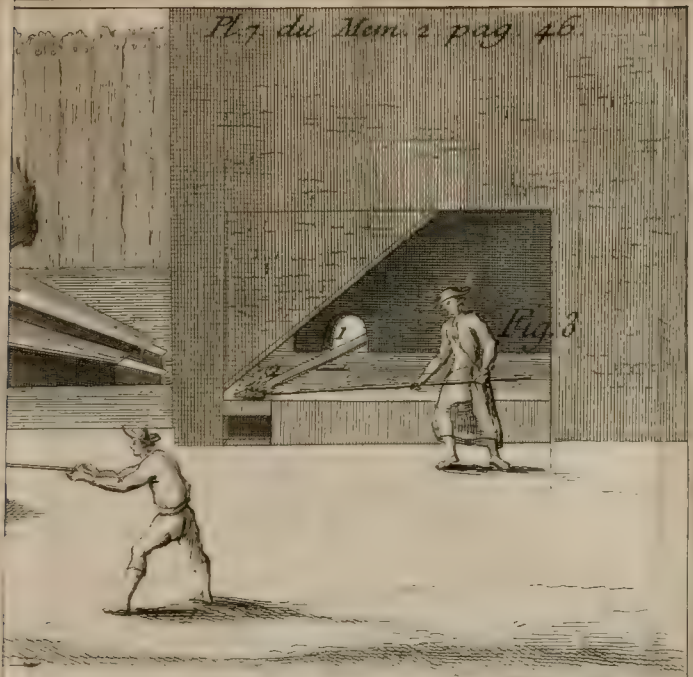


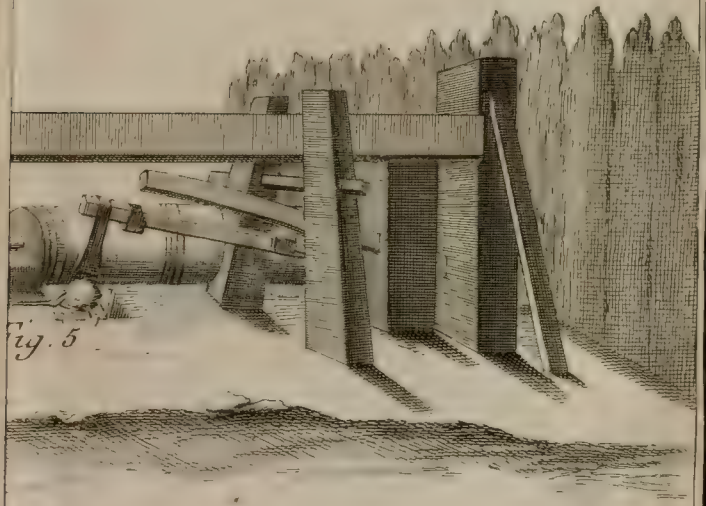
Simonneau Sculp.

Pl. 6 du Mem. 2 pag. 46

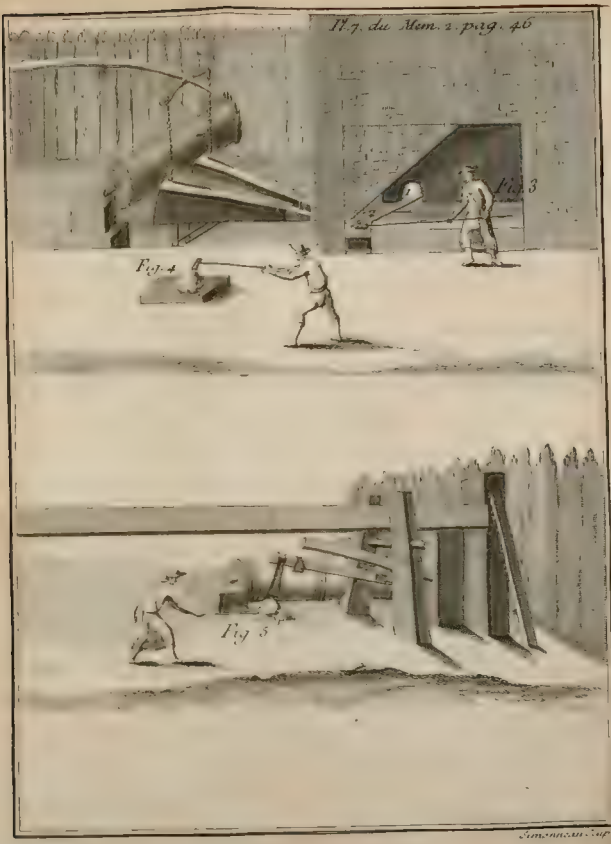


Pl. 1 du Mem. 2 pag. 46.





Simonneau Sculp.


Pl. 7. du Mem. 2. pag. 46
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5

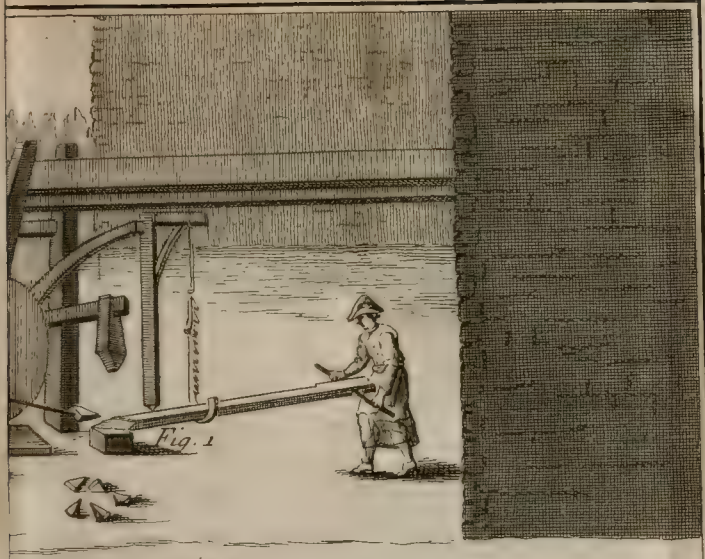


Fig. 1

Fig. 2

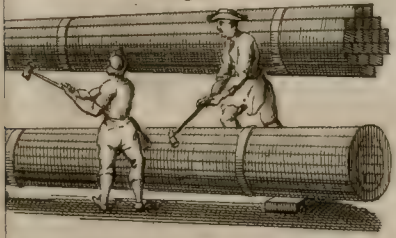


Fig. 3

Fig. 5

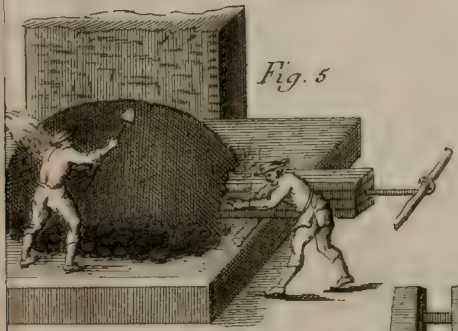
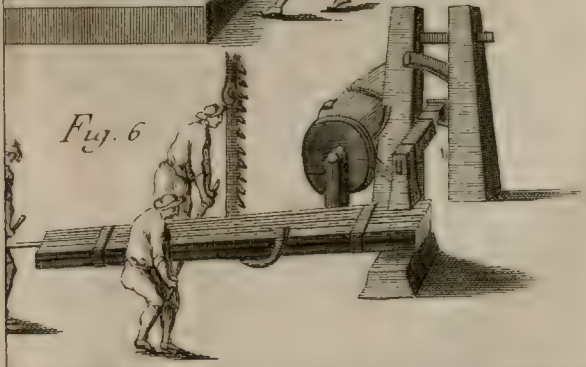


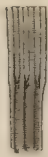
Fig. 6



Simonneau Sculp.

Fig 2

Fig 3



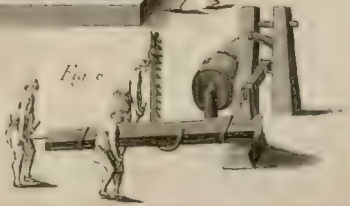


Fig. 1

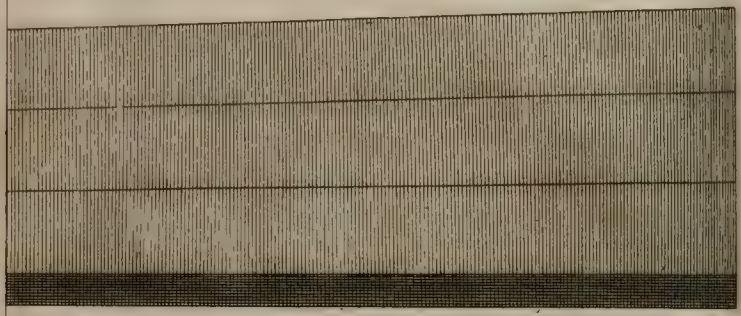


Fig. 2

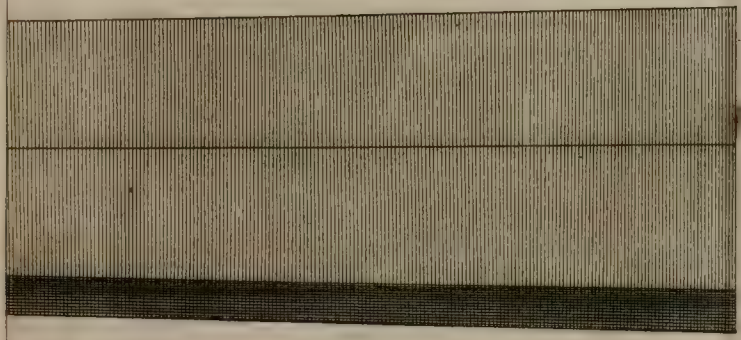


Fig. 4

Pl 3 du Mem 2 pag 17

Fig 1

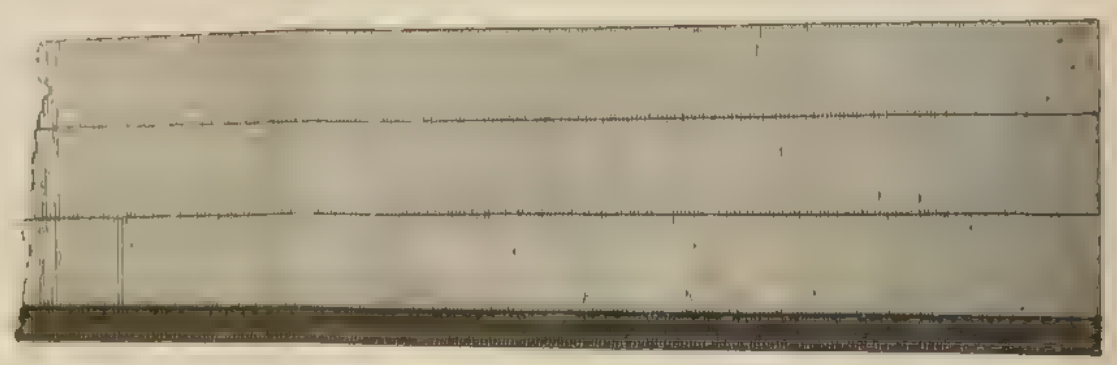


Fig 2

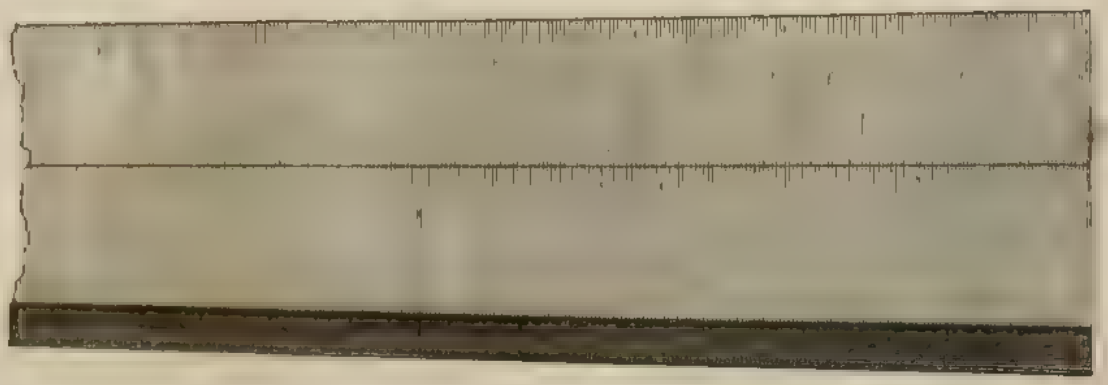
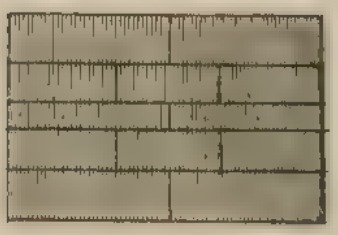
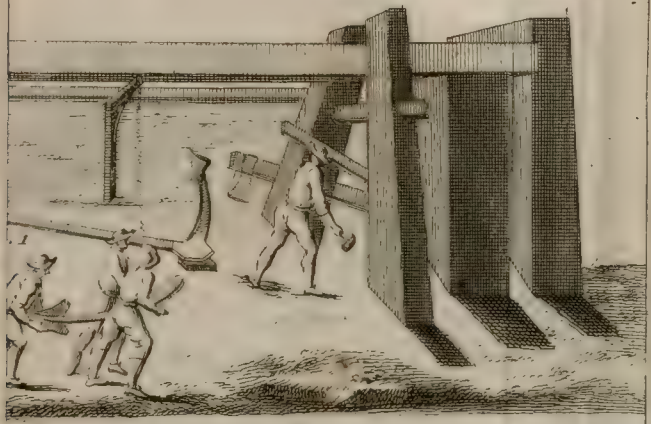


Fig 3

Fig 4





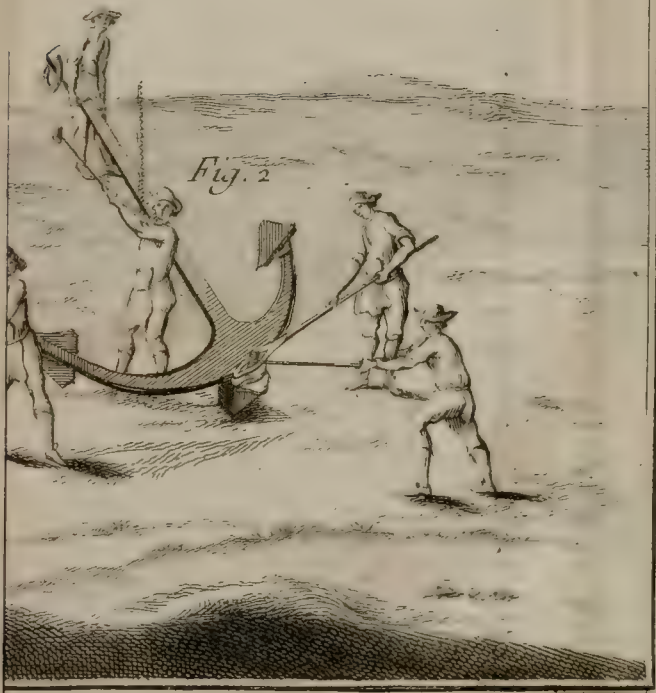


Fig. 2

Pl 10 du Mem. 2. pag. 46

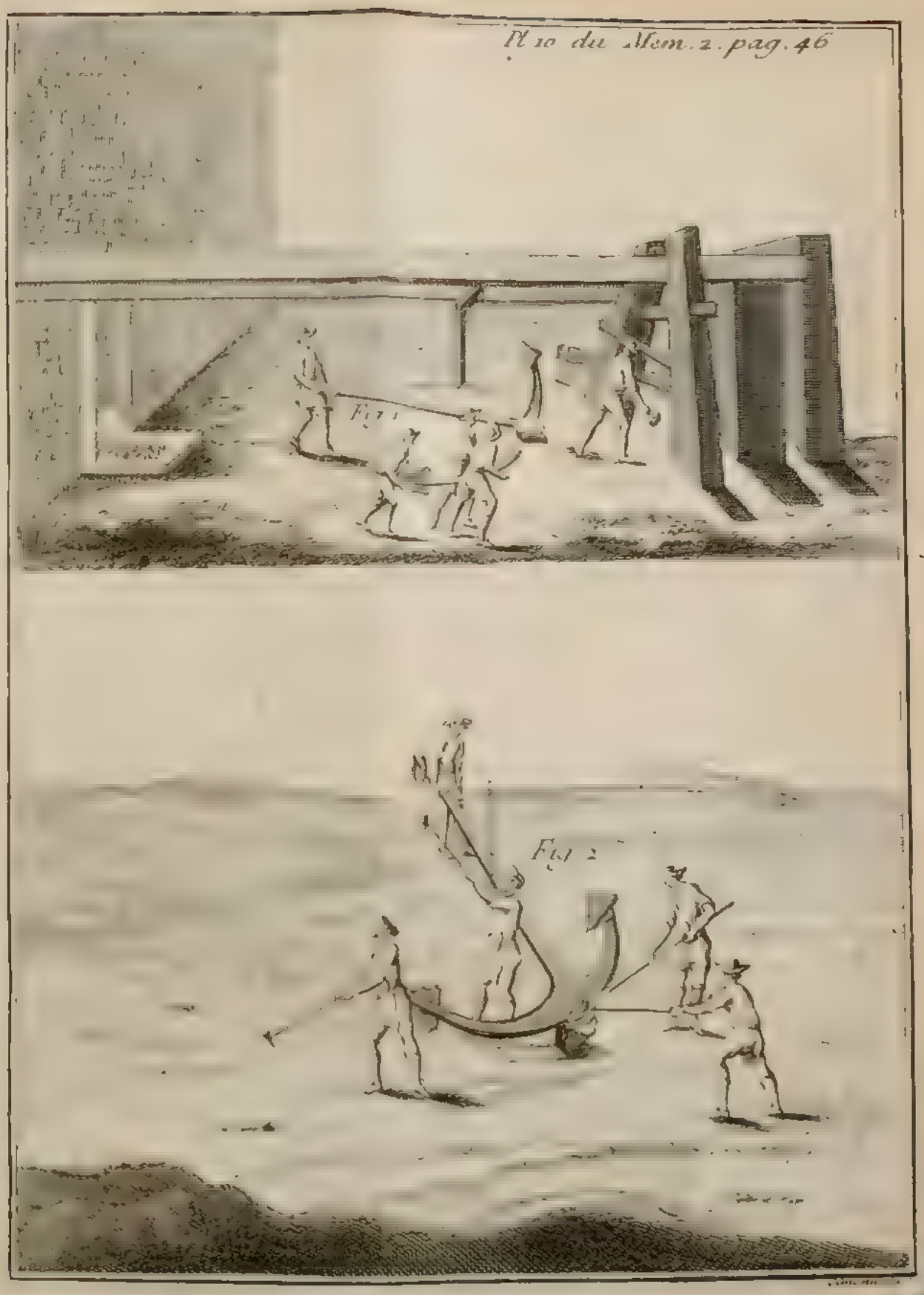
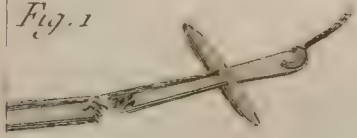


Fig. 1



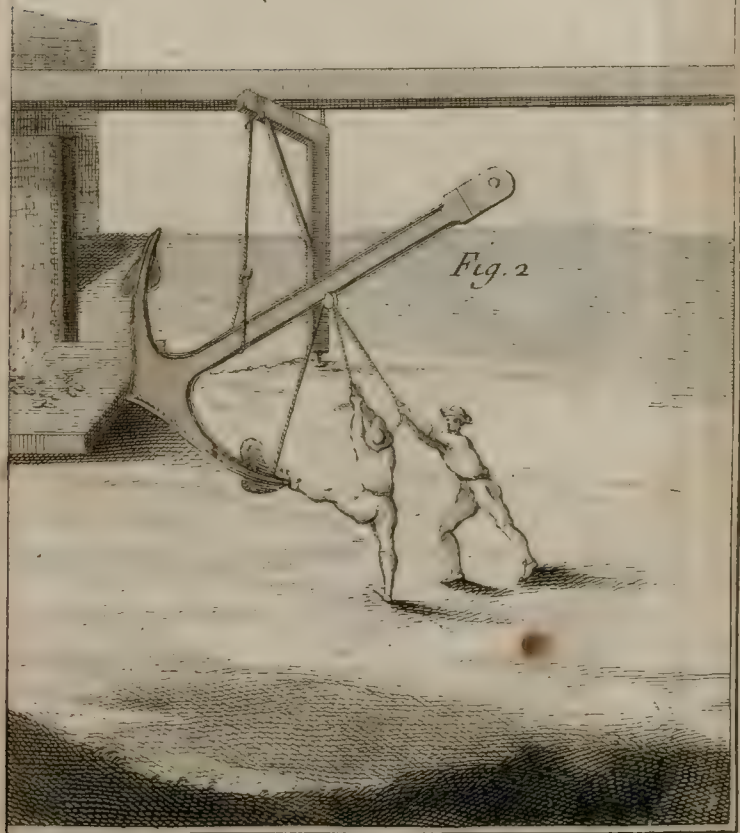


Fig. 2

Simonneau Sculp.

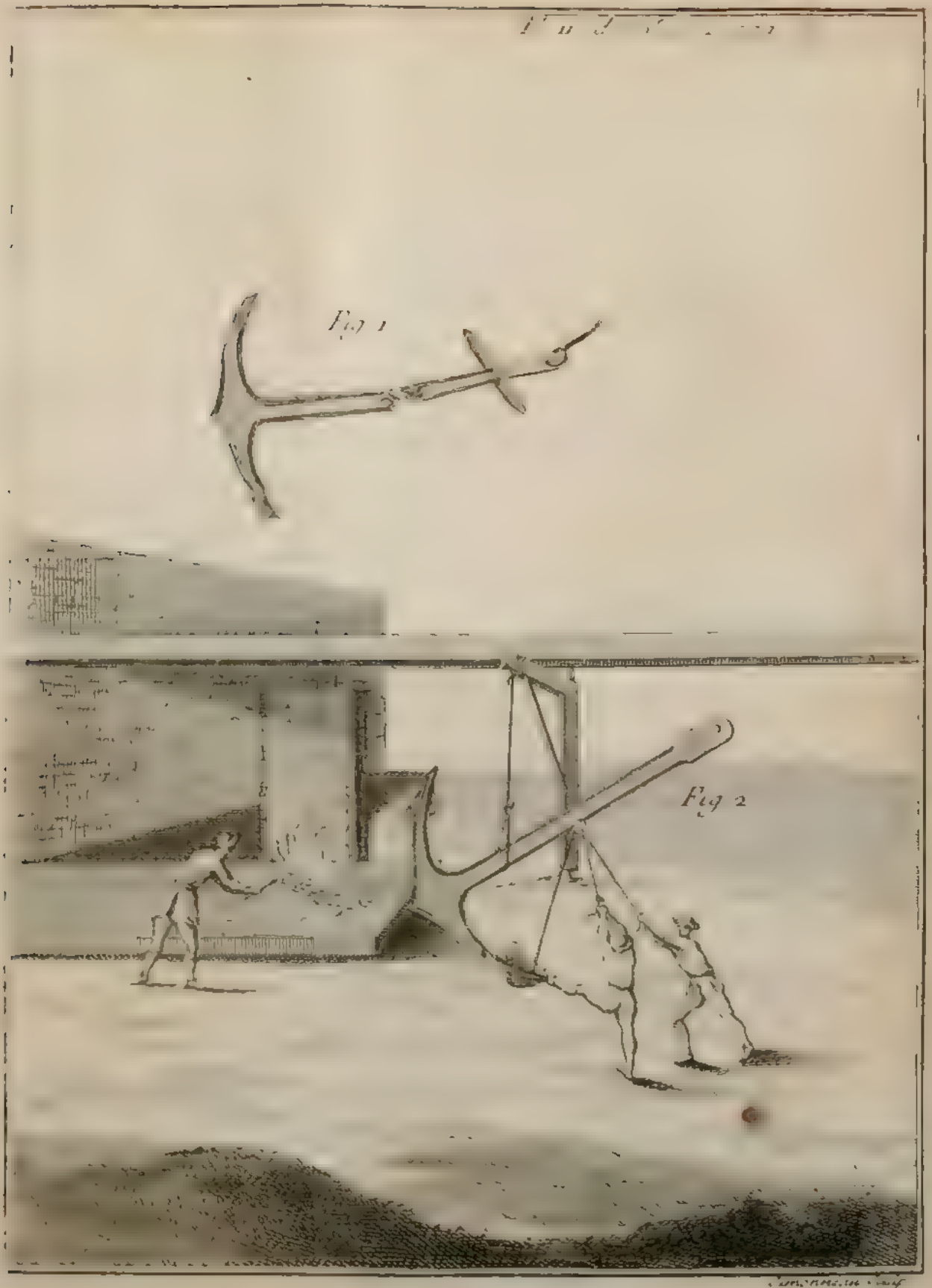


Fig 1
Fig 2

autour de ſon centre avec la vîteſſe une fois acquiſe, acquerra une force centrifuge en même raiſon plus grande que le diametre du tourbillon eſt devenu plus petit. Or c'eſt dans la force centrifuge de la matiére compriſe dans la maſſe des tourbillons, que j'ai démontré (§. XXI.) que conſiſte la force élaſtique de l'éther : cette force ſera donc plus grande là où les petits tourbillons ſont reſſerrés plus étroitement, comme ils le ſont dans les pores des corps tranſparens de différentes ſortes.

LXXXII.

La conſidération de ce que je viens d'expliquer nous conduit tout droit à entendre la raiſon pourquoi un rayon de lumiére entrant dans un milieu de conſtitution différente de celle du milieu dont il ſort, ne peut pas s'étendre ſuivant la même direction qu'il a avant que d'entrer, mais qu'il doit ſe plier, ſoit pour ſe rapprocher de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, ſoit pour s'en éloigner, ſelon que le milieu dans lequel il pénétre, contient de l'éther plus ou moins élaſtique, que n'eſt celui qui réſide dans le premier milieu, d'où ſort le rayon : car ſoient les deux milieux différens *RCD*, *SCD* ſéparés par la ſurface *CD*, le premier *RCD* ſoit par exemple de l'air, & l'autre *SCD* ſoit du verre. Concevons une des fibres lumineuſes *AEB* oblique à *CD*, dont les deux extrêmités *A* & *B* tiennent lieu d'appuis immobiles, & dont une partie *AE* eſt dans l'air, & l'autre partie *EB* dans le verre. D'abord il eſt évident par lui-même, que la continuation de la partie *AE*, ne ſçauroit aller tout droit vers *F* pour faire enſemble la ligne droite *AEF*, parce que l'éther contenu entre les corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. ayant une plus grande force élaſtique, que celui qui remplit les intervalles des corpuſcules *m*, *m*, *m*, &c. & ces deux forces étant directement oppoſées l'une à l'autre, il eſt viſible que dans cet état la fibre *AEF* ne pourroit pas ſe ſoûtenir en faiſant ſes vibrations, puiſque le corpuſcule *E* conçû ſur la ſurface *CD* (où ſe fait le conflict de ces deux forces inégales) ſeroit continuellement ſollicité plus fortement par la force de la

Fig. 4.

partie *E F* pour ſe gliſſer vers *C*, qu'elle ne le ſeroit pour aller vers *D* par une moindre force de la partie *A E*. Ainſi le corpuſcule *E* s'échapperoit, de même que tout autre qui ſe mettroit à ſa place; donc toute la fibre *A E F* ſeroit détruite dans le moment.

LXXXIII.

Mais pour conſerver en ſon entier la fibre *A E B*, la nature y a pourvû en faiſant prendre à la partie *E F* une ſituation convenable pour établir l'équilibre entre deux forces inégales, en vertu duquel le corpuſcule *E* ne ſera ni plus ni moins pouſſé vers *C* que vers *D*. Cette ſituation convenable ſe fait, lorſque conformément au principe de Statique employé par M. (Jean) Bernoulli dans les Actes de Leipſic de 1701, le ſinus de l'angle *A E R* eſt au ſinus de l'angle *B E S*, comme la force élaſtique de l'éther du milieu *S C D* qui comprime ou anime la partie de la fibre *E B*, eſt à la force élaſtique de l'éther du milieu *A C D*, qui anime la partie *A E*, & partant en raiſon conſtante; c'eſt en quoi préciſément que conſiſte la loi de la réfraction, dont je voulois expliquer la cauſe phyſique.

LXXXIV.

On peut regarder, ſi on veut, ſans faire tort à notre explication, le point *E* comme l'appui commun des deux fibres entiéres *A E* & *E B*, lequel ſoûtient en équilibre les forces inégales avec leſquelles elles ſont preſſées ou appuyées l'une contre l'autre; mais ſans que l'une céde à l'autre, par ladite raiſon des ſinus des angles d'incidence & de réfraction réciproquement proportionels à ces forces. Mais comme il eſt fort probable que toutes les fibres d'une même ſuite, quoiqu'en différens milieux, ſont ſynchrones entr'elles, je veux dire, que leurs vibrations ſe font toutes en tems égaux, pour obſerver une parfaite harmonie; cependant comme on ſçait auſſi, qu'un reſſort plus vif fait ſes vibrations plus vîte, qu'un autre en tout égal, mais moins vif; donc pour mettre au ſynchroniſme toutes les fibres de différens milieux, il n'y a qu'à aſſigner à chacune ſa juſte longueur pour qu'elles faſſent toutes

toutes enſemble des vibrations contemporaines. Pour déterminer la longueur dûe à chacune, nous allons conſulter l'art. LXIX. où nous avons trouvé $\frac{pV(D\times A)}{AG}$ qui exprime le nombre de vibrations qui ſe font pendant une oſcillation du Pendule donné D, par une fibre de la longueur AG, & comprimée par une force proportionnelle à A, à laquelle eſt égale la force élaſtique de l'éther qui anime la fibre. Donc afin que deux fibres de différente élaſticité ſoient ſynchrones, ou qu'elles faſſent leurs vibrations en tems égaux, il faut que leurs longueurs ſoient en raiſon ſoudoublée de leurs élaſticités : car alors la quantité $\frac{pV(D\times A)}{AG}$ eſt de même valeur pour l'une & l'autre fibre. C'eſt ce qu'on trouve auſſi dans les cordes de muſique d'égale groſſeur & de même matiére, mais d'inégales longueurs, puiſque ſi on les tend par des poids qui ſoient proportionnels aux quarrés de leurs longueurs, ou, ce qui eſt la même choſe, que les longueurs ſoient en raiſon ſoudoublée des tenſions ou des poids, on obſervera que ces cordes ſeront parfaitement à l'uniſſon, marque indubitable que leurs vibrations ſont ſynchrones. Fig. 3.

LXXXV.

Ainſi il n'y a qu'à dire, que les fibres lumineuſes qui ſe forment, par exemple, dans le verre, quand le rayon s'y plonge, venant de l'air, s'allongent dans ladite proportion, afin que les vibrations des fibres, tant dans l'air que dans le verre, ſe faſſent conjointement & en égal nombre en tems égaux. A cette occaſion, on peut faire une remarque fort curieuſe & paradoxe ; c'eſt que la vîteſſe réelle de la propagation de la lumiére, qui eſt différente en paſſant par différens milieux, doit être plus grande quand le rayon rompu s'approche de la perpendiculaire, & plus petite quand il s'en éloigne ; d'où il ſuit, que la lumiére paſſe plus vîte par le verre que par l'eau, & plus vîte par l'eau que par l'air, mais qu'elle court le moins vîte par l'éther pur ; au lieu que l'opinion générale étoit de croire, que les corps les plus denſes étoient

ceux qui devoient le plus retarder le paſſage de la lumiére. Il eſt vrai que le ſentiment de M. Newton paroît contraire à ce préjugé général : car la démonſtration qu'il donne à ſa maniére, fait voir évidemment que la vîteſſe du rayon qui pénétre dans un milieu en s'éloignant de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, doit être retardée conformément à ma théorie.

Princ. Philoſ. propoſ. 95. Lib. 1.

LXXXVI.

Cette théorie a de plus cet avantage, qu'elle me met en état de déterminer la véritable proportion des différentes vîteſſes de la lumiére paſſant par différens milieux, dont on connoît les réfrangibilités : voici comme je me prends dans cette recherche. On a vû (§. LXXXIV.) que les longueurs des fibres ſynchrones doivent être en raiſon ſoudoublée de leurs élaſticités, ou de la force du reſſort de l'éther renfermé dans les milieux par leſquels paſſe ſucceſſivement un rayon de lumiére : on a vû auſſi (§. LXXXIII.) que l'élaſticité eſt en raiſon réciproque du ſinus de l'angle de réfraction ; il faut donc que les longueurs des fibres ſynchrones ſoient en raiſon ſoudoublée réciproque du ſinus de l'angle de réfraction. Or, comme à chaque vibration des fibres, il ſe forme ſucceſſivement une nouvelle fibre, (§. LV.) & que dans cette ſucceſſion conſiſte le progrès de la lumiére, (§. LXXII.) il eſt viſible qu'à cauſe du ſynchroniſme de toutes les fibres, en quelque milieu qu'elles ſe trouvent, il ſe formera toûjours dans un tems donné un égal nombre de fibres nouvelles, ſoit longues, ſoit petites ; ainſi la vîteſſe du progrès ou de la propagation de la lumiére par deux différens milieux, ſera abſolument proportionnelle à la longueur reſpective de chaque fibre formée dans ces deux milieux, par conſéquent auſſi réciproquement proportionnelle à la racine quarrée du ſinus de l'angle de réfraction qui ſe fait lorſqu'un rayon paſſe obliquement d'un de ces milieux dans l'autre. Mais on connoît par l'expérience la réfrangibilité des milieux, on connoîtra donc auſſi le véritable rapport des vîteſſes reſpectives avec leſquelles la lumiére ſe propage

ou s'étend par différens milieux. *Ce qu'il falloit trouver.*

On ſuppoſe dans cette démonſtration une parfaite égalité entre les corpuſcules qui appartiennent aux deux parties d'une même fibre, qui ſe forment immédiatement avant & après la réfraction; cependant, à prendre les choſes à la rigueur, nous verrons que pour expliquer les couleurs, il faut qu'il y ait quelque petite inégalité entre ces corpuſcules, ceux de l'éther plus élaſtique dans les corps tranſparens ayant toûjours un peu plus de maſſe que ceux qui ſont dans l'éther libre & hors de ces corps.

LXXXVII.

Pour appliquer notre ſpéculation à un exemple, l'expérience enſeigne que le ſinus de l'angle d'incidence d'un rayon, qui ſortant de l'air, pénétre dans le verre commun, eſt au ſinus de l'angle de réfraction, à peu-près comme 3 à 2, ou plus préciſément, ſelon M. Newton, comme 31 à 20: je dis que la vîteſſe de la lumiére par l'air, eſt à ſa vîteſſe par le verre, come $\sqrt{20}$ à $\sqrt{31}$, ou environ comme 4 à 5. Ce rapport pourroit avoir lieu, ſi le rayon de lumiére paſſoit immédiatement de l'éther pur dans le verre, puiſque la réfrangibilité de l'air eſt ſi petite, ſelon le même M. Newton, *Opt. p. 320.* que la différence de réfraction du rayon ſortant de l'air ou immédiatement de l'éther pour entrer dans le verre, doit être inſenſible.

On voit de-là que la lumiére auroit beſoin ſeulement de 12 minutes ou de la cinquiéme partie d'une heure, pour traverſer diamétralement tout le gros globe de verre qui auroit l'orbite de la Terre pour circonférence: car 4 . 5 :: 12 . 15, ſuppoſé, ſuivant M. Newton, que la lumiére parcourre cette vaſte étendue dans l'éther en 15 minutes de tems. Que ſi un tel globe étoit d'eau, où les ſinus de réfraction & d'incidence ſont comme 3 à 4, & partant la vîteſſe de la lumiére dans l'eau, à celle qu'elle a dans l'éther, comme $\sqrt{4}$ à $\sqrt{3}$, ou à peu de choſe près comme 15 à 13, le diametre de ce globe aqueux ſeroit parcouru par la lumiére dans le tems de 13 minutes horaires, par conſéquent d'une

ſeule minute plus grand que le tems qu'il lui faudroit pour parcourir le diametre de ce même globe, s'il étoit fait de verre commun. On appliquera ce calcul à telle autre matiére pellucide que l'on voudra, pourvû qu'on en connoiſſe par expérience la réfrangibilité.

LXXXVIII.

Je pourrois finir ici mon diſcours, après avoir répondu ſuffiſamment à la queſtion de l'illuſtre Académie, qui ne demandoit qu'une explication générale de la propagation de la Lumiére. Celle que j'ai l'honneur de lui préſenter, eſt tirée, comme on voit, des principes les plus clairs & les plus reconnus dans la ſublime Méchanique. Ce qui m'a donné occaſion d'expliquer non-ſeulement en général l'origine & la maniére dont ſe fait le progrès & l'extenſion de la lumiére; mais d'entrer auſſi en diſcuſſion des principales propriétés & d'autres ſymptomes curieux qui l'accompagnent, & que je crois avoir éclaircis à la ſatisfaction du Lecteur équitable. Cependant la production des couleurs, dont la ſource ſe trouve dans la lumiére même, eſt une matiére trop curieuſe & trop utile pour n'en point parler. Ainſi je me flatte qu'on aura la patience d'entendre mes penſées là-deſſus, que j'expoſerai avec toute la briéveté poſſible, pour ne pas ſortir des bornes d'une juſte Diſſertation.

LXXXIX.

Des Couleurs de la Lumiére.

M. Newton dans ſon admirable Traité d'Optique, qui eſt un de ſes ouvrages dont je fais le plus de cas, a très-bien montré par un grand nombre d'obſervations & de belles expériences, que les couleurs ſe trouvent déja originairement dans la lumiére, & que pour les manifeſter, il n'y a qu'à les démêler ou ſéparer les unes des autres, leſquelles étant encore mêlées enſemble préſentent une couleur mixte, mais qui par cela même paroît uniforme, d'autant que la vûe ne ſçauroit diſcerner les couleurs primitives qui compoſent la mixte. Ainſi on a été long-tems dans l'erreur de croire, que,

par exemple, la couleur de la lumiére du Soleil étoit une couleur pure ou ſimple; c'eſt ce qui a induit M. Deſcartes à prendre le change & à penſer fauſſement, que les couleurs qu'on nomme *emphatiques*, telles que ſont celles qu'on voit dans l'Iris, ou qui ſe répandent ſur les objets regardés à travers un priſme de verre triangulaire, que ces couleurs, dis-je, étoient nouvellement produites par une certaine modification ſurvenue aux mouvemens des globules céleſtes, qui, ſelon lui, forment les rayons, lorſqu'ils entrent dans l'eau ou dans le verre; & que de la diverſité de cette prétendue modification provenoit la diverſité des couleurs. Mais je crois qu'on eſt généralement déſabuſé de cette erreur depuis la découverte de M. Newton. Ce n'eſt pas que je veuille embraſſer en tout le ſyſtême qu'il a donné, pour expliquer l'origine & la cauſe des couleurs : car comme ſon ſyſtême differe beaucoup de ma théorie, il me ſeroit impoſſible de lui accéder dans toutes les circonſtances, & particuliérement dans la maniére d'expliquer la propagation de la lumiére. Il ſuffit de dire, que je ſuis perſuadé comme lui, mais par mes propres raiſons, que les couleurs ſont primitives & exiſtantes dans la lumiére, dès que celle-ci exiſte elle-même.

XC.

En liſant l'ouvrage de M. Newton, on verra 1°. qu'il fait conſiſter la propagation de la lumiére dans une effuſion continuelle de petites particules dures, qui ſont lancées avec une force & une vîteſſe prodigieuſe du corps lumineux lui-même; par exemple, du Soleil. Il croit 2°. que ces particules en partent & s'en viennent à nous par un mouvement de tranſport effectif, enſorte que celles qui frappent nos yeux dans ce moment, étoient encore dans le Soleil 7 ou 8 minutes auparavant. 3°. Une infinité de ces particules ſolides qui ſe ſuivent à la file & en ligne droite, fait ce qu'il nomme un rayon ſolaire. 4°. Il ſuppoſe qu'en général les particules ſont de différente groſſeur & lancées avec différente force, que les plus groſſes acquiérent plus de rapidité que les plus ſubtiles. Il veut 5°. que chaque rayon conſidéré

séparément, soit composé de particules d'égale grosseur & d'égale vîtesse, quoique sans en dire la raison. 6°. Chacun de ces rayons simples, s'il venoit séparément des autres à frapper nos yeux, exciteroit en nous la sensation d'une certaine couleur, selon la grosseur & la force des particules dures qui le composent; ainsi celles qui sont les plus grosses & les plus rapides, font le rayon simple du premier ordre, qui est d'une nature à produire la plus vive couleur, sçavoir le rouge foncé & éclatant; après ce rayon il considére les autres simples qui descendent par degré de force & de vîtesse, dont chacun a sa propre couleur, qui convient à son degré de force & de vîtesse. Il distribue ces rayons colorés en cinq classes principales, suivant l'ordre qu'observe la nature dans l'arc-en-ciel & dans la lumiére projettée par un prisme de verre sur une parois opposée au Soleil, qui sont le rouge, le jaune, le verd, le bleu & le violet. Ceux des rayons qui sont d'une constitution moyenne entre deux voisins principaux, différeront de chacun en couleur, & participeront pourtant de leur nature plus de l'un que de l'autre, selon qu'il en approche plus ou moins. De-là vient, que les cinq sortes de couleurs ne se terminent pas brusquement, mais qu'elles se perdent insensiblement & par nuances les unes dans les autres. Mais 7°. les rayons simples de tout ordre sortant du corps lumineux pêle-mêle, chaque filament de ces rayons, quelque subtil ou délié qu'il soit, doit être considéré comme un rayon composé d'une infinité de rayons simples & indivisibles en forme de pinceau contenant grand nombre de brins ou de poils très-fins. C'est là la raison 8°. pourquoi la lumiére qui part immédiatement du Soleil, paroît avoir une couleur uniforme, quoiqu'elle soit mixte & composée d'une infinité d'autres différentes. Enfin 9°. M. Newton, fondé sur ces raisons, conclud qu'un rayon composé, lorsqu'il tombe obliquement sur une surface réfringeante, doit se séparer en ses rayons purs & simples, parce que ceux de ces rayons, qui ont le plus de force à passer, souffriront une moindre réfraction, en s'écartant moins de leur direction commune, que

ne ſont ceux qui ſont plus foibles, & qui par conſéquent en ſe détournant davantage ſubiſſent une plus grande réfraction. D'où il ſuit néceſſairement, que par une telle diſperſion des rayons ſimples, la couleur primitive de chacun paroîtra diſtinctement à l'endroit où elle tombe ſéparée des autres.

XCI.

Voilà le précis de ce qui fait le ſyſtême de M. Newton ſur la nature des couleurs; quoique ma théorie s'accorde avec le réſultat de ſon ſentiment, elle en diffère pourtant dans les circonſtances & dans les principaux points que je viens de rapporter. Car au lieu que chez lui les particules dures, qui ſont la matiére des rayons ſolaires, ſortent du Soleil lui-même, & ſe lancent avec une rapidité énorme ſur les objets les plus éloignés par un mouvement de tranſport; chez moi, ce ne ſont que les corpuſcules ſolides dans l'éther & hors du corps lumineux, qui ſe trouvent ſur la direction des fibres lumineuſes, excitées d'abord par les violentes ſecouſſes du Soleil que reçoit l'éther d'alentour, & multipliées enſuite chacune en ſa direction commencée juſqu'à de très-grandes diſtances, ſans que les corpuſcules ſortent de leurs fibres, & faſſent autre choſe que trémouſſer avec les vibrations des fibres. Pour expliquer les différentes ſortes de rayons ſimples, qui portent avec eux les couleurs de différents ordres, M. Newton eſt obligé, comme moi, de ſuppoſer les particules dures de grandeur & de force différente; mais il ne démontre pas, d'où vient qu'un rayon ſimple eſt compoſé d'une grande file de particules parfaitement égales en grandeur & en vîteſſe; & qu'un autre rayon eſt pareillement compoſé de particules égales, mais d'un autre genre de grandeur & de force, & ainſi de tous les autres. Mais qu'eſt-ce qui peut faire ce choix, ou qu'eſt-ce qui fournit à chaque rayon des particules uniformes, qui lui conviennent pour telle ou telle couleur? ne ſemble-t-il pas, que toutes ces particules ſe trouvant dans le vaſte Océan de la matiére ſolaire, mêlées confuſément & au hazard, devroient ſortir ſans diſtinction de groſſeur & de force par tous les points de la ſurface du Soleil,

& qu'ainſi chacun des rayons ſeroit compoſé de particules de toute ſorte de grandeur; quelle des couleurs porteroit-il donc avec lui? voudroit-on peut-être conſidérer la ſurface du Soleil, comme une lame percée à jour d'une infinité de petits trous de différens diamétres en forme de tamis ou de crible? cela ne ſatisferoit pas mieux, puiſqu'on verroit bien pourquoi les plus petits trous ne laiſſeroient paſſer que les plus petites molécules; mais il n'y auroit aucune raiſon pourquoi ceux des trous qui ſont les plus larges, ne laiſſeroient pas échapper les moindres molécules pêle-mêle avec les plus groſſes. Ce qui interromproit déja l'uniformité d'un rayon ſimple, requiſe pour produire une certaine couleur primitive, excepté peut-être le ſeul rayon formé par les plus petites particules, lequel ſuivant le ſentiment de M. Newton, doit porter le violet.

XCII.

Cette difficulté ne ſe rencontre pas dans mon ſyſtême des fibres lumineuſes; j'ai montré ci-deſſus (§. XXXIII. & XXXIV.) la raiſon pourquoi dans la formation de ces fibres les corpuſcules, qui ſont diſperſés confuſément dans l'éther, doivent ſe ranger enſorte que toute une ſuite de fibres ſecondaires, (de celles au moins qui ſe font dans un milieu uniforme & homogéne,) n'enfile que des corpuſcules d'une même groſſeur avec ceux de leur fibre principale; la loi du mouvement conſpirant des vibrations ſynchrones par toute la longueur de la ſuite, demande cette parfaite égalité des corpuſcules dont elle eſt chargée; parce que tout autre de différente grandeur qui pourroit troubler le ſynchroniſme commun en ſeroit bientôt ſequeſtré, par cela même qu'il ne pourroit pas s'accommoder à leurs vibrations, comme je l'ai expliqué plus au long à l'endroit cité.

XCIII.

Et l'éther pur étant ſans doute le milieu le plus parfaitement homogéne, il eſt dans une entiére indifférence à être impregné de corpuſcules de toutes ſortes de grandeur, dont il ſe formera des fibres, & par conſéquent des rayons de tout ordre poſſible; mais il ne paroît pas en être de même des autres

autres milieux particuliers & ſenſibles, dont chacun, ſelon ſa propre conſtitution, doit avoir non-ſeulement ſon éther qu'il renferme plus condenſé à un certain degré qu'il n'eſt, quand il eſt libre & en maſſe, comme nous l'avons prouvé ci-deſſus; mais auſſi les corpuſcules qui y nagent & qui doivent former les fibres, ſeront plus d'une grandeur égale & déterminée, ſelon que le demande la nature du milieu. Il eſt donc viſible, que quand un rayon compoſé, ou un pinceau de rayons ſimples, tombe obliquement ſur la ſurface réfringeante *CD*, Fig. 4. celles des fibres *AE*, dont les corpuſcules *m*, *m*, *m*, &c. animés de l'élaſticité de leur éther ſont d'une grandeur à recevoir des forces accélératrices, qui approchent le plus des forces accélératrices des corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. de la fibre *EB*, qui doit la contrebalancer; cette fibre *AE*, dis-je, étant prolongée en *EF*, aura une ſituation, dont s'écartera le moins qu'il eſt poſſible la ſituation de la fibre *EB*; c'eſt-à-dire, que l'angle de réfraction *BES* pour ce rayon ſimple repréſenté par *AE*, ſera le plus grand qu'il peut être, & que tous les autres ſimples contenus dans le même pinceau ſouffriront de plus grandes réfractions, ou feront de plus petits angles *BES*, à meſure que les forces accélératrices de leurs corpuſcules ſont plus inégales à celles des corpuſcules du milieu, par lequel doit paſſer la lumiére. Donc le rayon compoſé en y entrant doit ſe diſperſer en ſimples, & ſe faire voir chacun ſous la couleur qui lui convient.

XCIV.

Les milieux terreſtres & denſes, tels que le diamant, le verre, l'eau, &c. ont tout leur éther renfermé plus élaſtique, comme nous l'avons dit, qu'il n'eſt dans ſon état naturel, & les uns plus que les autres: mais conſidérons maintenant leſquels des corpuſcules, dont eſt chargé l'éther libre, peuvent acquérir le plus de force accélératrice, lorſque leurs fibres ſont en vibration, pour que les rayons ſimples ſouffrent la moindre réfraction poſſible. M. Newton croit que ce ſont celles des particules qui ont le plus de maſſe, & en même tems le plus de vîteſſe; ce qui ſeroit vrai, s'il avoit

démontré de quelle maniére ces deux qualités peuvent subsiſter enſemble; mais comme ce n'eſt qu'une ſimple ſuppoſition, qui n'eſt pas démontrable par ſon ſyſtême, je me trouve obligé de m'écarter ici de ſon ſentiment & de dire, qu'en vertu de ma théorie il faut que les plus petits corpuſcules ſoient les plus propres à faire que les fibres, d'ailleurs en tout égales, acquiérent de très-promptes vibrations. Témoin auſſi les cordes de muſique d'égale longueur & tendues par égales forces, mais d'épaiſſeur inégale, dont il
P. 25. & 27. eſt démontré dans le Tome III. des Comment. de Petersbourg, que le nombre de vibrations latitudinales de chacune eſt exprimé par $\frac{p\sqrt{(D\times P)}}{1\,(AB\times L)}$, pendant la durée d'une oſcillation du Pendule D, où p ſignifie toûjours l'expoſant de la raiſon entre la circonférence & le diametre; P la force ou le poids qui tend la corde, dont AB eſt la longueur, & L la quantité de matiére; enſorte que deux cordes où P & AB ſe trouvent de part & d'autre être de meſure égale, mais différentes en groſſeur ou en quantité de matiére L, feront dans un tems donné des vibrations, dont les nombres ſeront réciproquement en raiſon ſoudoublée de leur groſſeur, ou, ce qui revient au même, en ſimple raiſon inverſe des diametres des cordes. Or, nous avons déja vû, que les fibres élaſtiques par compreſſion obſervent la même loi, en faiſant leurs vibrations longitudinales, qu'obſervent les cordes élaſtiques par tenſion, quand elles trémouſſent en ſens latitudinal.

XCV.

Fig. 4. Ayant donc prouvé (§. LXXXIII.) que les deux fibres AE, EB diverſement élaſtiques entretiendront le point E (mobile ſur CD) en équilibre, lorſque les ſinus des angles AER, BES, ſont en raiſon inverſe des élaſticités des fibres par le principe de Statique; ce qui a lieu, quand même les fibres ceſſeroient de trémouſſer, vû que c'eſt en vertu des preſſions ſeules de leur éther oppoſées l'une à l'autre ſous ces angles que doit ſe faire l'équilibre; il eſt manifeſte, que les corpuſcules m, m, m, &c. de la fibre AE, que je ſuppoſe

maintenant un peu plus petits que les corpuſcules *n*, *n*, *n*, &c. de la fibre *E B*, recevant par leurs vibrations plus de vîteſſe actuelle, que ceux de ſon antagoniſte, il eſt, dis-je, manifeſte, que par ce nouvel accroiſſement de force, quelque petit qu'il ſoit, la force de la fibre *A E* l'emporteroit ſur celle de la fibre *E B*; afin donc que l'équilibre ſoit conſervé, il faut, en conſéquence du même principe de Statique, que la ſituation de la fibre *E B* ſe rapproche tant ſoit peu de *E F* pour rendre ſa force plus directement oppoſée à celle de *A E*. Il en eſt à peu près ici comme d'un lévier à bras inégaux, qui étant chargé de deux poids en raiſon réciproque de la longueur des bras, reſteroit en équilibre, tant qu'il ne ſurviendroit point de mouvement aux poids; mais dès qu'on imprimeroit à chacun des forces accélératrices, & en même ſens une plus grande au petit qu'à l'autre, on conçoit bien que celui-là, nonobſtant qu'il fût le plus petit, l'emporteroit ſur celui-ci, & que l'équilibre ſe détruiroit.

XCVI.

La concluſion que je tire de ce raiſonnement, tend à prononcer, que celui des rayons ſimples (contenus dans un rayon compoſé) qui ſouffre le moins de réfraction, & qui donne la couleur rouge, doit être chargé de corpuſcules qui ſont les plus petits ou les plus ſubtils de tous ceux qui ſont mêlés dans l'éther, & que par conſéquent les plus gros ſont ceux qui entrent dans le rayon violet, lequel s'écartant le plus de la direction du rayon incident, doit ſubir la plus grande réfraction en paſſant d'un milieu dans un autre de différente nature; & enfin que les rayons ſimples de couleur intermédiaires ſe rangeront par la réfraction entre les deux extrêmes ſuivant l'ordre de petiteſſe des corpuſcules, depuis le rouge comme le plus fort & le plus vif, juſqu'au violet comme le plus foible & le plus ſombre, le tout conformément à l'expérience.

XCVII.

Il eſt vrai que la différence entre la plus grande & la plus petite réfraction des deux rayons extrêmes eſt bien petite;

car le rayon incident & le rompu étant pris assez près de la perpendiculaire, afin que les angles soient sensiblement comme leurs sinus, M. Newton trouve par ses expériences, que l'angle compris entre les deux rayons extrêmes qui terminent le rouge & le violet, est la vingt-septiéme & demie partie de l'angle de moyenne réfraction. D'où il conclud (*p.* 94.) que les verres objectifs des Téleſcopes rassemblent toutes sortes de rayons paralleles à l'axe, en telle maniére, que le foyer des rayons les plus réfrangibles est plus près du verre objectif que le foyer des rayons les moins réfrangibles, d'environ la 27 ^e & demie partie de la distance qu'il y a entre l'objectif & le véritable foyer où les rayons de moyenne réfrangibilité se rassemblent. Je ne sçais si M. Huguens qui cite l'expérience de M. Newton faite avec le prisme de verre, a mal compris le résultat de cette expérience, ou si M. Newton lui-même l'ayant peut-être refaite depuis ce tems-là avec plus d'exactitude, l'a corrigée : car M. Huguens fait la différence de la plus grande réfrangibilité à la plus petite, beaucoup moins sensible que ne l'a fait M. Newton, puisqu'il dit positivement, que l'intervalle des deux foyers n'est que la cinquantiéme partie de la distance totale entre le verre & le foyer des rayons rouges.

Opt. edit. Franç. p. 93.

Dioptr. Latine imprimée à Leyde 1703. p. 203.

XCVIII.

Quoi qu'il en soit, la derniére expérience de M. Newton, comme elle se trouve dans son optique, étant supposée exacte, on pourroit déterminer par la méthode que j'ai employée ci-devant (§. LXXXVI.) la raison des vîtesses avec lesquelles le rayon rouge & le violet marchent dans un même milieu : car en prenant d'abord la nature de la réfraction à l'ordinaire, on considéreroit le rayon rouge comme un rayon incident sur une surface réfringeante en raison de 27 à 28, & le violet comme le rayon rompu par la force réfractive d'un milieu, dans lequel le rayon rouge doit entrer ; ou réciproquement le violet pourroit être considéré comme un rayon incident, & le rouge comme son rompu, ensorte que le sinus de l'angle d'incidence seroit au sinus de l'angle de réfraction

comme 28 à 27. Sur ce pied-là on trouveroit par ladite méthode, avec combien de rapidité chacun de ces deux rayons extrêmes devroient se mouvoir dans un même lieu : car la vîtesse du rouge seroit à celle du violet comme $\sqrt{28}$ à $\sqrt{27}$, ou à peu près :: 55, 54; supposé donc avec M. Newton que la lumiére emploie $7\frac{1}{2}$ minutes, ce qui fait 450 secondes, à parcourir la distance entre le Soleil & la Terre; il faut instituer cette analogie, comme 55 est à 55-54 ou à 1, ainsi 450 est à $8\frac{1}{11}$, qui marque le nombre de secondes que le rayon rouge emploie à parcourir le demi-diamétre du grand orbe plus vîte que le violet; cela veut dire, qu'un trait de lumiére qui part dans cet instant du Soleil, commencera dans le premier moment de son arrivée sur la terre à se faire sentir rouge $8\frac{1}{11}$ secondes avant qu'il paroisse sous sa clarté naturelle & totale.

XCIX.

Pour le vérifier, il me vient sur cela une pensée assez curieuse pour M^s les Observateurs; si, comme il arrive quelquefois, une grande tache sur le disque du Soleil venoit à disparoître subitement, & qu'une lumiére éclatante (que Descartes nomme *facule*) prît sa place, je pense pour sûr, que dans le premier commencement de cette apparition, la facule paroîtroit sous une couleur plus rouge que le reste du disque, & qu'au contraire si une grande tache venoit subitement du fond du Soleil, laquelle couvriroit une partie de sa lumiére; cette partie avant que d'être abolie entiérement, paroîtroit sous la couleur du violet, ou pour un moment, d'un bleu sombre, parce que le violet seroit peut-être trop foible pour être sensible. Par la même raison, les Satellites de Jupiter, toutes les fois qu'ils iroient se cacher dans son ombre, avant que de disparoître totalement, devroient changer leur lumiére évanouissante en bleu obscur, & toutes les fois aussi qu'ils sortiroient de l'ombre, leur lumiére commenceroit par paroître rouge; mais je crains beaucoup que le peu de vivacité d'une lumiére empruntée qui vient de si loin, réfléchie par ces petits corps, qui paroissent quasi comme des points, ne

permette pas d'appercevoir assez sensiblement ces changemens de couleur; quoique sans cela l'observation auroit cet avantage sur celle qu'on feroit des taches solaires, que la Terre pouvant s'éloigner de Jupiter presque six fois plus qu'elle n'est du Soleil, sçavoir, quand elle est un peu avant ou après l'opposition avec Jupiter, la différence des tems que le rayon rouge & le violet employent à parcourir cette distance, seroit aussi six fois plus grande que quand ils ne viennent que du Soleil; cette différence des tems seroit donc ici de $6 \times 8 \frac{2}{11}$ ou environ de 49 secondes, ce qui ne feroit pas tout-à-fait $\frac{1}{6}$ d'une minute.

Je ne dis rien des Satellites de Saturne; la lumiére qui s'en réfléchit jusqu'à nous étant beaucoup trop foible pour espérer quelque changement de couleur qui fût sensible; il suffit de faire remarquer, que vû la longueur du trajet entre Saturne & la Terre, lorsque ces deux Planetes ne sont pas loin de leur opposition par rapport au Soleil, la lumiére rouge qui viendroit de l'une à l'autre anticiperoit le violet environ du double de ce que nous avons trouvé pour les Satellites de Jupiter, sçavoir de 100 secondes ou de $1 \frac{2}{3}$ minutes.

C.

Si ces spéculations n'ont pas grande utilité pour l'Astronomie, elles ne laissent pas de mériter l'attention d'un Physicien; d'autant plus qu'elles me paroissent appartenir directement au sujet en question, qui veut sans doute, qu'on n'explique pas seulement la propagation de la lumiére & la proportion des différentes vîtesses qu'elle doit avoir en différens milieux, mais aussi la proportion des différentes vîtesses que doivent avoir les rayons primitifs de différentes couleurs, pendant qu'ils se trouvent dans un même milieu; matiére que personne, que je sçache, n'a traitée encore, mais dont l'explication, comme je me flatte, a été tirée assez naturellement des principes de ma théorie. Il me faudroit composer un ouvrage aussi gros que celui de M. Newton, si je voulois sortir du sujet proposé, & entrer avec lui dans un détail des particularités très-curieuses sur la production

des couleurs ; ſur-tout de celles qui s'obſervent ſur des lames très-minces de verre, d'eau, d'air, &c. lorſqu'elles ſont entre deux corps tranſparens dont la denſité différe de la leur ; comme, par exemple, la pellicule d'une grande bulle d'eau ſavonneuſe, étant, comme elle eſt, terminée par l'air extérieur & intérieur, montre les plus belles couleurs de toute eſpéce ; c'eſt ſur quoi M. Newton fait ſes raiſonnemens fondés ſur des expériences très-délicates, dont il remplit preſque tout le ſecond Livre de ſon Optique. Ce qu'il dit entr'autres (*p.* 223. *& ſuiv.*) de l'apparition des couleurs ſur les verres objectifs de grands Téleſcopes qui ſe touchent, eſt très-digne de l'attention & de l'examen du Lecteur : il prit donc deux de ces verres, l'un plan convexe propre à un Téleſcope de 14 pieds, & l'autre convexe des deux côtés, deſtiné à un Téleſcope d'environ 50 pieds ; & appliquant le côté plan du premier ſur une des convexités de l'autre, il les preſſa doucement l'un contre l'autre, ce qui produiſit d'abord un grand nombre d'anneaux diverſement colorés, qui paroiſſoient avoir exactement pour centre le point de contact, lorſqu'il avoit l'œil placé dans l'axe des verres ; & dans le contact il ſe trouva une tache noire ou blanche, ſelon que l'œil étoit entre le jour & le verre, ou le verre entre l'œil & le jour.

CI.

La cauſe immédiate de ce phénomene extraordinaire eſt ſans doute la ſéparation ou la décompoſition de la lumiére mixte en ſes rayons ſimples & primitifs, dont chacun occupant ſa place particuliére, ſe manifeſte ſous la couleur qui lui eſt naturelle ; cette cauſe eſt générale par-tout où l'on voit la lumiére changée en diverſes couleurs. Mais il eſt difficile d'expliquer de quelle maniére ſe fait ici la décompoſition de la lumiére, puiſqu'il eſt clair qu'il n'en eſt pas des deux verres objectifs, qui montrent ces couleurs ſur leurs ſurfaces, comme du priſme triangulaire, lequel, à cauſe de la différente réfrangibilité des rayons primitifs, les diſperſe & les jette au loin ſur une étendue aſſez conſidérable pour

en appercevoir les couleurs très-distinctement. M. Newton donne de ce merveilleux phénomene une explication qui est, à la vérité, au-dessus de tout ce qu'on peut imaginer de plus ingénieux, & qui seroit même (sans une supposition qui n'est pas bien démontrée) parfaite en son genre, parce qu'il en déduit heureusement grand nombre de circonstances, qui toutes se vérifient par l'expérience.

CII.

Il avance donc (*p.* 327.) une proposition qu'il fonde sur ses observations, sçavoir « Que tout rayon de lumiére, » acquiert en passant à travers une surface réfringeante quel- » conque, une certaine constitution ou disposition transitoire » qui dans le progrès du rayon revient à intervalles égaux, » fait que le rayon, à chaque retour de cette disposition, est » transmis aisément à travers la surface réfringeante qui vient » immédiatement après, & qu'à chaque intermission de cet » état il est aisément réfléchi par cette même surface. « Ensuite il veut que cet intervalle entre le retour & l'intermission suivante est différent dans les rayons simples de différentes couleurs; d'où il conclud que quand un trait de lumiére mixte passe par une lame très-mince, comme est celle d'air contenu entre les surfaces des deux verres objectifs qui se touchent avec un peu de compression, il arrive que ceux des rayons simples, qui ont les intervalles de retour & d'intermission plus longs, quand ils seront parvenus depuis la surface antérieure jusqu'à la postérieure pendant qu'ils sont encore progressifs; ces rayons, dis-je, seront transmis, & passeront plus outre; d'autres au contraire, qui à leur arrivée à la surface postérieure ayant déja fini leur allée, se trouvent dans l'intermission, ceux-ci seront réfléchis vers la surface antérieure, & en seront derechef réfléchis ou transmis selon qu'ils se trouvent dans l'un ou l'autre état à l'instant de leur incidence, & ainsi consécutivement; & comme chaque rayon simple de son espéce a ses propres intervalles différents de ceux des autres, on voit bien que tous ces rayons de même

espéce

eſpéce doivent ſe ſéparer des autres d'eſpéce différente : c'eſt ce qui fait la repréſentation des anneaux colorés, comme M. Newton l'explique très-bien & tout au long.

CIII.

Quoique ces raiſonnemens faſſent un effet admirable, ſi on ne regarde que le réſultat qui s'accorde preſqu'en tout avec l'expérience & les obſervations faites là-deſſus ; il y auroit néanmoins à y redire choſe & d'autres par rapport aux hypotheſes qu'il avance ſans les prouver ſuffiſamment : car ſans parler du vuide qu'il ſuppoſe, & de l'attraction qu'il attribue aux ſurfaces réfringeantes, il paroîtra très-dur de concevoir d'où peut venir au rayon de lumiére cette certaine conſtitution ou diſpoſition tranſitoire, qui, dans le progrès du rayon, revienne à intervalles égaux, d'où il déduit enſuite (*p.* 331.) ce qu'il appelle *les accès de facile réflexion, les accès de facile tranſmiſſion, & l'intervalle entre deux accès de même nom ;* ceci, dis-je, paroît d'autant plus incompréhenſible, qu'il ne balance pas de dire à la page ſuivante 332, que *ces deux ſortes d'accès viennent déja à la lumiére, dès qu'elle commence à émaner du corps lumineux, & les retient durant tout ſon progrès :* or ſi ſelon ſon ſentiment expoſé en pluſieurs endroits, ſur-tout à la page 546, queſtion 29, *les rayons de lumiére ſont de fort petits corpuſcules élancés ou pouſſés hors des corps lumineux qui paſſent à travers des milieux uniformes en ligne droite ;* comment les corps une fois mûs en ligne droite, & puis abandonnés à eux-mêmes, peuvent-ils acquérir dans un milieu uniforme des viciſſitudes de retardation, d'intermiſſion & d'accélération, & encore des viciſſitudes ſi-bien meſurées, que les intervalles entre les accès de même nom ſe faſſent préciſément en tems égaux ? Je ne vois ici aucune cauſe extérieure qui puiſſe changer la nature du mouvement toûjours progreſſif en droite ligne, & toûjours dans un même milieu où tout eſt uniforme, lequel ou réſiſte, ou ne réſiſte point ; s'il réſiſte, le mouvement doit être retardé continuellement, ſans jamais reprendre d'accélération en avant ; ſi le milieu ne réſiſte pas, le mouvement progreſſif demeurera

uniforme, & gardera la vîteſſe primitivement imprimée, pendant tout le tems qu'il n'eſt pas troublé par quelque nouvelle cauſe qui lui ſurvient extérieurement; c'eſt la loi que tous les Philoſophes reconnoiſſent.

CIV.

Mon ſyſtême eſt exempt de cette difficulté; en faiſant attention à la nature des fibres lumineuſes, on conçoit avec une parfaite évidence, qu'il y a effectivement une telle réciprocation des petits corpuſcules, mais de ceux qui compoſent les fibres, qui n'en ſortent jamais, & qui tendent toûjours à ſe remettre dans leur centre d'équilibre forcé, bien loin d'être élancés du Soleil pour faire ce vaſte trajet juſqu'à la Terre infiniment plus outre. Ce ſont donc les réciprocations très-promptes des petits corpuſcules, ou leurs excurſions rapides en deçà & en delà de leur centre d'équilibre, dans leſquelles conſiſtent les vibrations longitudinales des fibres lumineuſes; ce ſont, dis-je, ces réciprocations, que l'on pourroit ſubſtituer à ces *viciſſitudes d'accès progreſſifs & regreſſifs* fort difficiles à concevoir ſelon l'idée de M. Newton. On verra que de la maniére que je les ai décrites, elles feront le même effet pour l'explication du phénomene des anneaux colorés, & de tous les autres phénomenes que ce grand homme a entrepris d'expliquer. Mais de peur de fatiguer la patience du Lecteur en m'étendant trop ſur des matiéres qui ne regardent pas directement la Propagation de la Lumiére, je finis ici mon Diſcours, que je ſoûmets à l'examen & à la ſage déciſion de l'illuſtre Académie, & de ceux de ſes membres qu'elle a choiſis, pour examiner plus rigoureuſement les piéces qu'on lui aura envoyées ſur le ſujet propoſé à tous les Philoſophes de l'Europe.

FIN.

Fig. I

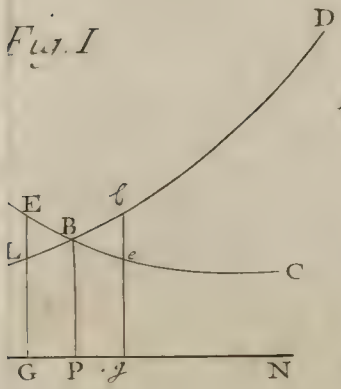


Fig. II.

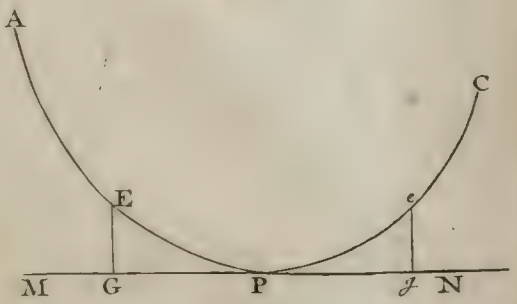


Fig. III

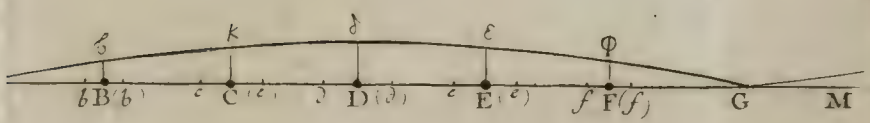
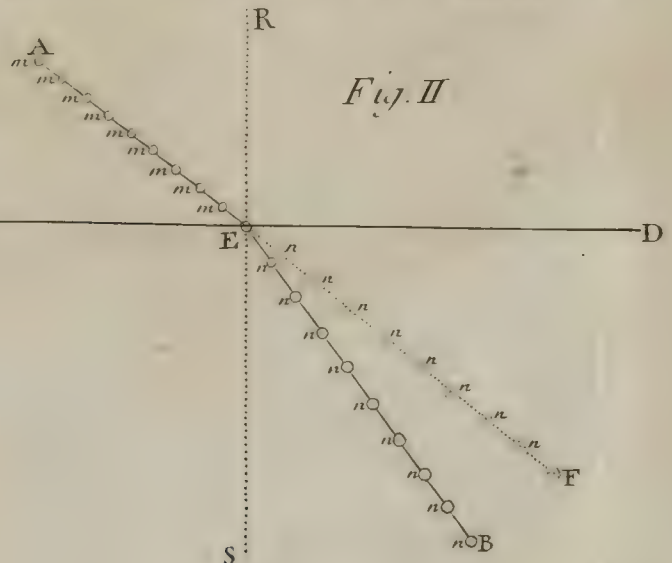


Fig. II



Simonneau Sculp.

Année 1730

Fig I

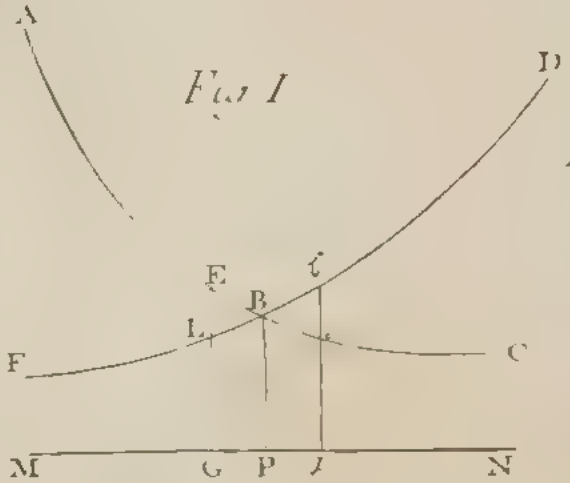


Fig II

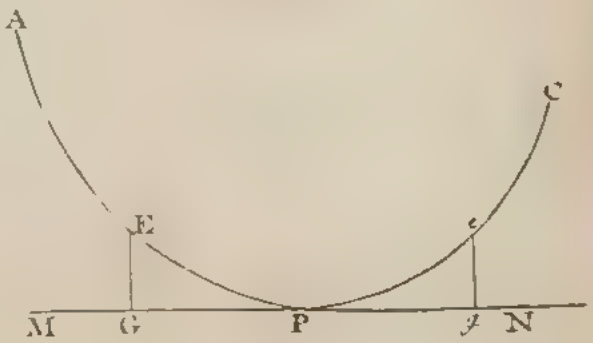
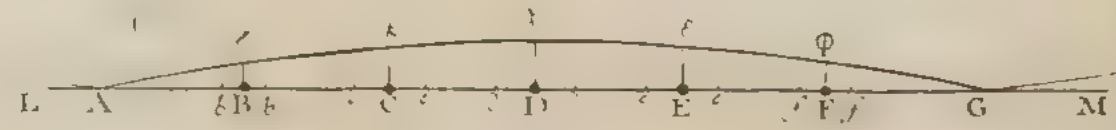
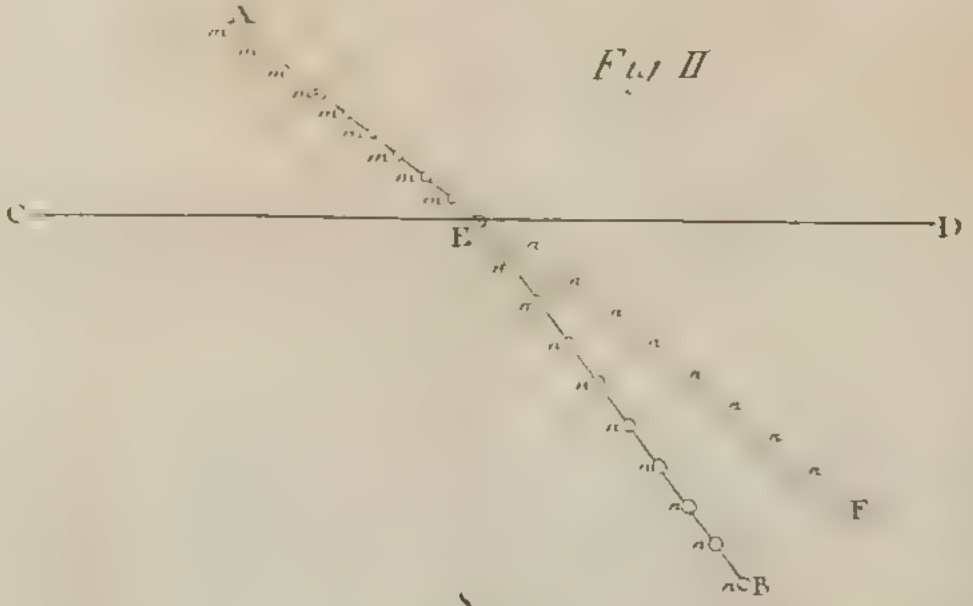


Fig III



R

Fig II



S